Math. U. 91m

R

ΣΕΙΡΑΣ

ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΟΥΣ

ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΠΡΑΓΜΑΤΕΙΩΝ

ΕΚ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΣΥΓΓΡΑΦΕΩΝ ΣΥΛΛΕΧΘΕΙΣΩΝ

ΥΠΟ Κ. Μ. ΚΟΥΜΑ

ΛΑΡΙΣΣΑΙΟΥ

ΤΟΜΟΣ ΠΕΜΠΤΟΣ

Περιέχων τῆς ἐν γένει Φυσικῆς τὰ ἐχόμενα, τὴν Μηχανικὴν, καὶ τὴν Ὑδροστατικήν.

ΕΝ ΒΙΕΝΝΗ, ΤΗΣ ΑΥΣΤΡΙΑΣ

ΕΚ ΤΗΣ ΤΥΠΟΓΡΑΦΙΑΣ ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΒΕΝΔΩΤΟΥ.

ΑΩΖ.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

ΣΕΙΡΑ
ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗΣ
ΤΩΝ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΠΡΑΓΜΑΤΕΙΩΝ.

Τῆς ἐν γένει Φυσικῆς.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΙΚΟΣΤΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

Περὶ κεντρικῶν δυνάμεων.

256. *Ἐν παντὶ σώματι τῷ* A, *κυκλικῶς κινουμένῳ περί τι σημεῖον* (χ. 1), *δύω διάφοροί εἰσι δυνάμεις, καίπως ἐναντίαι· ἁ. ἡ προβλητικὴ δύναμις, ἣν ἐμφαινέτω ἡ* AB, *κατεπείγουσα ἀείποτε τὸ κινητὸν ἀποχωρῆσαι τοῦ* Γ *κέντρου κατὰ τὴν φορὰν τῆς ἁπτομένης* AB· *καλείσθω δὲ αὕτη* Α'πόκεντρος· *β'. ἡ δύναμις* BΓ = AΓ, *καθ' ἣν τὸ κινητὸν ἀναγκάζεται κατελθεῖν πρὸς τὸ κέντρον τῆς ἑαυτοῦ κινήσεως κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον, καθ' ὃν σπεύδει διαδραμεῖν τὴν ἁπτομένην εὐθεῖαν, εἴτ' ἐν εἰθαρχῆσαι τῇ προβλητικῇ δυνάμει* AB· *καλείσθω δὲ αὕ-*

τη Ε' πίκεντρος· κοινῷ δὲ ὀνόματι αὔτηγε κἀκείνη ἀκθέτωσαν δυνάμεις Κεντρικαί.

257. ΘΕΩΡΗΜΑ Α΄. ϗ Θεμελιῶδες. Α΄παν σῶμα, περί τι σημεῖον περιαγόμενον, κτᾶται ἀναγκαίως δύναμιν ἀπόκεντρον.

ΔΕΙΞΙΣ. Α΄παν σῶμα Α, περὶ σημεῖον τὸ Τ κινέμενον, τείνει συνεχῶς εἰς τὸ κατ' εὐθεῖαν γραμμὴν κινηθῆναι (102)· ἐὰν ἓν ἀπὸ τοῦ Δ, φέρε, γένηται κατὰ τὸ Α, σπεύσει χωρῆσαι τὴν ἁπτομένην ΑΒ· ἀλλ' ἀδύναται διαδραμεῖν τὴν ΑΒ ἁπτομένην, μὴ ἀποχωρῆσαν τοῦ κέντρου Τ ποσότητι τῇ ΒΖ· ἄρα πᾶν κινητὸν, ὃ κινεῖται περί τι σημεῖον, τείνει εἰς τὸ ἀποσῆναι τοῦδε τοῦ σημείου, ϗ δὴ κτᾶται δύναμιν ἀπόκεντρον· δῆλον δὲ ϗ ἐκ πείρας.

ά. Λίθος σφενδόνῃ περιαγόμενος, ἣν ὑπεκχωρήσῃ, κατ' εὐθεῖαν δραμεῖται τὴν ἐφαπτομένην τῆς περιαγωγῆς τὴν ΑΒ· ἀποσήσεται ἓν τῆς χειρὸς Τ, ἣ ἀντὶ κέντρου ὑπάρχει τῆς περιόδου, τῇ ἀποκέντρῳ δυνάμει ΒΖ, ἵν' ἀφίκηται κατὰ τὸ Β, ὅθεν ἐπ' ἄπειρον προαχθήσεται φερόμενος τὴν ἁπτομένην ΑΒ.

β΄. Σκεῦος ὕδατος πλῆρες, τετρημένον πρὸς τῷ πυθμένι, σφενδόνῃ περιαγόμενον ἰσχυρῶς, ά. ἡνίκα ὕπερθεν τῆς χειρὸς γένηται κατὰ τὸ Α κατὰ βάσιν ἀντίθετον, οὐκ ἐκρεύσει τὸ ὕδωρ, καίτοι τῇ βαρύτητι ἐκνυχθῆναι κατεπειγόμενον· ἀνάγκη ἄρα προσεῖναι αὐτῷ δύναμιν τῇ βαρύτητι ἀντίθετον, ἱκανὴν καταργῆσαι πᾶν τὸ τῆς βαρύτητος, δύναμιν, καθ' ἣν κινηθῆναι ἐπείγεται κατὰ φορὰν τὴν ΟΑ, ἐναντίαν τῇ ἐκ τῆς βαρύτητος ΟΤ, δύναμιν, καθ' ἣν ἀποσῆναι τῆς χειρὸς Τ σπεύδει, εἴτ' ἓν δύναμιν ἀπόκεντρον.

Τετρημένου δὲ τοῦ κατὰ τὸ ἄγγος πυθμένος ἐν τῷ

Α, ἐὰν τάχιστα τὸ ἄγγος περιάγηται, ὥστε τὴν κατὰ τὴν φορὰν ΟΑ δύναμιν τοῦ ὕδατος μείζω εἶναι τῆς διὰ τὴν βαρύτητα ΟΤ, τοσαύτας προέσεις ὕδατος προβαλεῖ εἰς τὸν ἀέρα ὕπερθεν τῆς ΟΑ, ὅσας ἂν ἔχοι ὁπὰς πρὸς τῷ πυθμένι τὸ ἄγγος· ᾗ ἐν γένει ἀναλόγως τῇ ταχύτητι τῆς περιαγωγῆς φανήσεται τὸ ὕδωρ ἐνδελεχῶς προϊέμενον βολίδας κατ' εὐθεῖαν γραμμὴν ᾗ ἀπτομένην τῆς κυκλικῆς περιαγωγῆς.

γ'. Ἰδεῖν πάρεστιν ἐν ἀναφλεγομένῳ ῥεύστῳ, ὅσῳ τὸ τεχνητὸν πῦρ περίτι σημεῖον περιστρέφεται, προϊέμενον συνεχῶς βολίδας πυρίνας κατ' εὐθείας ἀπτομένας τῆς καμπύλης, ἣν διαγράφει περιστρεφόμενον· ὡσαύτως ῥανίδες ὕδατος ἐκ διαφόρων σημείων τροχῷ μυλικῷ περιδινουμένου προβάλλονται εἰς ἀέρα κατ' εὐθείας ἀπτομένας τοῦ τροχοῦ ἐν τοῖς σημείοις, ἀφ' ὧν αἱ ῥανίδες ἀποτινάσσονται. Ο. Ε. Δ.

258. Ε'ἀν σφαῖρα (χ. 2) ἡ ΤΟΤΧ περὶ τὸν ἑαυτῆς στρέφηται ἄξονα ΤΧ, ἕκαστον τῶν σημείων ταύτης, ἐν ὅλῃ τῇ περιαγωγῇ, καταγράψει κύκλον, οὗ ἡ ἀπὸ τοῦ ἄξονος ἀπόστασις ἴση τῇ ἀκτῖνι· τὸ Ο φέρε καταγράψει κύκλον, οὗ ἀκτὶς ἔσαι ἡ ΟΚ· τὸ Β κύκλον, οὗ ἀκτὶς ἡ ΒΑ, κ. τ. λ.· ἕκαστον ἄρα τούτων τῶν σημείων προσκτήσεται ἐκ τῆς περιαγωγῆς τῆς σφαίρας δύναμιν, δι' ἧς ἐπείγεται ἀποχωρῆσαι τοῦ σημείου τοῦ ἄξονος τῆς σφαίρας, ᾧ ἀντιστοιχεῖ κατὰ κάθετον· ᾗ δὴ τὸ μὲν Ο, κείμενον ἐν τῷ ἰσωτῇ τῆς σφαίρας, ἀποχωρῆσαι σπεύσει αὐτοῦ τοῦ κέντρου Κ, περὶ ὃ στρέφεται· τὸ δὲ Β, τοῦ Α σημείου τοῦ ἄξονος, περὶ ὃ στρέφεται, ᾗ ὡσαύτως τἄλλα· ἄρα μόνα τὰ ἐπὶ τοῦ κύκλου τοῦ ἐξισωτοῦ ἐπείγονται ἀποχωρῆσαι τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· τὰ δ' ἄλλα πάντα, ἀπὸ

σημείων τῆ ἄξονος· ἡ δύναμις ἣν αὐτή, καθ' ἣν σπεύδει ἀποχωρῆσαι τὰ σώματα τῆ ἄξονος, καλείωθω ἀπαξώνιος.

Ἀλλὰ πάντα τὰ μεταξὺ τῆ ἐξισωτῆ καὶ τῶν πόλων κείμενα σημεῖα, οἷον τὸ Β, ἐ μὴ δυνήσονται ἀποσῆναι τῆ κέντρω τῆς ἑαυτῶν κινήσεως, εἰ μὴ ἅμα ἀποχωρήσειαν τῆ Κ κέντρω τῆς σφαίρας· τὸ Β φέρε ἀποσῆναι τῆ Α ἐ δυνήσεται διὰ τῆς ἀπαξωνίω τῆ ποσότητι ΒΕ, εἰ μὴ ἅμα ἀποσῆ τῆ Κ κέντρω τῆς σφαίρας τῆ ποσότητι ΔΕ.

259. ά. Ἆρα ἅπαν σημεῖον, ἐξ ὧν σύγκειται ἡ σφαῖρα, ἕξει ἀναγκαίως μετὰ τὴν ἀπαξώνιον καὶ δύναμιν τὴν ἀπόκεντρον· β'. μόνα τὰ ὑπὸ τὸν ἐξισωτὴν σημεῖα ἕξει τὴν ἀπαξώνιον ἴσην τῆ ἀποκέντρω· παντὸς δὲ ἄλλω σημείω, οἷον τῆ Β, ἡ ἀπόκεντρος ΕΔ ἔσαι ἀναγκαίως ἐλάττων τῆς ἀπαξωνίω ΕΒ, καὶ τοσούτω μᾶλλον, ὅσω τοῖς πόλοις ἔγγιον ἂν ᾖ τὸ σημεῖον (Γεωμ. 430)· διὰ δύω δὲ λόγως· ά. καὶ γὰρ ἡ ἀκτὶς ΡΠ κύκλω, ὃν καταγράφει τὸ σημεῖον Ρ, ἐλάττων ἐσὶ τῆς ἀκτῖνος ΑΒ κύκλω γραφομένω ὑπὸ τῆ Β κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον, καὶ δὴ τὸ Ρ ἔχει δύναμιν ἀπαξώνιον ἧττονα ἢ τὸ Β· β'. ἐπεὶ, κἂν τὰ δύω ταῦτα σημεῖα τὴν αὐτὴν ἔχοιεν ἀπαξώνιον δύναμιν, ἡ ἐντεῦθεν ἀποτελεσμένη ἀπόκεντρος ἐλάττων ἔσαι ἐν τῷ Ρ, ἢ ἐν τῷ Β.

Ε'ἀν ἄρα ὑποτεθῆ ἡ ΟΤΤΧ (χ. 2) σφαῖρα, ἡ περιαγομένη περὶ τὸν ἄξονα ΤΧ, συγκειμένη ἐκ ψάμμω κόκκων βραχύτι συγκεκολλημένων, πάντες οἱ ψαμμώδεις κόκκοι, οἱ ἐν τῆ περιφερείᾳ τῆ ἐξισωτῆ, ἀποσπασθήσονται τῆς σφαίρας, καὶ ἀποχωρήσουσιν εἰς ἀέρα, τὴν ἁπτομένην φερόμενοι· καὶ γὰρ ἀναλόγως τῆ ταχείᾳ τῆς σφαίρας περιαγωγῆ, τὰ σημεῖα τὰ τῷ ἐξισωτῆ ἐγγύτερα τὰ ἐ-

κατέρωθεν τῦ ἐξισωτῦ ἀποχωρήσυδι πρῶτα· τὰ δὲ πρὸς τοῖς πόλοις, ἔχατα· τέλος δὲ αὐξομένης ἀεὶ τῆς ταχυτῆτος τῆς κινήσεως, πάντα τὰ σημεῖα, ἀφ' ὧν σύγκεινται αἱ διάφοροι σιβάδες τῆς σφαίρας, ἀποχωρήσυσιν ἐκ διαδοχῆς, ἑχάτων τῇ ἀποχωρήσει γινομένων τῶν πρὸς ταῖς πόλοις, ϗ ἡ ὅλη σφαῖρα κατὰ ταύτην τὴν τάξιν ἐξαφανισθήσεται.

260. ΘΕΩΡΗΜΑ Β΄. Πᾶν σῶμα Α, περί τι σημεῖον τὸ Τ σρεφόμενον, ἀναγκαίως ἔχει δύναμιν ἐπίκεντρον (χ. 1).

ΔΕΙΞΙΣ. Εἰ γὰρ ἀπὸ τῦ κέντρυ Τ ὑπ' ὐδεμιᾶς εἵλκετο δυνάμεως, διὰ τῆς ἀποκέντυ δυνάμεως ἀπεχώρει ἂν φερόμενον τὴν ἁπτομένην ΑΒ, ϗ δὴ ἀφίσατο τῦ κέντρυ ἀπάσῃ τῇ ποσότητι ΒΖ. τὸ ἄρα κινητὸν ἵσαθαι ὐ δύναται εἰς τὸ Ζ, εἰ μὴ δύναμίς τις ἄλλη καταναγκάζοι αὐτὸ χωρεῖν πρὸς τὸ κέντρον ποσότητι τῇ ΒΖ, ἢ μᾶλλον εἰπεῖν, εἰ μὴ, δυνάμεως τῆς ΑΒ περιαγύσης αὐτὸ ἐκ δεξιῶν ἐπ' ἀρισερὰ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ = ΤΓ, δύναμις ἄλλη ἡ ΑΤ ἀπὸ τῦ κέντρυ προϊῦσα περιάγοι αὐτὸ εὐθείᾳ τῇ ΑΤ = ΒΓ· ἀλλ' ἡ δύναμις αὕτη, ἡ ἀπαύσως τὸ κινητὸν πρὸς τὸ κέντρον ὠθῦσα, καλεῖται ἐπίκεντρος· ἄρα κ.τ.λ. Ο. Ε. Δ.

261. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐκ τῶν προεκτεθέντων δύω θεωρημάτων δῆλον, ὡς σῶμα ἅπαν, περί τι σημεῖον περιαγόμενον, ὑπὸ δύω κινεῖται δυνάμεων, τῆς μὲν προβλητικῆς, ὅθεν γεννᾶται ἡ ἀπόκεντρος, τῆς δ' ἐπικέντρυ.

ΣΧΟΛΙΟΝ Α΄. Χρῶνται δὲ ἀπειροσῷ τόξῳ καμπύλης εἰς διορισμὸν τῶν ἐν αὐτῇ κεντρικῶν δυνάμεων· ἐν γὰρ καμπύλῃ τὸ τοιῦτον ἰσομερῶς θεωρεῖται διατρεχόμενον.

262. ΣΧΟΛΙΟΝ Β΄. Τὸ πλάγιον ἡμίτονον (χ. 1) ΑΟ ἐμφαίνει τὴν ἐπίκεντρον δύναμιν, καθ' ἣν γέγραπται τὸ ΑΠ ἀπειροςὸν τόξον τȣ̃ κύκλȣ· ἀλλ' ἐμφαίνει ϗ τὴν ἀπόκεντρον, ἀναγκαίαν εἰς τὸ καταγραφῆναι τὸ τόξον τόδε· ἔςι μὲν γὰρ τῷ ὄντι ΒΠ ἡ ἀπόκεντρος· ἀλλὰ ΒΠ = ΑΟ, εἴγε ΒΠ, ΑΟ ἐμπεριέχονται δυσὶ παραλλήλοις ταῖς ΑΒ, ΟΠ, ϗ διὰ τὸ ἀπειροςὸν τόξον ΑΠ, ἡ ΒΠ ἀπειροςὸν ὅσον προσκέκλιται τῇ ΟΠ· ἄρα ȣ̓ διενήνοχε τῆς ΑΟ, εἰ μὴ ἀπειροςῷ δευτεροταγεῖ· ἄρα ΒΠ = ΑΟ (Συμβ. Λογ. 528).

263. Πᾶν σῶμα, ἀγόμενον ὑπὸ δύω δυνάμεων κεντρικῶν (261) ΑΒ, ΑΔ (χ. 3), ὧν αἱ φοραὶ γωνίαν περιέχȣσιν, οἰωθήσεται τὴν ΑΓ διαγώνιον παραλληλογράμμȣ τȣ̃ ΑΒΓΔ τȣ̃ ἐπὶ τῶν φορῶν ΑΒ, ΑΔ τῶν κεντρικῶν δυνάμεων, καθ' ὃν χρόνον ἂν διέδραμε μίαν μόνην πλευρὰν τὴν ΑΒ, ἢ ΑΔ, εἰ ἤγετο ὑπὸ μόνης τῆς προβλητικῆς δυνάμεως ΑΒ, ἢ ὑπὸ μόνης τῆς ἐπικέντρȣ ΑΔ (131)· ἐν δὲ διαφόροις σημείοις τῆς καμπύλης τὸ κινητὸν διαδραμεῖται τὴν διαγώνιον, ἢ τετραγώνȣ ἐντελȣ̃ς, ἢ ὀρθογωνίου ἐπιμήκȣς, ἢ ῥόμβου, ἢ ῥομβοειδȣ̃ς, τῆς περιεχομένης ὑπὸ τῶν φορῶν τῶν κεντρικῶν δυνάμεων ȣ̓σης ὀρθῆς, ἢ ὀξείας, ἢ ἀμβλείας, ϗ τῶν δυνάμεων τȣ́των ἰσȣμένων, ἢ ἀνίσων ȣ̓σῶν ἀλλήλαις (132).

264. ΘΕΩΡΗΜΑ Α΄. Ἔςω κινητὸν τὸ Τ, ἀγόμενον ὑπὸ δυνάμεως προβλητικῆς ςαθερᾶς, ϗ ὑφ' ἑτέρας ὠθȣ́σης αὐτὸ ἀεὶ πρὸς τὸ αὐτὸ σημεῖον Σ, ἣν διὰ τȣ̃το καλȣ̃μεν δύναμιν ἐπίκεντρον· λέγω δὴ ὡς ἡ ὀρθία ἀκτὶς

(*) διαδραμεῖται ἐμβαδὰ ΣΤΑ, ΣΑΓ κτ. ἀνάλογα τοῖς χρόνοις.

ΔΕΙΞΙΣ. Ε"σω ΤΑ διάσημα, διατρεχόμενον ὑπὸ τῆς προβλητικῆς δυνάμεως ἐν ἐνὶ λεπ. δευτ. · ἐν τῷ ἐφ- εξῆς διαδραμεῖται τὸ ΑΒ, = ΤΑ, εἰ μὴ ἐπενεργοίη ἡ ἐπίκεντρος (98) · τὰ δὲ δύω τριγωνικὰ ἐμβαδὰ, Σ ΤΑ, ΣΑΒ εἰσὶν ἴσα (Γεωμ. 292).

Α'λλ' εἴπερ ἐπενεργοίη ἡ ἐπίκεντρος, κατερχέσθω τὸ κινητὸν πρὸς τὸ Σ ποσότητι τῇ ΑΔ, ὅτε ἡ προβλητικὴ ἀπωθεῖ αὐτὸ πρὸς τὸ Β καθ' ὅλον τὸ διάσημα ΑΒ· ἀκὲν τὸ κινητὸν διαδραμεῖται τὴν διαγώνιον ΑΓ (131) · ᾗ δὴ ἡ ὀρθία ἀκτὶς ΣΑ διαδραμεῖται τὸ τρίγωνον ΣΑΓ, ὃ φημὶ ἶσον εἶναι τριγώνῳ τῷ ΣΑΒ, τῷ διανυομένῳ κατὰ τὸ αὐτὸ δευτ. λεπτὸν ὑπὸ μόνης τῆς ἐνεργείας τῆς προ- βλητικῆς δυνάμεως, ᾗ δὴ ἶσον τῷ ΣΑΤ, ὅτι τὰ ΣΑΒ, ΣΑΓ τρίγωνα, τὴν αὐτὴν βάσιν ΣΑ ἔχοντα, ἐν ταῖς αὐ- ταῖς εἰσι παραλλήλοις ΑΣ, ΒΓ (**) (Γεωμ. 292).

265. Τὲτ' αὐτό ἐςι, κἄν, ὡς συνήθως συμβαίνει (172), ἡ ὑπὸ τῆς ἐπικέντρυ δυνάμεως ἐγειρομένη τα- χυτὴς αὔξη· ᾗ γὰρ ἐν τῇ προηγησαμένῃ περιπτώσει, ληξάσης τῆς ἐπικέντρυ δυνάμεως, τὸ κινητὸν διαδράμοι

(*) Ὀρθίαν ἐνταῦθα ἐκδεχόμεθα ἀκτῖνα, γραμμὴν εὐ- θεῖαν τὴν ΣΤ, ἐπιζευγνυμένην ἐκ τὲ σημείυ Σ, περὶ ὃ τὸ κινητὸν Τ περιςρέφεται, πρὸς αὐτὸ τὸ κινητὸν, ἀείποτε τῷ κινητῷ ἀναποσπάςως ἀκολεθὲσαν ἐν ἁπάσῃ τῇ περιαγω- γῇ αὐτὲ.

(**) Εἰσὶ γὰρ παράλληλοι αἱ εὐθεῖαι ΑΣ, ΒΓ ὡς ἀπ- εναντίον πλευραὶ τὲ παραλληγράμμυ ΑΒΓΔ τὲ ἐπὶ τῶν φορῶν ΑΔ, ΑΒ τῶν κεντρικῶν δυνάμεων.

ἂν τὸ ΓΕ = ΑΓ ὑπὸ τῆς προβλητικῆς δυνάμεως (98)· ἀλλ' ἐὰν ἡ ἐπίκεντρος καταφέρῃ τὸ κινητὸν κατὰ τὴν Γ Θ = 3ΑΔ (177), τὸν κινητὸν ἀφίξεται εἰς τὸ Ζ· ὁμοίῳ ἄρα συλλογισμῷ ἴδοι τις ἄν, ὡς τὸ ΣΓΕ = ΣΑΓ ἔσιν = ΣΓΖ· ἄρα ἐν γένει ἡ ὀρθία ἀκτὶς διαδρομεῖται ἐμβαδὰ ἴσα ἐν ἴσοις χρόνοις, εἴτ' ἔν ἐμβαδὰ τοῖς χρόνοις ἀνάλογα. Ο. Ε. Δ.

266. Φημὶ, ὑπὸ δυνάμεως προβλητικῆς σαθερᾶς, εἴτ' ἔν μὴ κωλυομένης ἔτε παρὰ τῆς τοῦ μέσου ἀντισάσεως, ἔτε παρ' ἄλλης αἰτίας, ἢ τῆς ἐπικέντρου· εἰ γὰρ αἰτία τις ἐπιβραδύνοι ἐν τῷ δευτέρῳ λεπτῷ τὴν προβλητικὴν δύναμιν ΑΒ, τὸ κινητὸν ἐ μὴ ἀφίξεται εἰς τὸ Γ τελευτῶντος τοῦ δευτέρου λεπτοῦ, ᾗ τὸ καταγραφόμενον ἐμβαδὸν ἀναγκαίως ἔσαι ἔλαττον τοῦ ΣΑΓ, ᾗ δὴ ἔλαττον τοῦ ΣΤΑ· τἐναντίον δὲ, εἰ ἡ προβλητικὴ δύναμις ΑΒ αὔξοιτο, τὰ ἐμβαδὰ ἐκ ἔσονται τοῖς χρόνος ἀνάλογα· αἱ μέντοι ἐκ τῆς ἐπικέντρου δυνάμεως ἐπακολουθῆσαι μεταβολαὶ, ὡς ἤδη εἴδομεν, ἐδόλως ἀλλοιοῦσι τὴν ἀναλογίαν.

267. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ὅλος ὁ χρόνος τῆς περιόδου ἔσαι ὡς τὸ πηλίκον τοῦ ὅλου ἐμβαδοῦ τῆς καταγραφομένης καμπύλης, διηρημένου ὑπὸ τοῦ διανυσθέντος τομέως ἐν χρώνῳ τινὶ δεδομένῳ.

268. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἡ ταχύτης κινητοῦτινος ἐν διαφόροις σημείοις τῆς καμπύλης ἐν λόγῳ ἐσὶν ἀντιθέτῳ τῶν καθέτων, τῶν ἀγομένων ἐκ τοῦ τῶν δυνάμεων κέντρου Σ ἐπὶ τὰς ἁπτομένας ΤΑ, ΑΓ, ΓΖ κτ, αἵ εἰσι τὰ στοιχεῖα τῆς καμπύλης. Τὸ γὰρ κινητὸν ἐν ἴσῳ χρόνῳ διανύσει τὰς πλευρὰς ΑΓ, ΓΖ τῶν ἴσων τριγώνων ΣΑΓ, ΣΓΖ (264)· ἀλλ' ἵνα ταῦτα τὰ τρίγωνα ἴσα ὦσιν, ἀνάγκη τὰς βάσεις αὐτῶν ΑΓ, ΓΖ (εἴτ' ἔν τὰς ἐκ δια-

δοχῆς δύω ταχυτῆτας τῦ κινητῦ) ἐν λόγῳ εἶναι ἀντιστρόφῳ τῶν κατ' αὐτὰ ὕψεων (Συμβ. Λογ. 303). τὰ δὲ, αὐταί εἰσιν αἱ κάθετοι αἱ ἀπὸ τῦ κέντρυ τῶν δυνάμεων Σ ἐπὶ τὰς ἁπτομένας ΑΓ, ΓΖ (Γεωμ. 196) ἀγόμεναι· ἄρα. κτ.

269. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄. Ἐν κύκλῳ αἱ ἀπὸ τῦ κέντρυ ἐπὶ τὰς ἁπτομένας ἀγόμεναι εἰσὶν ἴσαι (Γεωμ. 41)· κινητὸν ἄρα, καταγράφον κύκλον διὰ τῶν κεντρικῶν δυνάμεων, ἕξει ἀεὶ ταχυτῆτα ἰσομερῆ.

270. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ΄. Οἱ πλάνητες κινῦνται περὶ τὸν ἥλιον δι' ἐνεργείας δυνάμεως προβλητικῆς σαθερᾶς, καὶ ἑτέρας δυνάμεως ἐπικέντρυ (261)· ἐντεῦθεν ἄρα, α΄. πρῶτος νόμος, ὃν παρατετήρηκεν ὁ περίπυστος Κέπλερος, τὺς πλανήτας καταγράφειν ἐμβαδὰ τοῖς χρόνοις ἀνάλογα, β΄. ἐπεὶ ἐν τῇ παρηλιότητι Α (*), καὶ τῇ ἀφηλιότητι Β (κ. 4), ἡ προβλητικὴ δύναμις ἡ τῆς ἐλλείψεως ΑΒΓΔ ἁπτομένη ἐσὶ κάθετος τῇ ὀρθίᾳ ἀκτῖνι ΣΑ, ἢ ΣΒ· αὕτη δὲ ἡ κάθετος ἔσεται καὶ ἀπόσημα· ἡ περιηλιακὴ ἄρα ταχύτης πλανήτυ τινὸς πρὸς τὴν αὐτῦ ἀφηλιακὴν ἔσιν ὡς τὸ ἀφηλιακὸν ἀπόσημα ΣΒ πρὸς τὸ περιηλιακὸν ΣΑ· καὶ ἐπείπερ αἱ κάθετοι αἱ ἐκ τῦ Σ ἐπὶ τὰς ἁπτομένας ἀγόμεναι αὔξυσιν ἐκ τῦ Α μέχρι τῦ Β, καὶ ἐλαττῦνται ἐκ τῦ Β μέχρι τῦ Α, ἡ ταχύτης τῦ πλανήτυ ἀεὶ ἐλαττωθήσεται μὲν ἐκ τῦ Α ἐπὶ τὸ Β ἐπὶ τῦ τόξυ ΑΓΒ, αὐξη-

---

(*) Παρηλιότης μέν ἐσι σημεῖον τὸ Α τῆς τροχιᾶς ἢ καμπύλης, ἣν πλανήτης, ὁ Ζεὺς φέρε, καταγράφει περὶ τὴν ἑσίαν (Υ΄ψ. Γ. 17) Σ, ἐν ᾗ ἐσιν ἥλιος, τὸ προσεχέσερον τῷ ἡλίῳ παντὸς ἄλλυ σημείυ· ἀφηλιότης δὲ, τὸ μᾶλλον τῶν ἄλλων τῦ ἡλίυ ἀφεσὼς σημεῖον Β.

θήσεται δὲ ἀεὶ ἐκ τοῦ Β ἐπὶ τὸ Α πρὸς τὸ τόξον ΒΔΑ, καὶ κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον· ἄρα ὁ πλανήτης ἕξει ἀεὶ, μηδεμιᾶς ἐξωτερικῆς αἰτίας κωλυούσης αὐτοῦ τὴν κίνησιν, τὴν αὐτὴν ταχύτητα ἐφ' ἑκάσης περιαγωγῆς ἐν τῷ αὐτῷ σημείῳ τῆς ἑαυτοῦ καμπύλης, καὶ ἐν δυσὶ πέρασι τῆς αὐτῆς τεταγμένης ἐπὶ τὸν μείζω ἄξονα ἑαυτῆς.

271. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Τἀναντίον δὲ, εἰ ἡ ὀρθία ἀκτὶς ΣΤ (κ. 3) διανύει περίτι σημεῖον Σ ἐμβαδὰ τοῖς χρόνοις ἀνάλογα, ἡ ἐπίκεντρος δύναμις φέρεται πρὸς τοῦτο τὸ σημεῖον· καὶ γὰρ ἡ ὀρθία ἀκτὶς ΣΑ, ὁ δύνατται ἀκριβῶς διαδραμεῖν τὸ ἐμβαδὸν ΣΑΓ, εἰ μὴ ἡ ἐπίκεντρος δύναμις ΑΔ φέροιτο πρὸς τὸ Σ.

272. ΠΟΡΙΣΜΑ. Καίπερ οἱ πλανῆται περὶ τὴν γῆν κινεῖσθαι φαίνονται, διατρέχουσι μέντοι ἐμβαδὰ τοῖς χρόνοις ἀνάλογα, ὁ περὶ τὴν γῆν, ἀλλὰ τὸν ἥλιον· ἄρα κινοῦνται περὶ τοῦτον τὸν ἀστέρα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΙΚΟΣΤΟΝ ΕΚΤΟΝ.

Περὶ κεντρικῶν δυνάμεων τῶν ἐν τῷ κύκλῳ.

273. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Τὸ πλάγιον ἡμίτονον ΠΤ (κ. 2) τόξου ἀπειροστοῦ τοῦ ΤΡ ἴσον ἐστὶ τῷ τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τοῦδε τοῦ τόξου, διαιρεθέντι διὰ τῆς διαμέτρου.

ΔΕΙΞΙΣ. $\Pi T = \frac{\Pi P^2}{TX}$ (Υ'ψ. Γεωμ. 233)· ἀλλὰ διὰ ὅ,τι ἀπειροστὸν τὸ ΤΡ τόξον, συμπίπτει τῷ ἡμιτόνῳ ΤΡ· ἄρα

$\Pi T = \frac{\Pi P^2}{TX}$. Ο. Ε. Δ.

274. ΠΟΡΙΣΜΑ. Α΄. Ε'ν τῷ αὐτῷ κύκλῳ διὰ τὴν εὐθάθειαν τῆς ΤΧ τὰ πλάγια ἡμίτονα τῶν ἀπειροστῶν τόξων ἔσονται ἀνάλογα τῷ $\frac{TP^2}{1}$, εἴτ' ὢν τοῖς ἀπὸ τούτων τῶν τόξων τετραγώνοις.

275. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Τὸ πλάγιον ἡμίτονον ἐμφαίνει τὰς κεντρικὰς δυνάμεις (262)· αἱ δὲ ταχύτητες, ὅσαι ὡς τὰ τόξα τὰ διανυόμενα ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ (112 Τόμ. Δ΄.), δηλωθήσονται ὑπ' αὐτῶν τῶν τόξων· δυνατὸν ἄρα ἀντὶ μὲν τῆ πλαγίᾳ ἡμιτόνῳ ΠΤ ἀντικατασῆσαι τὰς κεντρικὰς δυνάμεις Δ, ἀντὶ δὲ τῆ τόξῳ ΤΡ τὴν ταχύτητα Τ· ὄντων γενομένης τῆς διαμέτρου $TX = 2A$, καὶ $\Pi T = \Delta$, ἀντὶ $\frac{TP^2}{TX}$, ἔσαι $\Delta = \frac{TT}{2A}$· ἄρα παρατιθεμένοις διαφόρους κεντρικὰς δυνάμεις ἔσαι $\Delta : \delta :: \frac{TT}{2A} : \frac{\tau\tau}{2A} :: TT : \tau\tau$ (Συμβ. Λογ. 247)· τουτέσιν αἱ κεντρικαὶ δυνάμεις ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ εἰσὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετράγωνα· ἵν' ὢν ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ ἡ ταχύτης τριπλασιαωθῇ, ἐννεαπλασιαωθῆναι ἀνάγκη τὰς δυνάμεις.

276. Τελευταῖον δὲ τῶν ἀκτίνων Α ἐστῶν, ὡς αἱ διάμετροι $2A$, ὁ λόγος $\Delta = \frac{TT}{2A}$ τῶν κεντρικῶν δυνάμεων παρασαθῆναι δύναται διὰ $\Delta = \frac{TT}{A}$

277. ΠΟΡΙΣΜΑ. Γ΄. Τῶν ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ διὰ ταχυτῆτος ἴσης διατρεχομένων τόξων ὄντων ὡς οἱ χρόνοι (110 Τόμ. Δ΄.), οἱ χρόνοι σημαίνθῆναι δύνανται διὰ τούτων τῶν τόξων· ἢ κληθέντος τῷ χρόνῳ Χ, διὰ συλλογισμῷ ὁ-

μοίᾳ τῷ προτέρῳ ἔσαι $\Delta = \frac{XX}{2A}$, τυτέσιν αἱ κεντρικαὶ δυνάμεις, εἰσὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν χρόνων τετράγωνα.

278. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ΄. Δύω κινητῶν διατρεχόντων ἅμα δύω κύκλους διαφόρους τὸ μέγεθος, αἱ κεντρικαὶ αὐτῶν δυνάμεις ἔσονται ὡς αἱ τῶν κύκλων ἀκτῖνες· αἱ μὲν γὰρ αὐτῶν ταχύτητες ἔσονται ὡς αἱ περιφέρειαι (110. Τόμ. Δ΄.)· αἱ δὲ, ὡς αἱ ἀκτῖνες A. α (Γεωμ. 393), καὶ ἡ ἔκθεσις $\Delta = \frac{TT}{2A}$ γενήσεται $\Delta = \frac{A^2}{2A} = \frac{A}{2}$· ἄρα $\Delta : \delta :: \frac{A}{2} : \frac{\alpha}{2} :: A : \alpha$· ὅθεν δυνατὸν ἀναγάγειν τὴν ἀπόκεντρον δύναμιν, ἣν ἐπιδέξαιντ' ἂν διάφορα σημεῖα σφαίρας ἐν τῇ περὶ τὸν ἄξονα αὐτῆς περιόδῳ.

279. Σῶμά τι τὸ O (χ. 2), κείμενον ἐν τῷ τῆς γῆς ἰσημερινῷ, καταγράφει ἐν ὥραις 23 λεπ. 56 κύκλον ὅλον = 360°, ἧς ἀκτὶς = $1432\frac{1}{2}$ λεύγαις· 360° ἀναχθέντων εἰς λεπτὰ δεύτερα κυκλικὰ, καὶ 23 ὡρῶν καὶ 56 λεπτῶν εἰς λεπ. δευτ. χρονικὰ, ἐὰν ἐκεῖνα διὰ τέτων διαιρεθῇ, εὑρεθήσεται τὸ σῶμα O διανύον ἐν ἑνὶ λεπ. δευτ. τόξον $15^{II},0417$. Τὸ δ' ἓν πλάγιον ἡμίτονον τοιέτε τόξε ληφθὲν ἐκ τῶν πινάκων περιέξει δεκαδικὰ σύμμετρα τῇ γηΐνῃ ἀκτῖνι λαμβανομένῃ ἀντὶ μονάδος, ἢ ὁλοκλήρε ἡμιτόνε· ἀνάγοντες δ' ἓν εἰς γραμμὰς καὶ τὴν γηΐνην ἀκτῖνα = $1432\frac{1}{2}$ λεύγαις, εὑρήσομεν τὴν δύναμιν (Ἀριθμ. 243) τῶν δεκαδικῶν = 7,55 γραμμαῖς περίπε.

280. ά. Ἄρα σῶμα O, κείμενον ἐν τῷ ἰσημερινῷ, ἀποσήσεται τῆς γῆς ἐν ἑνὶ λεπ. δευτ. γραμμὰς 7,55, εἰ μὴ καταχεθείη τῇ τῆς βαρύτητος δυνάμει· καὶ τοιαύτη τίς

ἐσιν ἡ ἀπόκεντρος δύναμις, ἣν πᾶν σῶμα τοιῦτο λαμβάνει ἐκ τῆς περιόδε τῆς γῆς· ἀλλὰ β΄. τῇ βαρύτητι τὰ σώματα διατρέχει ἐν ἐνὶ λεπ. δευτ. πόδας 15, ποσότης ἔχοσα πρὸς 7,55 γραμ. περίπε ὡς 287:1· ἄρα ἡ ἀπόκεντρος δύναμις, ἣν κτᾶται τὰ γήϊνα σώματα ὑπὸ τὸν ἰσημερινὸν ἔσι $\frac{1}{287}$ τῆς βαρύτητος αὐτῶν, καὶ δὴ $\frac{1}{288}$ περίπε τῆς, ἧς ἂν εἶχον, εἰ μὴ περὶ τὴν γῆν ἐκινοῦντο. γ΄. τῶν κεντρικῶν δυνάμεων ἐσῶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετράγωνα (275), ἵνα ἡ περιοδικὴ τῆς γῆς κίνησις καταςβέσῃ πᾶσαν τὴν βαρύτητα τῶν ὑπὸ τὸν ἰσημερινὸν κειμένων σωμάτων, ἑπταικαιδεκαπλασία περίπε γενέσθαι ὀφείλει.

ΣΧΟΛΙΟΝ. Ε΄ςω ΥΤΟ ἰσημερινὸς γήϊνος, καὶ ΥΤΡΟΧ εἷς τῶν μεσημβρινῶν· αἱ κεντρικαὶ ἓν δυνάμεις, ἃς ἐκτήσαντο ἐκ τῆς περιαγωγῆς τῆς γῆς τὰ σώματα Ο, Β, Ρ, ἀναφερόμενα πρὸς κέντρα κινήσεως τὰ Κ, Α, Π, φθίνεσιν ὥσπερ αἱ ἀκτῖνες ΚΟ, ΑΒ, ΠΡ (278), ᾗ δὴ ὥσπερ τὰ συνημίτονα ΚΟ, ΑΒ, ΠΡ τῶν κατ' αὐτὰς γηΐνων πλάτεων ο, ΒΟ, ΡΟ (*).

281. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε΄. Ε'ν τοῖς κινητοῖς τοῖς περίτι σημεῖον κοινὸν κύκλε διαφόρε ὁμοκέντρε καταγράφε-

---

(*) Πλάτος τόπε καλεῖται ἡ αὐτῷ ἀπὸ τῷ ἰσημερινῷ ΥΚΟ ἀπόσασις, λαμβανόμενον ἐπὶ τῷ μεσημβρινῷ ΥΤΡΟΧ· ἐκῶν πλάτος μὲν τῷ τόπῳ Ο ἔσιν = ο· τὸ δὲ τῷ μεσημβρινῷ τόξον, ὅ ἐσι παραπλήρωμα τῷ τόδε τὸ πλάτος καταμετρῶντος τόξε, ἔσι τὸ τεταρτημόριον ΟΤ, ᾧ τὸ ἡμίτονον, ᾗ ἑπομένως τὸ συνημίτονον τῷ κατὰ τὸν Ο τόπον πλάτες, ἔσιν ἡ ἀκτὶς ΟΚ· ῥᾴςα τοίνυν καταφαίνεται, ὅτι τὸ μὲν ΑΒ ἔσι συνημίτονον τῷ πλάτες ΒΟ, τὸ δὲ ΡΠ συνημίτονον τῷ πλάτες ΡΟ.

σιν, ἐπεὶ αἱ κεντρικαὶ δυνάμεις ἐν λόγῳ εἰσὶν ἀντιστρόφῳ τῶν ἀπὸ τῶν ἀποσημάτων τετραγώνων, αἱ ταχύτητες εἰσὶν ἐν λόγῳ ἀντιστρόφῳ τῶν τετραγωνικῶν ῥιζῶν τῶν ἀποσημάτων· ἔσω γὰρ τὸ μὲν ἐλάχιστον ἀπόσημα = 1, τὸ δὲ μέγιστον = A, καὶ ἡ μὲν ἐλαχίστη κεντρικὴ δύναμις = 1, ἡ δὲ μεγίστη = Δ· φημὶ δὴ ὡς ἔστι Δ : 1 :: $\sqrt{1}$: $\sqrt{A}$· ἔστι γὰρ ἐξ ὑποθέσεως Δ : 1 :: 1^2 : A^2· ἄρα $\Delta = \frac{1}{A^2}$ (Συμβ. Λογ. 248). Ἀλλὰ $\Delta = \frac{T^2}{A}$ (276)· παραθέσει ἄρα τῶν δύω δυνάμεων τῆς Δ ἔστι $\frac{T^2}{A} = \frac{1}{A^2}$· ἄρα $T^2 = \frac{A}{A^2}$ (Ἀριθ. 107) $= \frac{1}{A}$ (Συμ. Λογ. 58)· ἄρα $T = \sqrt{\frac{1}{A}}$· ἄρα T : 1 :: $\sqrt{1}$: $\sqrt{A}$ (Συμ. Λογ. 240).

282. ΠΟΡΙΣΜΑ ς'. Ὅταν αἱ ταχύτητες ὦσιν ἐν λόγῳ ἀντιστρόφῳ τῶν ἀποσημάτων, αἱ κεντρικαὶ δυνάμεις Δ ἔσονται ἐν ἀντιστρόφῳ λόγῳ τῶν κατὰ τὰ ἀποσήματα κύβων.

Καὶ γὰρ τηρουμένων τῶν αὐτῶν ὀνομάτων, ἃ καὶ ἐν τῷ ἡγησαμένῳ πορίσματι, ἐκ τῆς ἀναλογίας T : 1 :: 1 : A, ἔσαι $T = \frac{1}{A}$ καὶ $T^2 = \frac{1}{A^2}$· ἄρα $\Delta = \frac{1}{A^2} : A$ (276) $= \frac{1}{A^3}$ (Ἀριθ. 203)· ἄρα Δ : 1 :: 1^3 : A^3.

283. ΠΟΡΙΣΜΑ ζ'. Ὅταν αἱ κεντρικαὶ δυνάμεις ὦσιν ἐν λόγῳ ἀντιστρόφῳ τῶν ἀπὸ τῶν ἀποσημάτων τετραγώνων, τὰ ἀπὸ τῶν περιοδικῶν χρόνων τετράγωνα εἰσὶν ὡς οἱ τῶν ἀποσημάτων κύβοι, εἴτ' ἐν $X^2 : 1^2 :: A^3 :$

1^3· καὶ γὰρ αἱ διανυσθεῖσαι περιφέρειαι διὰ κινήσεως ἰσομερῦς (266), εἰσὶν ὡς $T \times X$ (107)· αἱ δὲ εἰσὶν ὡς αἱ ἀκτῖνες, εἴτ' οὖν τὰ ἀποςήματα A· ἄρα αἱ ἀκτῖνες, ἢ τὰ ἀποςήματα A, εἰσὶν ἀνάλογα τοῖς $T \times X$· ἐξέςαι ἄρα ταῦτα ἐμφῆναι διὰ $A = TX$· ὅθεν $A^2 = T^2X^2$ (Δ).

Ἀντικαταςάσει δὲ ἐν τῇ Δ, $\frac{1}{A}$ ἀντὶ T^2 (281) ἔςαι

$$A^2 = \frac{1}{A} \times X^2 = \frac{X^2}{A}\cdot$$ ἄρα $X^2 = A^3$ (Ἀριθμ. 107)·

ἄρα $X^2 : 1^2 :: A^3 : 1^3$ (Συμ. Λογ. 240).

284. ΠΟΡΙΣΜΑ Η΄. Ὅταν τὐναντίον τὰ ἀπὸ τῶν περιοδικῶν χρόνων τετράγωνα ὦσιν ὡς οἱ τῶν ἀποςημάτων κύβοι, αἱ κεντρικαὶ δυνάμεις ἔσονται ἐν λόγῳ ἀντιςρόφῳ τῶν ἀπὸ τῶν ἀποςημάτων τετραγώνων· ἔςι γὰρ (283) $X^2 : 1^2 :: A^3 : 1^3$, ὅθεν (Συμ. Λογ. 238) $X^2 = A^3$· ὐκοῦν ἡ ἐξίσωσις $A^2 = T^2X^2$ (283) γενήσεται $A^2 = T^2A^3$· ὅθεν $T^2 = \frac{A^2}{A^3}$, ἢ $T^2 = \frac{1}{A}$· ἀλλὰ

$$\Delta = \frac{T^2}{A}\ (276)\cdot$$ ἄρα $\Delta = \frac{1}{A} : A = \frac{1}{A^2}$· ὅθεν πρόεισιν ἡ προεκφρασθεῖσα ἀναλογία $\Delta : 1 :: 1^2 : A^2$.

285. ΘΕΩΡΗΜΑ Β΄. Ἡ ταχύτης, ἧς δεῖται σῶμα, ἵνα περί τι σημεῖον κύκλον καταγράψῃ· ἴση ἐςὶ τῇ, ἣν ἂν προσκτήσαιτο ἐκ τῆς ἐπικέντρου δυνάμεως, ἐλευθέρως καταπίπτον διὰ τῆς ἡμισείας ἀκτῖνος.

ΔΕΙΞΙΣ. Τὸ διανυσθὲν διάςημα ὑπὸ τῆς ἐπικέντρου δυνάμεως ἔςι καθ' ὑπόθεσιν $\frac{A}{2}$, ὅπερ ἐςὶν ὡς τὸ ἀπὸ τοῦ

δαπανηθέντος εἰς τοῦτο χρόνου τετράγωνον (151)· ἔστιν ἄρα $\frac{A}{2} = X^2$.

Παρὰ ταῦτα δὲ ἐν διαφόροις ἐπικέντροις δυνάμεσι ταῖς κατὰ κύκλους διαφόρους ὁμοκέντρους, τὸ διάστημα $\frac{A}{2}$ ἴσον ἔσαι τῷ γινομένῳ ἐκ τοῦ ἀπὸ τοῦ χρόνου τετραγώνου, καὶ τῆς ἐπικέντρου δυνάμεως· δῆλον γὰρ, ὡς τῶν ἄλλων μενόντων τῶν αὐτῶν, τὸ διανυόμενον διάστημα ἔσαι διπλοῦν, τριπλοῦν κτ. τῆς ἐπικέντρου δυνάμεως ἔσης διπλῆς, τριπλῆς κτ· ἐκοῦν ἔσαι $\frac{A}{2} = X^2 \times \Delta^2 = X^2\Delta$· ἄρα (Συμβ. Λογ. 393) $A = 2\Delta X^2$. (A).

Ἀλλὰ α΄. ἐν κινήσει ἰσομερεῖ τὸ διανυόμενον διάστημα $\frac{A}{2}$ ἔστιν $= TX$ (107)· ἄρα $T = \frac{A}{2X}$ (Ἀριθμ. 108)·

β΄. ἡ ταχύτης T, ἣν ἔχει τὸ κινητὸν κατελθὸν τὸ $\frac{A}{2}$, ἔστιν ἴση τῇ, ἧς ἂν αὐτῷ ἔδει, ἵνα διανύσειε τὴν ὅλην ἀκτῖνα (155)· ἄρα ἡ ταχύτης αὕτη παρασαθήσεται διὰ $T = \frac{A}{X}$.

Ἀντικατασάσει ἀντὶ A τῆς δυνάμεως $2TX^2$, καὶ ἀναγωγῇ, ἔσαι $T = 2\Delta X$· ἄρα $X = \frac{T}{2\Delta}$· ἄρα $X^2 = \frac{T^2}{4\Delta^2}$.

Ἀντικατασάσει νῦν ἐν τῇ A ἐξισώσει ταύτης τῆς δυνάμεως ἀντὶ X^2, ἔσαι $A = \frac{T^2}{2X}$· ἄρα $T^2 = 2\Delta A$, καὶ $T = \sqrt{2\Delta A}$.

Φημὶ ἓν ὡς ἡ ἐν τῷ κύκλῳ ἀναγκαία ταχύτης ἔσι $\sqrt{2\Delta A}$· ϗ γὰρ ἐκ $\Delta = \frac{T^2}{2A}$ (276) ἀποφέρεται $T^2 = 2\Delta A$, ϗ $T = \sqrt{2\Delta A}$· ὅθεν κτ. Ο.Ε.Δ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΙΚΟΣΤΟΝ ΕΒΔΟΜΟΝ.

Περὶ τῆς ἐν ταῖς Κωνικαῖς τομαῖς κινήσεως.

286. ΘΕΩΡΗΜΑ Α΄. Ὅταν σῶμα καμπύλην καταγράφῃ τὴν ΣΜΔ (χ. 5), ϗ ἡ βαρύτης αὐτῷ, ἢ ἡ ἐπίκεντρος δύναμις Δ, ἀεὶ φέρηται πρὸς τὸ αὐτὸ σημεῖον ε, αὕτη ἡ δύναμις Δ ἐν ἑκάστῳ σημείῳ Μ τῆς καμπύλης παρασαθήσεται διὰ τῆς ὀρθίας ἀκτῖνος εΜ = ρ, διαιρεθείσης διὰ τοῦ παραγομένου ἐκ τοῦ κύβου (ψ^3) τῆς καθέτου εΓ (ψ), τῆς ἐπιζευγνυμένης ἐκ τοῦ σημείου ε ἐπὶ τὴν ἀπτομένην ΜΓ κατὰ τὸ σημεῖον Μ, ϗ ἐκ τοῦ διπλοῦ τῆς ἀκτῖνος τῆς καμπυλότητος Μτ = 2ξ· τουτέσι $\Delta = \frac{P}{2\psi^3\xi}$, τηρουμένων ἀμέλει τῶν ὀνομάτων ὡς ἐν Τ΄ψ. Γ. 239.

ΔΕΙΞΙΣ. Ε΄ἀν τῶν δύω ταχυτήτων, ὧν ἔχει τὸ κινητὸν ἐν δυσὶ διαφόροις σημείοις τῆς καμπύλης, ἡ μὲν ἐλάττων ἐκληφθῇ ὡς 1, ἡ δὲ μείζων κληθῇ Τ, ϗ τῶν δύω καθέτων τῶν ἐκ τούτων τῶν σημείων ἐπὶ τὰς ἀπτομένας ἀγομένων, ἡ μὲν ἐλάττων ἐκληφθῇ 1, ἡ δὲ μείζων Ψ, ἐπεὶ αἱ ταχύτητες ἐν λόγῳ εἰσὶν ἀντιστρόφῳ (268) τούτων τῶν καθέτων, ἔσαι ἡ ἐφεξῆς ἀναλογία ἡ μείζων ταχύτης Τ πρὸς τὴν ἐλάσσω 1, ὡς ἡ ἐλάσσων κάθετος 1 πρὸς τὴν μείζω ψ, εἶτ' ἓν Τ : 1 :: 1 : ψ· ἄρα

$T = \frac{1}{\psi}$· ὀκῶν ἡ γενικὴ ἔκθεσις τῆς ταχύτητος, ἐν ἐνὶ σημείῳ M τῆς καμπύλης ἔσαι $T = \frac{1}{\psi}$ (*)· ὅθεν $T^2 = \frac{1}{\psi^2}$· ἀλλὰ ἡ ἐπίκεντρος δύναμις ἀναφερομένη πρὸς τὸ κ κέντρον τῆς κατὰ καμπυλότητα ἀκτῖνος, ἔσι $\frac{T^2}{2\xi}$ (Γ. ψ. Γ. 239, ϗ ἐνταῦθα 276)· ἀντικατασάσει ἄρα ἀντὶ T^2 τῆς προεκτεθείσης αὐτῆς δυνάμεως, ἔσαι $\frac{1}{\psi^2} : 2\xi = \frac{1}{2\psi^2\xi}$, ἥ ἐσιν ἔκθεσις τῦ πλαγίυ ἡμιτόνυ Mζ, δυνάμεως ἐπὶ κέντρυ ὡς πρὸς τὸ σημεῖον κ.

Ἐπὶ τύτοις Mχ, ἐν ταύτῃ τῇ περιπτώσει, ἐμφανεῖ τὴν ἐπίκεντρον δύναμιν, ἀναφερομένην εἰς τὸ σημεῖον ε· ἀλλ' ἐκ τῶν ὁμοίων τριγώνων Mχζ, MεK (Γ. ψ. Γ. 244)· ἔσι $M\zeta = \frac{1}{2\psi^2\xi} : M\chi :: \varepsilon K = \psi : \varepsilon M = \rho$· ἄρα $M\chi = \Delta = \frac{\rho}{2\psi^3\xi}$ (Συμβ. Λογ. 250)· ἄρα κτ. Ο. Ε. Δ.

287. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐπεὶ ἄτρεπτον τὸ 2, ὃ διαιρεῖ

(*) Ἐν γένει δυεῖν ποσοτήτων Π, π, ἀντιπεπονθότα λόγον ἐχυσῶν πρὸς δύω ποσότητας Ξ, ξ, δυνατὸν ἀεί ἐσιν εἰπεῖν, ὅτι $\Pi = \frac{1}{\Xi}$, ἢ $\Xi = \frac{1}{\Pi}$· ϗ γὰρ ἐν τῇ ἀναλογίᾳ Π : π :: ξ : Ξ, ἀεὶ δυνάμεθα ὑποθεῖναι π ϗ ξ = 1, εἶτ' ἓν ποιῆσαι Π : 1 :: 1 : Ξ· ὅθεν $\Pi = \frac{1}{\Xi}$, ϗ $\Xi = \frac{1}{\Pi}$.

τὸ $\frac{\rho}{\psi^3\xi}$, ἀεὶ ἐξέσαι δηλῶσαι τὴν κεντρικὴν δύναμιν διὰ

$\Delta = \frac{\rho}{\psi^3\xi}$.

288. ΘΕΩΡΗΜΑ Β΄. Ε᾽ἀν, ἐν ἡτινιοῦν κωνικῇ τομῇ, ἡ ἐπίκεντρος δύναμις Δ, ἡ ἄγουσα τὸ σῶμα πρὸς καταγραφὴν ταύτης τῆς κωνικῆς τομῆς, φέρηται πρὸς ἑστίαν, ἔσιν ἀναγκαίως ἐν λόγῳ ἀντιστρόφῳ τῶν ἀπὸ τῶν ἀποσημάτων τετραγώνων.

ΔΕΙΞΙΣ α΄. Α᾽ἐὶ ἐν ταύτῃ τῇ περιπτώσει ἡ ἀκτὶς τῆς καμπυλότητος ξ, ἴση ἐστὶ τῷ κύβῳ τῷ ἀπὸ τῆς ὀρθίας ἀκτῖνος εΜ (ρ^3), διαιρεθέντι διὰ τοῦ κύβου τῆς καθέτου εΚ (ψ^3), εἴτ᾽οὖν $\xi = \frac{\rho^3}{\psi^3}$ (Τ΄ψ. Γ. 244)· β΄. ἡ ἀπαιτουμένη πρὸς καταγραφὴν τῆς καμπύλης ἐπίκεντρος δύναμις ἔσι $\Delta = \frac{\rho}{\psi^3\xi}$. Β· ἀντικατασάσει ἄρα ἀντὶ ξ τῆς κατ᾽αὐτὴν δυνάμεως ἐν τῇ Β ἐξισώσει, ἔσαι $\Delta = \frac{\rho}{\psi^3} = \frac{\psi^3}{\rho^3} = \frac{1}{\rho^2}$· ἀλλὰ $\rho^2 = \varepsilon M^2$, ἔσι τὸ ἀπὸ τοῦ ἀποσήματος τετράγωνον, ᾧ ἡ ἔκθεσις $\Delta = \frac{1}{\rho^2}$, δηλοῖ τὴν κεντρικὴν δύναμιν Δ, ἐν ἀντιστρόφῳ λόγῳ οὖσαν τοῦ ἀπὸ τῆς ρ τετραγώνου (Σημ. 286)· ἄρα κτ. Ο. Ε. Δ.

289. ΘΕΩΡΗΜΑ Γ΄. Ε᾽ἀν ἐν κωνικῇ τομῇ ἐγερθῇ ἀπὸ τοῦ πέρατος ν^1 (κ. 5, 6) τόξου ἀπείροσου τοῦ $\nu M \nu^1$ κάθετος νυ (ψ) τῇ ὀρθίᾳ ἀκτῖνι εΜ, ἡ ἐπίκεντρος δύναμις Δ, ἐν τῷ σημείῳ Μ, ἴση ἔσαι τῷ ἀπὸ ταύτης τῆς

καθέτῳ τετραγώνῳ, διαιρεθέντι διὰ τῆς κατὰ τὴν κωνικὴν τομὴν παραμέτρου π.

ΔΕΙΞΙΣ. Τὰ τρίγωνα MζΧ, ν'υχ, ἐπεὶ ἡ γωνία ζ = υ, καὶ αἱ κατὰ τὸ χ γωνίαι, ὡς κατα κορυφὴν ἀντικείμεναι, ἴσαι, εἰσὶν ὅμοια· ἄρα $M\chi = \Delta : M\zeta = \frac{\upsilon^2}{2\xi}$ (Υ'ψ. Γ. 240) :: $\nu'\chi = \upsilon : \nu'\upsilon = \psi$· ἄρα $\Delta = \frac{\upsilon^3}{2\xi\psi}$ (Β).

Τὰ τρίγωνα MεΚ, ν'υχ, ἐπεὶ ἡ ὀρθὴ γωνία Κ = υ, καὶ ἡ χ γωνία τῷ νυχ τριγώνῳ ἴση τῇ ὑπὸ εΜΚ, διὰ τὰς παραλλήλους νν', ΜΚ, εἰς ἃς ἐμπίπτει ἡ εΜ, εἰσὶν ὅμοια· ἄρα εΜ = ρ : εΓ = ψ :: ν'χ = υ : ν'υ = ψ· ἄρα $\frac{\rho}{\psi} = \frac{\upsilon}{\psi}$ (Συμβ. Λογ. 186)· ἄρα $\frac{\rho^3}{\psi^3} = \frac{\upsilon^3}{\psi^3}$.

Ἀλλὰ $\xi = \frac{B^3\rho^3}{A\psi^3}$ (Υ'ψ. Γ. 244), τῷ μὲν Α τὸν πρῶτον δηλοῦντος ἡμιάξονα, τῷ δὲ Β τὸν δεύτερον (Υ'ψ. Γ. 240), ἀντικαταστάσει ἔσαι $\xi = \frac{B^3\psi^3}{A\upsilon^3}$· τιθεμένης ἄρα ἐν τῇ ἐξισώσει Β ταύτης τῆς δυνάμεως ἀντὶ ξ, ἔσαι $\Delta = \frac{\upsilon^3}{2\psi} \times \frac{A\psi^3}{B^2\upsilon^2}$ (Ἀριθμ. 204) $= \frac{A\psi^3}{2B^2}$· ἔστι δὲ τοῦτο ἴσον τῷ ἀπὸ υ τετραγώνῳ, διαιρεθέντι διὰ τῆς παραμέτρου π $= \frac{2B^2}{A}$ (Υ'ψ. Γ. 169)· καὶ γὰρ $\psi^2 : \frac{2B^2}{A} = \psi^2 \times \frac{A}{2B^2} = \frac{A\psi^2}{2B^2}$· ἄρα ἡ ἐπίκεντρος δύναμις Δ, ἴση ἐστὶ τῷ ἀπὸ

τῆς καθέτου τετραγώνῳ y^2, διαιρεθέντι διὰ τῆς κατὰ τὴν κωνικὴν τομὴν παραμέτρου $\pi = \frac{2B^2}{A}$. Ο. Ε. Δ.

290. ΘΕΩΡΗΜΑ Δ΄. Ὅταν πολλὰ ἅμα κινητὰ περὶ τὴν αὐτὴν ἑσίαν ε κωνικὰς τομὰς καταγράφωσι, τὰ ἐμβαδὰ τῶν κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον καταγραφομένων τομέων ἀνάλογά εἰσι ταῖς τετραγωνικαῖς ῥίζαις τῶν κατὰ τὰς μεγάλας ἄξονας αὐτῶν παραμέτρων.

ΔΕΙΞΙΣ· ἔστι γὰρ (289) $M\chi = \Delta = \frac{y^2}{\pi}$ ἄρα $M\chi \times \pi = y^2$· ἀλλ' ἡ ἐπίκεντρος δύναμις $M\chi = \frac{1}{\rho^2} =$ $\frac{1}{\varepsilon M^2}$ (288)· ἄρα $\frac{1}{\varepsilon M^2} \times \pi = y^2 = \frac{\pi}{\varepsilon M^2}$· ἄρα $\pi = y^2 \times \varepsilon M^2$· ἄρα $\sqrt{\pi} = \sqrt{y^2 \times \varepsilon M^2}$· ἀλλ' ἡ τετραγωνικὴ ῥίζα τῦ $y^2 \times \varepsilon M^2$ ἔστιν ἀνάλογος τῷ ἐμβαδῷ τῦ τομέως, ἢ τῦ τριγώνυ $\varepsilon M\nu^I$· ἐπεὶ $\sqrt{y^2 \times \varepsilon M^2} = \nu \times \varepsilon M$, ἢ $\nu^I \upsilon \times \varepsilon M$· ἐπεὶ ἄρα τὸ ἐμβαδὸν τῦ τριγώνυ $\varepsilon M\nu^I = \frac{\nu^I \upsilon \times \varepsilon M}{2}$ (Γεωμ. 285), $\sqrt{\pi}$ ἔστιν ἀνάλογος $\tau\tilde{\omega} \frac{\nu\upsilon \times \varepsilon M}{2}$, ᾗ δὴ ᾗ τῷ $\nu\upsilon \times \varepsilon M$ (Συμβ. Λογ. 241) ᾗ τἀναντίον. Ο. Ε. Δ.

291. ΠΟΡΙΣΜΑ. Τὸ ὅλον ἐμβαδὸν Σ ἑκάστης ἐλλείψεως ἔστιν ὡς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆς τετραγωνικῆς ῥίζης τῆς π παραμέτρυ αὐτῆς, ᾗ τῦ περιοδικῦ χρόνυ Χ· εἴτ' ἦν $\Sigma = \sqrt{\pi X}$· ὁ γὰρ περιοδικὸς χρόνος ἔστιν ὡς τὸ πηλίκον τῦ ὅλυ ἐμβαδῦ, διαιρεθέντος διὰ τῦ ἐμβαδῦ τῦ διατρεχο-

μένω τομέως ἐν χρόνῳ τινὶ δεδομένῳ (267)· ἀλλὰ τὸ ἐμβαδὸν τῦ ἐν δεδομένῳ χρόνῳ καταγραφομένω τομέως ἔσιν ἀνάλογον τῇ $\sqrt{\pi}$ (290), ϗ δὴ δηλωθῆναι δύναται διὰ $\sqrt{\pi}$· ἄρα $\sqrt{\pi} \times X$ ἐμφαίνει τὸ ὁλικὸν ἐμβαδὸν ἐκάσης ἐλλείψεως (Αριθμ. 107)· ἄρα $\Sigma = \sqrt{\pi X}$· παρὰ ταῦτα ἐπεὶ τὸ ἐμβαδὸν Σ ἁπάσης ἐλλείψεως ἴσον ἐςὶ τῷ ἐμβαδῷ κύκλω, ἕ ἡ διάμετρος χ μέση εἴη ἀνάλογος τῦ μείζονος ϗ τῦ ἐλάσσονος τῶν ἀξόνων (Τ'ψ. Γ. 102), ἀνάλογον ἔσαι τῷ γινομένῳ ὑπὸ 2α, ϗ 2β (Συμβ. Λογ. 248) ϗ δὴ τῷ ὑπὸ α, ϗ β (Συμβ. Λογ. 247)· ἄρα $\sqrt{\pi} \times T = \alpha\beta$.

292. ΘΕΩΡΗΜΑ Ε'. Ε'ν ἐλλείψεσι, κοινὴν ἐχούσαις ἑξίαν, πρὸς ἣν φέρεται ἡ κεντρικὴ δύναμις, τὰ ἀπὸ τῶν περιοδικῶν χρόνων τετράγωνα εἰσὶν ὡς οἱ κύβοι τῶν ἀποσημάτων.

ΔΕΙΞΙΣ· Ε'ςι γὰρ $\pi = \frac{2\beta^2}{2}$ (Τ'ψ. Γ. 169)· ἄρα

$\alpha\pi = 2\beta^2$· ἄρα $\frac{\alpha\pi}{2} = \beta^2$· πολλαπλασιασμῷ διὰ α^2,

$\frac{\alpha^3\pi}{2} \alpha^2\beta^2$· ὅθεν $\frac{\alpha^3\pi}{2} = \pi \times X^2$· ἄρα $\frac{\alpha^3}{2} = X^2$· ἄρα,

ἐπεὶ ἄτρεπτος ὁ 2 διαιρέτης, α^3 ἔσιν ἀνάλογον τῷ X^2, καὶ τἀμπαλιν· ἄρα τὰ X^2 τετράγωνα τῶν περιοδικῶν χρόνων εἰσὶν ὡς οἱ τῶν ἀποσημάτων κύβοι α^3. Ο. Ε. Δ.

293. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ε'ν ἐλλείψει ἐπεὶ ἡμέση ἀπόσασις ἀπὸ τῆς ἑξίας ἔσιν ὁ μέγας ἡμιάξων (84) τὰ ἀπὸ τῶν περιοδικῶν χρόνων τετράγωνων, ἐπὶ τῶν διαφόρως ἐλλείψεις ὁμεσίως γραφόντων σωμάτων, ἔσονται ὡς οἱ κύβοι τῶν μέσων ἀποσημάτων· ϗ τοιός δε ὑπάρχει ὁ νόμος,

ὃν ἀνεκάλυψε Κέπλερος ἐν τῇ περὶ τὸν ἥλιον κινήσει τῶν πλανητῶν.

294. Ἐγνωσμένων τῶν περιοδικῶν χρόνων τῶν πλανητῶν, καὶ ἑνὸς αὐτῶν, τῆς γῆς τυχόν, τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡλίου ἀποσήματος, διὰ τοῦ προεκτεθέντος νόμου, εὑρεῖν ὡς ἔγγιστα δυνησόμεθα τὰ πάντων τῶν λοιπῶν ἀπὸ τοῦ ἡλίου ἀποσήματα.

Ἔστω ὁ περιοδικὸς τῆς γῆς χρόνος ὥραι 8766, καὶ 5392 (*) ὁ τῆς Ἀφροδίτης, καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ ἡλίου τῆς γῆς ἀπόσημα 34760000 (**)· τετραγωνιωθέντων ἓν τῶν δύω ἀριθμῶν, καὶ τοῦ τρίτου κυβιωθέντος, γενέσθω μέθοδος τῶν τριῶν· $8766^2 : 5392^2 :: 34760000^3 : \chi^3$· ἐξαχθείσης δὲ τῆς κυβικῆς ῥίζης ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ ἴσου τῷ χ^3, εὑρεθήσεται τὸ τῆς Ἀφροδίτης ἀπὸ τοῦ ἡλίου ἀπόσημα.

295. Ὡσάυτως ἐγνωσμένων τῶν κατὰ τὰς δορυφόρους περιόδων, καὶ ἑνὸς τῶν τοῦ Διὸς φέρε τοῦ ἀπὸ τοῦ Διὸς αὐτοῦ ἀποσήματος, ἢ τοῦ ἑνὸς τῶν τοῦ Κρόνου ἀπὸ τοῦ Κρόνου αὐτοῦ, εὑρεθήσεται καὶ τῶν λοιπῶν τὸ ἀπὸ τοῦ ἀρχικοῦ αὐτῶν πλανήτου ἀπόσημα διὰ τῆς ἑξῆς τῶν τριῶν μεθόδου: Τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τοῦ περιοδικοῦ χρόνου τοῦ δορυφόρου τοῦ Διὸς πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ περιοδικοῦ χρόνου ἄλλου δορυφόρου τοῦ αὐτοῦ Διὸς ἔστιν ὡς ὁ κύβος τοῦ ἀπὸ τοῦ Διὸς ἀποσήματος τοῦ δοθέντος δορυφόρου πρὸς τὸν κύβον καὶ τοῦ ἀποσήματος τοῦ δευτέρου.

296. Ἡ μέθοδος αὕτη τοῦ ὁρίζειν τὰ τῶν ἀστέρων ἀποσήματα ἐκλαμβάνεται τοῖς ἀστρονόμοις ἡ πασῶν

(*) Τίθενται ἀκριβεῖς ἐνταῦθα οἱ περιοδικοὶ χρόνοι, ὡς ὀψόμεθα ἐν τῇ Ἀστρονομίᾳ.

(**) Ὡς καὶ τοῦτο φανήσεται ἐν τῇ Ἀστρονομίᾳ.

ἀκριβεσέρα, δι' ἧς θηρεύεται ὡς ἔγγισα ὁ λόγος τῦ ἀποσήματος τῆς γῆς ἀπὸ τῦ ἡλίυ πρὸς τὰ τῶν ἄλλων πλανητῶν ἀποσήματα· ἐὰν ὃν ἀκριβῶς γινώσκηται τὸ τῆς γῆς ἀπὸ τῦ ἡλίυ ἀπόσημα, τἄλλα γνωσθήσεται ἀπολύτως· ἀλλ' ἡ δυχέρεια τῦ εὑρεῖν ἀκριβῶς τὴν τῦ ἡλίυ παράλλαξιν, περὶ ἧς ἐρῦμεν ἐν τοῖς ἐφεξῆς, καταλείπει ὑπέρτε τῦ τῆς γῆς, ϗ τῶν ἄλλων πλανητῶν, ἀποσήματος ἀβεβαιότητα περὶ π υ $\frac{1}{100}$.

297. ΘΕΩΡΗΜΑ. ς'. Ἐν ἁπάσῃ κωνικῇ τομῇ αἱ ταχύτητες, ἃς κτᾶται τὸ κινητὸν ἐν διαφόροις σημείοις τῆς καμπύλης, εἰσὶν ὡς ἡ τετραγωνικὴ ῥίζα ($\sqrt{\pi}$) τῆς παραμέτρυ, διαιρεθεῖσα διὰ τῶν καθέτων Ψ τῶν ἀπὸ τῆς ἑσίας ἐπὶ τὰς ἁπτομένας ἀγομένων.

ΔΕΙΞΙΣ. Εἰσὶ γὰρ αἱ ταχύτητες ἐν λόγῳ ἀντιστρόφῳ τῶν καθέτων Ψ (286)· ὅθεν (Σημ. 286.) $T = \frac{1}{\Psi}$· ἀλλ' ἐπεὶ ἄτρεπτος ἡ π, ϗ δὴ ϗ $\sqrt{\pi}$ ἐν τῇ αὐτῇ τομῇ, δυνατὸν ποιῆσαι $\sqrt{\pi} = 1$. ϗ δὴ $T = \frac{\sqrt{\pi}}{\Psi}$ Ο. Ε. Δ.

298. ΠΟΡΙΣΜΑ. Α'. Ἡ ταχύτης τῦ κινητῦ κατὰ τὴν κορυφὴν κωνικῆς τινος τομῆς (χ. 4.) πρὸς τὴν ἐν κύκλῳ, ἔχοντι ἀκτῖνα τὴν ΣΑ, ἔσιν ὡς ἡ τετραγωνικὴ ῥίζα τῆς παραμέτρυ τῆς τομῆς πρὸς τὴν τετραγωνικὴν ῥίζαν τῦ 2ΣΑ.

Καὶ γὰρ διὰ τὰ ἴσα ἀποσήματα ΣΑ ἔν τε κύκλῳ ϗ ἐν ἑτέρᾳ τομῇ τῇ ΑΒΓΔ, αἱ ταχύτητες ἔσονται ὡς αἱ τετραγωνικαὶ ῥίζαι τῶν παραμέτρων (297)· ἀλλ' ἐν κύκλῳ ἡ παράμετρος $\pi = 2\Sigma A$ (Υ'ψ. Γ. 99.)· ἄρα $T : \tau :: \sqrt{\pi} : \sqrt{2\Sigma A}$· ἀλλ' ἔσιν ἐν μὲν τῇ παραβολῇ π

$= 4\Sigma A$, ἐν δὲ τῇ ἐλλείψει $\pi < 4\Sigma A$, ἐν δὲ τῇ ὑπερβολῇ $\pi > 4\Sigma A$ (Τ'ψ. Γ'. 252)· ἄρα ἡ ἐν τῷ A ταχύτης ἐν μὲν τῇ παραβολῇ ἔσαι πρὸς τὴν ἐν τῷ κύκλῳ ταχύτητα ὡς ἡ τετραγωνικὴ ῥίζα τοῦ $4\Sigma A$ πρὸς τὴν τετραγωνικὴν ῥίζαν τοῦ $2\Sigma A$, καὶ ἐπεὶ $4\Sigma A : 2\Sigma A :: 2 : 1$, ἐντεῦθεν ἄρα $\sqrt{4\Sigma A} : \sqrt{2\Sigma A} :: \sqrt{2} : \sqrt{1}$ (Συμβ. Λογ. 263)· ἄρα ἡ ἐν τῷ A ἐπὶ τῆς παραβολῆς ταχύτης ἔσαι πρὸς τὴν ἐπὶ τοῦ κύκλου :: $\sqrt{2} : \sqrt{1}$· ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως ἔσαι ἐλάττων ἢ $\sqrt{4\Sigma A} : \sqrt{2\Sigma A}$, ᾗ δὴ ἐλάττων ἢ $\sqrt{2} : \sqrt{1}$· ἐπὶ δὲ τέλος τῆς ὑπερβολῆς ἔσαι μείζων ἢ $\sqrt{2} : \sqrt{1}$ (*)

299. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ε'ὰν ἄρα σώματι, ἀγόμενον ὑπὸ μιᾶς ἡστινοσοῦν ἐπικέντρου δυνάμεως, ἢ ἂν εἴη ἐν λόγῳ ἀντιστρόφῳ τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ ἀποσήματος σημείου τινὸς ὡς ἑστίας θεωρουμένου τῆς καταγραφομένης καμπύλης, διαγράψει πάντως τῇ κινήσει κωνικὴν τομήν· ᾗ γὰρ ἤτοι ἡ ταχύτης ἔσεται ἴση τῇ, ἣν ἂν προσκτήσαιτο, ἐλευθέρως πίπτον πρὸς τὸ ἥμισυ τοῦ ἀποσήματος τῆς ἑστίας (282), ᾗ δὴ καταγράψει κύκλον, ἢ ἡ ταχύτης, καθ' ἣν φέρεται, πρὸς τὴν ταχύτητα, ἣν ἂν ἐκτήσατο, γράφον κύκλον ὑσοϋψῆ, ἔστιν ἐν λόγῳ $\sqrt{2} : 1$, ᾗ δὴ τὸ γραφησόμενον ἔσαι παραβολή, ἢ ἐκείνης πρὸς ταύτην ὁ λόγος ἐλάττων ἢ $\sqrt{2} : 1$, καὶ γραφήσεται ἔλλειψις, ἢ τέλος μείζων, ᾗ γραφήσεται ὑπερβολή (298).

300. ΘΕΩΡΗΜΑ Ζ'. Ἡ ταχύτης ἐπὶ τοῦ πέρατος

(*) Ε'ν ἁπάσαις ταύταις ταῖς περιπτώσεσι ἀ. ὁ λόγος, εἴτ' ὢν τὸ πηλίκον, ἐκλαμβάνεται ὡς προϊὸν διαιρέσει τοῦ ἡγουμένου $\sqrt{2}$ διὰ τοῦ ἑπομένου $\sqrt{1}$· β'. ἐπεὶ $\sqrt{1} = 1$ (Συμβ. Λογ. 82) ὁ λόγος $\sqrt{2} : \sqrt{1}$ ταυτίζεται τῷ $\sqrt{2} : 1$

τῦ ἐλάττονος ἄξονος τῆς ἐλλείψεως ἴση ἐςὶ τῇ ἐν κύκλῳ διὰ τῦ αὐτῦ γραφέντος διασήματος.

ΔΕΙΞΙΣ. Η κάθετος, ἡ ἀπὸ τῆς ἑςίας ἐπὶ τὴν ἀπτομένην κατὰ τὸ σημεῖον, καθ' ὃ περατῦται ὁ ἐλάσσων ἄξων, ἀγομένη, ἴση ἐςὶ τῷ ἡμιάξονι· β. ἡ γὰρ ἡ ἀπτομένη, ἡ ἐπὶ τὸ πέρας Γ τῦ ἐλάττονος ἄξονος ἀγομένη, παράλληλος ἔσαι τῷ μείζονι ἄξονι, ἥτε κέθετος, ἡ ἐκ τῆς ἑςίας Σ (κ. 4) ἐπὶ τὴν ἀπτομένην ταύτην ἀγομένη, ἡ ὁ ἐλάσσων ἡμιάξων ΓΝ, ἔσονται δύω κάθετοι ἀπολαμβανόμεναι ὑπὸ δύω παραλλήλων, καὶ ἑπομένως ἴσαι· ἔςι δὲ ἡ τῆς ἐλλείψεως παράμετρος $\frac{2\beta^2}{\alpha}$ (Υ'ψ. Γεωμ. 169) ὅθεν ἡ ταχύτης, ἡ πρὸς τῷ πέρατι τῦ ἐλάσσονος ἄξονος, ἔςιν ὡς $\sqrt{\frac{2\beta^2}{\alpha}} : \beta$ (297) $= \frac{1}{\beta} \times \sqrt{\frac{2\beta^2}{\alpha}}$ (Αριθμ. 203) $= \sqrt{\frac{2\beta^2}{\alpha\beta^2}}$ (Συμβ. Λογ. 167)· ἄρα Τ $= \sqrt{\frac{2}{\alpha}}$. ἀκῦν ἐν κύκλῳ, ἀκτῖνα ἔχοντι ΣΟ $= \alpha$, ἔςιν ἡ ταχυτὴς Τ $= \frac{\sqrt{2\alpha}}{\alpha}$ (Υ'ψ.Γ.99, 297) $= \sqrt{\frac{2\alpha}{\alpha^2}}$ (Συμβ. Λογ. 82) $= \sqrt{\frac{2}{\alpha}}$. ἀκῦν ἡ ταχυτὴς ἔσαι ἐπὶ τῦ κύκλυ, ὥσπερ καὶ ἐπὶ τῆς ἐλλείψεως, ἐν τῇ περιπτώσει τῦ θεωρήματος, ἐμφαινομένη διὰ τῦ $\sqrt{\frac{2}{\alpha}}$. Ο. Ε. Δ.

ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐπεὶ τοίνυν, ἐν διαφόροις ὁμοκέντροις κύκλοις, αἱ ταχύτητες εἰσὶν ἐν ἀντιστρόφῳ λόγῳ τῶν ῥιζῶν τῶν ἀποσημάτων (286), αἱ μέσαι ταχύτητες σω-

μάτων, καταγραφόντων διαφόρους ἐλλείψεις, ἔσονται ὡσάυτως ἐν λόγῳ ἀντιστρόφῳ τῶν τετραγωνικῶν ῥιζῶν τῶν ἀποσημάτων· ἕτερος ἔτος νόμος (293), ὃν Κέπλερος ἐσημείωσεν ἐν τῇ τῶν πλανητῶν περὶ τὸν ἥλιον κινήσει.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΙΚΟΣΤΟΝ ΟΓΔΟΟΝ.

Περὶ τῶν νόμων τῆς συγκρέσεως.

301. Σύγκρεσις ἀκέει, ὅταν σῶμα τὸ Α προσβάλλῃ σώματι ἑτέρῳ τῷ Β (χ. 7), ᾗ νόμοι συγκρέσεως, ἢ μεταδόσεως ἀλλήλοις τῆς κινήσεως, οἱ παρατηρέμενοι ἐν τῇ σώματος πρὸς σῶμα προσβολῇ.

Καὶ εὐθετα μὲν ἡ σύγκρεσις, ἡνίκα τὸ συγκρεῦον φέρηται τῷ συγκρεομένῳ κατὰ κάθετον τὴν ΓΔΖ, λοξὴ δὲ, ὅταν φέρηται μὴ κατὰ κάθετον ἀλλὰ πλαγίως.

302. Σῶμα, σκληρὸν μέν ἐσι τὸ ἐν τῷ συγκρέεσθαι μὴ ἀλλοιούμενον τὸ σχῆμα, ἢ τὸ ἀνένδοτον μένον ἐν τῷ καταθλίβεσθαι· ἐλασικὸν δὲ, ὃ συγκρεόμενον, ἐνδίδωσι μὲν ᾗ μεταβάλλει τὸ σχῆμα, ἀφάλλεται δὲ μετὰ τὴν σύγκρεσιν, ᾗ ἐπαναλαμβάνει τὸ πρότερον σχῆμα· εἰσὶ δὲ τοιάδε πολλὰ, μέταλλα, ξύλα, ὀσᾶ, κτ. ἄπαλὸν δὲ, ὃ συγκρεόμενον, ἀλλοιοῦται τὸ σχῆμα, ᾗ ἠλλοιωμένον μένει ᾗ μετὰ τὴν κατάθλιψιν, οἷον ὁ κηρὸς, τὸ βέτυρον, τὸ μέλι κτ.

303. Τοιγαρῦν κατὰ τὰς ἤδη ἐκτεθέντας ὁρισμὰς, σῶμα ἐντελῶς σκληρὸν ἂν εἴη, ὃ ὑδεμία δύναμις μεταβαλεῖν τὸ σχῆμα δύναται· σῶμα δὲ ἐντελῶς ἐλασικὸν, ὃ σωθλιβόμενον ἐπαναλαμβάνει τὸ πρότερον σχῆμα, διὰ τῆς

αὐτῆς ἀφαλλόμενον δυνάμεως, δι' ἧς ϗ συγκατατέθλιπται· σῶμα δὲ τελέως ἄπαλὸν, ὃ συνθλιβόμενον ἐδόλως σπεύδει εἰς τὸ ἐπαναλαβεῖν, ὃ ἀπέθετο χῆμα.

304. Καίτοι δὲ τὰ σώματα, ὡς οἴδαμεν, οὐδ' ἐντελῶς σκληρὰ, οὐδ' ἐντελῶς ἐλαστικὰ, οὐδ' ἐντελῶς εἰσὶν ἄπαλὰ, ὡς τοιαῦτα μέντοι ἡμεῖς αὐτὰ ὑποθησόμεθα, ἵνα ἡ ἀποδοθησομένη θεωρία ἔχοι τοῖς σώμασιν ἐφαρμόζεσθαι κατὰ τὸ μᾶλλον ϗ ἧττον, καθ' ὅσον ἂν αὐτοῖς μετῇ τῆς ἐντελοῦς σκληρότητος, ἢ ἀπαλότητος, ἢ ἐλαστικότητος.

Ὑποθησόμεθα δὲ ἤδη τὰ σώματα συγκρούεσθαι κατ' εὐθεῖαν ἀλλήλοις.

Περὶ τῆς συγκρούσεως τῶν σκληρῶν.

305. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Ἡνίκα σῶμα σκληρὸν τὸ Α προσβάλλει σώματι σκληρῷ τῷ Β, ἐλευθέρῳ τε ϗ ἠρεμῳ, ἡ πρὸ τῆς συγκρούσεως ποσότης τῆς κινήσεως αὐτοῦ διανέμεται τῷ τε Α ϗ τῷ Β ἀναλόγως αὐτῶν ταῖς μάζαις.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἵνα τὸ σῶμα Α κατὰ συνέχειαν κινῆται πρὸς τὸ Τ, ἐπάναγκες ἀπαντῆσαν τῷ Β, ὃ διαχωρῆσαι δύναται (66), ἀποκρύσασθαι αὐτὸ εἰς τὰ ἔμπροσθεν, ϗ κινήσεως αὐτῷ μεταδῦναι, ὥσε ὑποχωρεῖν τῷ προσβαλόντι ἐν ἑκάσῳ λεπτῷ· ἵνα δὲ τοῦτο γένηται, ἀνάγκη ἀμφότερα τῷ αὐτῷ τάχει κινεῖσθαι, ᾧ κινεῖται τὸ Α μετὰ τὴν σύγκρουσιν· πρὸς δὲ τοῦτο ἑκατέρῳ δεῖ ποσότητος κινήσεως ἀναλόγου τῇ αὐτῶν μάζῃ (131)· ἀνάγκη ἄρα τὸ Α διανείμασθαι τῇ τε ἑαυτοῦ ϗ τῇ τοῦ Β μάζῃ πᾶσαν, ἣν εἶχε κίνησιν πρὸ τῆς συγκρούσεως, ὥσε ἀποτελεσθῆναι τὰς δύω ποσότητας τῆς κινήσεως, ἣν ἔχον ἄμφω μετὰ τὴν σύγκρουσιν· ἄρα κτ. Ο. Ε. Δ.

306. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Ἡ ποσότης τῆς κινήσεως, ἣν εἶχε τὸ Α πρὸ τῆς συγκρέσεως, τὸ γινόμενον ἦν ἐκ τῆς μάζης, ἣ καλείωθω **M**, καὶ τῆς αὐτῆ ταχύτητος, ἣ ἀκέετω **T**, εἴτ' ἓν **MT**· ἐὰν ἓν κληθῇ μ ἡ τῆ **B** μάζα, ἡ διανομὴ τῆς ποσότητος τῆς κινήσεως, ἡ γινομένη ἐν τῇ συγκρούσει τῶν σωμάτων, παρασαθήσεται διὰ $\frac{\mathbf{M.T}}{\mathbf{M}+\mu}$, ὅς ἐσι τύπος γενικὸς τῆ καθολικῆ νόμυ τῆς συγκρέσεως, ἣ τῆς μεταδόσεως τῆς κινήσεως.

307. ΣΧΟΛΙΟΝ. Καλυμένης 1 τῆς ἐλάττονος μάζης τῆ **B** σώματος, καὶ ν τῆ μεταξὺ τῶν δύω μαζῶν λόγυ, ἡ μείζων γενήσεται (Ἀριθμ. 107) $1 \times \nu = \nu$· ἔσω γὰρ ἡ μείζων τετραπλασία τῆς ἐλάσσονος, ἣν ἀεὶ καλεῖν δυνάμεθα 1· ὁ ἓν λόγος, ἣ τὸ πηλίκον 4 τῆς μείζονος, διαιρεθείσης διὰ τῆς ἐλάσσονος 1, ἔσαι 4, καὶ $4 \times 1 = 4 = \nu$, ὃ ἐμφαίνει τὴν μείζονα, τῆς ἐλάσσονος δηλυμένης διὰ 1.

Οὕτως ἓν τὴν ποσότητα τῆς κινήσεως **MT**, ἣν εἶχε τὸ συγκρῦσαν σῶμα, μερίσασι ταῖς δυσὶ μάζαις 1 καὶ ν, τὸ μὲν τῆς μειζονος μέρος ἔσαι $\frac{\nu}{\nu+1}$, τὸ δὲ τῆς ἐλάττονος, $\frac{1}{\nu+1}$· ὥσε συναπτόμενα ταῦτα τὰ κλάσματα ἀποτελεῖν $\frac{\nu+1}{\nu+1} = 1 = \mathbf{MT} =$ τῇ ὅλῃ δηλονότι ποσότητι τῆς κινήσεως· ἐὰν ἓν $\nu = 4$, ἔσαι $\frac{\nu}{\nu+1} = \frac{4}{4+1} = \frac{4}{5}$, καὶ $\frac{1}{\nu+1} = \frac{1}{4+1} = \frac{1}{5}$· ἀλλ' ἐπεὶ ἡ

ποσότης τῆς κινήσεως διανενέμηται τοῖς ν, 1, εἴτ' ἓν τοῖς 4, 1, ἢ τοῖς 5, ἡ μὲν μάζα 4 ἕξει ταύτης τῆς κινήσεως τέσσαρα πεμπτημόρια, εἴτ' ἓν $\frac{4}{4+1} = \frac{\nu}{\nu+1}$, ἡ δὲ μάζα 1 ἕξει 1 πεμπτημόριον αὐτῆς, εἴτ' ἓν $\frac{1}{4+1} = \frac{1}{\nu+1}$. ἔσι δὲ $\frac{4}{5} + \frac{1}{5} = \frac{5}{5} = 1 = MT$.

308. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Τὸ μέρος, ὃ τὸ συγκρῦον σῶμα κατέχει τῆς προτέρας ἑαυτῦ κινήσεως, εἶτ' ὦν ἡ ποσότης τῆς κινήσεως, ἣν ἔχει μετὰ τὴν σύγκρυσιν, ἔσι $\frac{\nu}{\nu+1}$, ἣν δὲ προσλαμβάνει τὸ συγκρυόμενον, $\frac{1}{\nu+1}$, εἰ μεῖζον εἴη τὸ συγκρῦον· εἰ δὲ ἔλαττον, ὃ μὲν κατέχει τῆς κινήσεως ἔσι $\frac{1}{\nu+1}$, ὃ δὲ μεταδίδωσι, $\frac{\nu}{\nu+1}$.

309. Ἐντεῦθεν γενικῶς συνάγεται· „ἡ ποσότης „τῆς κινήσεως, ἣν κατέχει τὸ συγκρῦον A, πρὸς ἣν „εἶχε πρὸ τῆς συγκρύσεως, ἔσιν ὡς ἡ μάζα A πρὸς τὸ „ἄθροισμα τῶν δύω μαζῶν A + B" εἰ μὲν γὰρ A = B, $\frac{\nu}{\nu+1}$ γίνεται $\frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$, εἴτ' ἓν τὸ συγκρῦον κατέχει ἑαυτῷ τὸ ἥμισυ τῆς ἑαυτῦ κινήσεως· ᾗ δὴ ἔσαι $\frac{1}{2} : 1 :: 1 : 2$· εἰ δ' A > B, ἔσαι $\frac{\nu}{\nu+1} : 1 :: \nu : \nu + 1$ (Συμβ. Λογ. 240)· ὑποτεθέντων δὲ A = 2B, A = 3B, A = 4B κτ.· εὑρεθήσεται $\frac{\nu}{\nu+1} = \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ κτ. τῆς ποσότητος τῆς κινήσεως, ἣν εἶχε τὸ A πρὸ τῆς συγ-

(Ἀριθμ. 107) ἄρα $\overline{\nu+1}\,.\,\chi = \Sigma T = 1\cdot$ ἄρα $\chi = \frac{1}{\overline{\nu+1}}$ (Συμβ. Λογ. 393).

312. ΘΕΩΡΗΜΑ Β΄. Ε᾽ὰν σῶμα τὸ Α προσβάλῃ σώματι ἑτέρῳ τῷ Β κινουμένῳ κατὰ τὴν αὐτὴν φορὰν ΓΔΤ, ἡ κοινὴ αὐτῶν ταχύτης μετὰ τὴν σύγκρουσιν, ἴση ἔσαι τῷ ἀθροίσματι τῶν δύω ποσοτήτων τῆς κινήσεως, ἣν εἶχον τὰ σώματα πρὸ τῆς συγκρούσεως, διαιρεθείσης διὰ τῶν μαζῶν.

ΔΕΙΞΙΣ. Καλουμένης χ τῆς ταχύτητος, ἣν ἔξουσι συγκρουσθέντα τὰ σώματα (305), ᾗ Τ, τ τῶν πρὸ τῆς συγκρούσεως ταχυτήτων, ᾗ τῶν πρὸ τῆς συγκρούσεως ποσοτήτων τῶν κινήσεων $\nu \times T + 1 \times \tau$, ἡ ὅλη ποσότης τῆς κινήσεως μετὰ τὴν σύγκρουσιν ἔσαι $\overline{\nu+1} \times \chi$ (115), ἥτις ὀφείλει εἶναι $= \nu \times T + 1 \times \tau$ ποσότητι ὁλικῇ τῆς πρὸ τῆς συγκρούσεως κινήσεως· εἴγε οὐδὲν ὅλως φθείρεται τῆς ὅλης ποσότητος τῆς πρὸ τῆς συγκρούσεως κινήσεως· ἔσαι ἄρα $\overline{\nu+1} \times \chi = \nu \times T + 1 \times \tau$·

ἄρα $\chi = \frac{\nu \times T + 1 \times \tau}{\nu + 1}$. Ο. Ε. Δ.

ΠΟΡΙΣΜΑ. Ε᾽ὰν αἱ μάζαι ὦσιν ἴσαι, ἡ κοινὴ ταχυτὴς χ ἔσαι τὸ ἡμιάθροισμα τῶν δύω προτέρων ταχυτήτων· ἔσαι γὰρ $\frac{1 \times T + 1 \times \tau}{1+1} = \frac{T+\tau}{2}$.

313. ΘΕΩΡΗΜΑ Γ΄. Ε᾽ὰν, φοραῖς ἐναντίαις κινούμενα τὰ σώματα Α, Β, συγκρουσθῶσιν ἀλλήλοις, ἡ μετὰ τὴν σύγκρουσιν ὁλικὴ ποσότης τῆς κινήσεως ἔσαι ἴση τῇ διαφορᾷ τῶν δύω ποσοτήτων τῆς κινήσεως, ἣν εἶχον πρὶν συγκρουσθῆναι τὰ σώματα.

ΔΕΙΞΙΣ. Τὸ μέρος τῆς ποσότητος τῆς κινήσεως τοῦ ἰσχυροτέρου σώματος, τὸ ἴσον τῇ ποσότητι τῆς κινήσεως τοῦ ἀσθενεστέρου, καὶ ἡ ποσότης τῆς κινήσεως τοῦ ἀσθενεστέρου, εἰσὶ δύω δυνάμεις ἐναντίαι καὶ ἴσαι, αἵτινες ἀφανίζονται· ἐναπολειφθήσεται ἄρα μετὰ τὴν σύγκρουσιν τὸ μέρος τῆς κινήσεως, ᾧ τὸ ἰσχυρώτερον ὑπερεῖχε τοῦ ἀσθενεστέρου, εἴτ' ἦν ἡ διαφορὰ τῶν δύω ποσοτήτων τῶν πρὸ τῆς συγκρούσεως κινήσεων. Ο. Ε. Δ.

314. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ε'ὰν ἦν αἱ δύω ποσότητες τῶν κινήσεων ὦσιν ἴσαι, ἢ, ὃ ταυτὸν, ἐὰν τὰ δύω σώματα Α, Β ἔχωσιν ἴσην μάζαν, καὶ ἴσην ταχύτητα, ἢ τέλος αἱ αὐτῶν μάζαι ὦσιν ἀντιστρόφως ὡς αἱ αὐτῶν ταχύτητες (117), ἐπεὶ ἡ μεταξὺ τῶν δύω ποσοτήτων διαφορὰ ἔσαι ο, κίνησις μὲν ἔσαι ὐδεμία, τὰ δὲ σώματα ἠρεμήσουσι.

315. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ε'ὰν θάτερον τῶν σωμάτων μείζω ἔχῃ ποσότητα κινήσεως, ἀ. ἀποκρέσει θάτερον κατὰ τὴν ἑαυτοῦ φοράν· β'. ἡ κοινὴ αὐτῶν ταχυτὴς ἔσαι ἴση τῇ διαφορᾷ τῶν δύω ποσοτήτων τῆς κινήσεως, διαιρεμένη διὰ τῶν μαζῶν, εἴτ' ἦν $\chi = \frac{\nu T - \iota\tau}{\nu + \iota}$· ἐπεὶ γὰρ τῆς ὅλης κινήσεως τοῦτο μόνον λείπεται, διανεμηθῆναι ὀφείλει ταῖς δυσὶ μάζαις, ἵν' ἔχωσιν ἴση ταχυτῆτι κινεῖσθαι· ἄρα ἡ αὐτῶν ταχυτὴς ἔσεται $\chi = \frac{\nu T - \iota\tau}{\nu + \iota}$.

316. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ε'ντεῦθεν ἄρα, ἐπεὶ τὰ δύω σώματα ἐκληφθῆναι δύνανται ἤρεμα κατάγε τὸ κοινὸν καὶ ἴσον μέρος τῆς ποσότητος τῆς αὐτῶν κινήσεως, δυνατὸν ἐκδέξασθαι τὸ ἰσχυρώτερον σῶμα ὡς προϊέμενον κατὰ

τῷ ἀσθενεσέρῳ ἡρεμοῦντος, ταχυτῆτι ἴσῃ τῇ διαφορᾷ τῶν δύω ποσοτήτων τῆς κινήσεως.

317. ΣΧΟΛΙΟΝ. Α' κίνητον σῶμα κληθῆναι δύναται ἤτοι ὅλον, ἐὰν ὅλον μεταβῆναι μὴ ἔχῃ ἐκ τόπου εἰς τόπον, ἢ ἐν μέρει, ἡνίκα τὰ μέρη αὐτοῦ ἐγγὺς ἀλλήλων γενέσθαι μὴ ἔχῃ, μεταβάλλοντα τὴν αὐτῶν θέσιν, ὃ κυρίως ἄθλιπτον στερεὸν ὀνομάζεται, ἀπάσης καταθλίψεως ὃν ἀνεπίδεκτον· προείσθω γὰρ λίθος κατὰ σωρείας ἀργίλλου· καίτοι ἓν ὁ λίθος οὐ δύναται ἐκτοπίσαι τὴν τῆς ἀργίλλου σωρείαν, δύναται μέντοι τοῖς μέρεσιν αὐτῆς μεταβολήν τινα ἐμποιῆσαι, συμπυκνῶσαι πρὸς ἄλληλα, καὶ τῇ σωρείᾳ κοιλότητα ἐνεργάσασθαι· ἢ μὲν οὖν οὐκ ἐκτετόπισαι ἡ ἄργιλλος, ἀκίνητος· ἂν κληθείη, ἢ δὲ τὰ μέρη αὐτῆς τετάρακται ὑποχωρήσαντα, οὐκ ἂν ἄθλιπτος ἀποκληθείη· ἐξεταστέον ἂν τὰ συμβαίνοντα σώματι στερεῷ ἀκινήτῳ τε ἀπολύτως, καὶ ἀθλίπτῳ ὑποτιθεμένῳ, εἰ προσθείη κατ' ἄλλου σώματος.

318. ΘΕΩΡΗΜΑ Δ'. Σῶμα στερεὸν τὸ Α κατὰ κάθετον προϊέμενον κατ' ἄλλου σώματος τοῦ Β ἀπολύτως ἀκινήτου καὶ ἀθλίπτου ἡρεμήσει μετὰ τὴν σύγκρουσιν (χ.7).

ΔΕΙΞΙΣ. Η' γὰρ κίνησις τοῦ Α γινομένη κατὰ τὴν φορὰν ΚΖΤ οὐχ' ὅπως οὐκ ἔστι δεξιὰ κινῆσαι αὐτὸ κατὰ τὴν ἐναντίαν φορὰν ΤΖΚ, ἀλλὰ καὶ ἐμποδὼν αὐτῷ προσίσταται· ἀνάγκη τοίνυν, ταύτην μὲν ἄρδην ἀφανισθῆναι, ἐνεγερθῆναι δ' ἄλλην, ἥ ἂν παλινδρομήσειε κατὰ τὴν φορὰν ΤΖΚ· ἀλλ' ἔστιν οὐδεμία δύναμις, ἡ κινοῦσα αὐτὸ κατὰ τὴν φορὰν ΤΖΚ· ἄρα ταύτην οὐκ οἰσθήσεται, οὔτε δὲ τὴν φορὰν ΖΤ ἐνεχθῆναι δύναται, οὔτε γὰρ διαχωρήσαι (66), οὔτε καθ' ὑπόθεσιν ἀποκρουσθῆναι εἰς τὰ πρόσω, ἢ συνθλίψαι τὸ σῶμα Β, οὔτε δὲ πρὸς δεξιὰν οὔτε πρὸς

ἀριστερὰν τραπέσθαι διὰ τὴν ἀδράνειαν (82)· λοιπὸν ἄρα αὐτῷ ἀναγκαίως καθηρεμῆσαι. Ο. Ε. Δ.

319. Τί δ' ἄρα γενήσεται ἐν ταύτῃ τῇ περιπτώσει ἡ τοῦ Α κίνησις; ἐρεῖ τις τυχόν· εἰ γὰρ φθαρείη, ἥκιστ' ἂν ὅλως τοῦθ' ὑποσαίη ὑπ' ἐδεμιᾶς αἰτίας· ἁπάντων ἓν μετά τινων, ὅτι φθείρεται ὑπὸ τῆς ἀντιδράσεως, ἢ ἐνσάσεως τοῦ σώματος Β, ἀπίθανον ὅλως ἡμῖν δοκεῖ· ἀντίδρασις γὰρ, ἡ ἔνσασις παντὸς σώματος, ἔστιν ἀφαίρεσις τῆς ἐνεργείας ἀπὸ τῆς αἰτίας, ἡ ἀναλόγως τελευμένη τῇ ἐκτῆς αἰτίας ἐμποιευμένῃ τῷδε τῷ σώματι μεταβολῇ (88)· ἀλλὰ τὸ Α ἐδεμίαν ἐμποιεῖ τῷ Β, ἀκινήτῳ καὶ ἀτρέπτῳ ὄντι, μεταβολήν· ἥτις ἓν ἡ τοῦ Β ἀντίδρασις, ἐμοὶ γοῦν πάντη κάθεσηκεν ἄδηλον· ἐμοὶ τοίνυν εἰπεῖν ἀπόχρη, τὴν ὑπόθεσιν τοῦ ἀπολύτως ὑπάρχειν σῶμα ἀκίνητον ταῖς ἀδυνάτοις ἐγκαταλέγεσθαι, ὡς ἀυτίκα φανήσεται, ᾗ εἰδὲν ξένον εἰ ᾗ ἀποτέλεσμα ἀναίτιον γίνεται· ἀπολύτως δ' ἀθλίπτου σώματος ὑπόδειγμα οὐδέπω ἔγνων ἐν τῇ φύσει.

Ἀλλὰ γὰρ ἀκριβέστερον ἀνιχνεύσωμεν τὴν φύσιν τῶν σωμάτων, καταφαίνεται εὐμαρῶς ἁ. πᾶσαν κίνησιν παραίτιον γίνεσθαι τοῦ ἑαυτῆς ἀποτελέσματος· β'. ἀκίνητον ᾗ ἄθλιπτον σῶμα καλεῖσθαι δύνασθαι σῶμα πλείσην ἔχον μάζαν πρὸς ἄλλο παραβαλλόμενον ἐλαχίστης εὐμοιρεῖν μάζης, εἴτε σκληρὸν εἴη, εἴτε ἁπαλὸν, εἴτε ἐλαστικόν. Τεῖχος, φέρε, δύναται ἐκληφθῆναι ὡς σῶμα ἀκίνητον ᾗ ἄθλιπτον παραθέσει πρὸς σφαῖραν πυροβολικὴν, ἢ σφαῖραν ἀργίλλου, αἳ προσβαλοῦσαι τῷ τείχει καθηρεμήσουσιν, ἀφαιρουμένου τοῦ ἐλαστικοῦ, ᾧ εὐμοιρεῖν ἔχει τὸ τεῖχος ᾗ τὰ αὐτῷ προσβάλλοντα.

320. ΘΕΩΡΗΜΑ Ε΄. Σῶμα ἀπολύτως ἄθλιπτον, ὅσα καὶ ἡμᾶς εἰδέναι, ἐκ ἔστιν.

ΔΕΙΞΙΣ. Πάντα γὰρ, ἃ ἴσμεν σώματα, πλείοσιν ὅσοις τέτρηνται πόροις (62)· ἐκεῖνα τὰ πλεῖστα τῶν μερίδίων αὐτῶν ἀμέσως εἰσὶν ἀνέπαφα· εἶτ' ἴσμεν σώματα, ὧν τὰ μερίδια κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἧττον εἶεν ἀλίγυστα· πεῖρα δὲ δείκνυσιν ἡμῖν καὶ τὰ σκληρότατα σώματα, οἷα τὰ μέταλλα, καταθλιβόμενα· ὁ χαλκὸς φέρε, ἐξ οὗ κώδων σύγκειται, ἐκ ὅπως ἐκ ἀντίκειται τῷ πλήττοντι, ἀλλὰ καὶ τινασσόμενος δονεῖται κατὰ πάντα αὐτοῦ τὰ μέρη, ὅθεν ἀποτελεῖται ὁ ἦχος, ὃ ἐκ ἂν γένοιτο, εἰμὴ κἂν βραχὺ λιγυσθείη τὰ τοῦ χαλκοῦ μερίδια· πάντα ἄρα τὰ σώματα κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἧττον εἰσὶ θλιπτά. Ο. Ε. Δ.

321. ΘΕΩΡΗΜΑ ς΄. Πᾶν σῶμα σκληρὸν, προϊέμενον κατ' ἄλλο σώματος μὴ ἐλασικοῦ, ἀκινήτου μὲν, ἀλλ' εὐθλίπτου, ἡρεμήσει μετὰ τὴν σύγκρουσιν.

ΔΕΙΞΙΣ. Τοιοῦτο γὰρ σῶμα, ὡς ὀψόμεθα ἐν τῇ συγκρούσει τῶν εὐθλίπτων, σεριθήσεται ἐκ διαδοχῆς ἀπάσης τῆς ἑαυτοῦ κινήσεως ἐν τῷ θλίβειν τὸ θλιβόμενον σῶμα· ἐπεὶ δ' ἀμφότερα ἐλασικῆς ἄμοιρα ὑποτίθεται, καθηρεμήσει πάντως μετὰ τὴν σύγκρουσιν. Ο. Ε. Δ.

322. ΘΕΩΡΗΜΑ Ζ΄. Σῶμα ἀπολύτως ἀκίνητον οὐκ ὑπάρχει.

ΔΕΙΞΙΣ. Τὸ γὰρ κινητὰ εἶναι ὑσιῶδές ἐσι πᾶσι τοῖς σώμασιν· ἀδύνατον ἄρα ὑπάρχειν ἀπολύτως ἀκίνητα σώματα. Ο. Ε. Δ.

ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Ἀκίνητον ἄρα λέγεται σῶμα σχετικῶς, ἔμενον ἀπολύτως, ὃ παθεῖν ὑπ' ἄλλου κίνησιν οἱανοῦν ἐκ ἔχει.

323. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Πᾶν σῶμα πρὸς ἑμένον κατ' ἄλλο ἐμποιήσει αὐτῷ κίνησιν ἡντιναοῦν.

Καὶ γὰρ ά. τὸ συγκρουσθὲν σῶμα συνθλιβήσεται κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἧττον (320)· τὸ ἄρα συγκρῦον συνθλίψει ἀεὶ κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἧττον τὸ συγκρουσθὲν, εἴτ' ἓν κίνησίν τινα τοῖς αὐτοῦ μέρεσιν ἐμποιήσει.

β΄. Θῶμεν τὸ συγκρουσθὲν σῶμα ἄθλιπτον· ἐπεὶ δ' ἐξὶ κινητὸν (322)· τὸ συγκρῦον ἄρα σῶμα μεταδίδωσιν αὐτῷ κινήσεως ἀναλόγως ταῖς μάζαις (305)· ἀναγκαίως ἄρα ἐναπογεννηθήσεται τῷ συγκρουσθέντι σώματι κίνησις ἡτισδήποτε.

Καὶ ἔξι μὲν ἀληθὲς, ὡς εἰ τὸ συγκρουσθὲν σῶμα ἰσχυρῶς συνέχοιτο ἑτέροις σώμασι, τὰ δὲ τῇ γηΐνῃ σφαίρᾳ εἴη συγκεκολλημένα, οἷον τεῖχος σερρὸν, ᾧ προσβάλλει λίθος, ἡ ποσότης τῆς κινήσεως τοῦ λίθου διανεμηθήσεται ταῖς μάζαις ἑαυτοῦτε καὶ τοῦ τείχους, ἀπείροις οἱονεὶ ἴσαις, καὶ ἡ ταχύτης ἡ ἐκ ταύτης τῆς διαιρέσεως τελουμένη ἐπί τε τοῦ συγκρούοντος καὶ τοῦ συγκρουομένου ἐκληφθῆναι δυνήσεται ὡς ἀπειροστὴ, ἢ γοῦν ὡς ἀπολύτως ἀνεπαίσθητος· ἀλλ' ἐ μέντοιγε χρὴ ταῖς αἰσθήσεσι παραφέρεσθαι καὶ ἐξαπατᾶσθαι· πᾶν γὰρ κινούμενον σώματι πραγματικῶς μὴ κινουμένῳ τὴν ἐναντίαν φορὰν, ἐμποιήσει κίνησιν οἱανδήποτε.

Σύγκρουσις τῶν ἀπαλῶν.

324. ΘΕΩΡΗΜΑ Α΄. Ἀπαλὰ σώματα ἀλλήλοις συγκρουόμενα, ἀμφότερα συνθλίβονται μεταβάλλοντα τὸ σχῆμα.

ΔΕΙΞΙΣ. Προείσθω ἡ σφαῖρα Α κατὰ τῆς Β (χ. 8), καὶ ἔστωσαν ἀμφότεραι ἀπαλαὶ, εἴτ' ἓν, ὡς ἐνταῦθα λέγειν

εἰώθαμεν, εὔθλιπτοι· τὸ ἓν πρῶτον σημεῖον Ο τῆς σφαίρας Α, ἁπάντων τῷ πρώτῳ σημείῳ ξ τῆς σφαίρας Β καθημερεμέσης, πλήττει πρῶτον αὐτὸ τὸ σημεῖον ξ, ϗ ἀποβάλλον μέρος τῆς ἑαυτῆ κινήσεως. βραδύνει τὴν πρὸς τὴν ΚΤ εὐθεῖαν κίνησιν ἑαυτῆ, ὅτε τὸ κέντρον Κ φέρε, τὴν ἑαυτῆ ἔχον ἅπασαν κίνησιν, προσπελάζει τῷ σημείῳ Ο· πάντα δὲ τὰ μεταξὺ Ο ϗ Κ κείμενα σημεῖα ἐκ διαδοχῆς βραδύνονται, ϗ τελευταῖον ϗ αὐτὸ τὸ Κ, τῆ φ σημείῳ χωρῆντος ἔτι ἁπάσῃ τῇ ἑαυτῆ κινήσει πρὸς τὸ κέντρον Κ· τετέσι πάντα τὰ σημεῖα τὰ ἐκ τῆ φ μέχρι τῆ Ο ἐκκείμενα ἐγγὺς γίνονται τῆ Ο· ἡ δὲ φΟ διάμετρος βραχεῖα γίνεται τῆς ΑΔ μενάσης ἀεὶ τῆς αὐτῆς· δῆλον δὲ, ὅτι ϗ ἡ χορδὴ ΣΕ συσαλήσεται, ἐκάστῳ τῶν αὐτῆς σημείων βραδυνομένῳ, συναντώντων τῷ τῆς Β σφαίρας σημείῳ ρ· ϗ πᾶσαι δὲ αἱ χορδαὶ βα, κτ. αἱ τῇ φΟ παράλληλοι ϗ αὐταὶ βραχυνθήσονται, τῶν αὐταῖς ἀντισοίχων χορδῶν (*) εχ μενασῶν ἀεὶ τῶν αὐτῶν· ὥκῃν ὁ μὲν κύκλος φκΑΔ τραπήσεται εἰς ἔλλειψιν, ἧς ἐλάττων μὲν διάμετρος ἡ φΟ, μείζων δὲ ἡ ΑΔ· αὐτὴ δὲ ἡ σφαῖρα εἰς κωνοίδα ἐλλειπτικὴν, ἢ, ὡς λέγειν εἰώθασιν, εἰς σῶμα σφαιροειδές.

Ὡσαύτως ἐπεὶ τῆς Β σφαίρας ἕκασον σημεῖον τῶν ἐξ ἀριστερῶν τῆ Π κατὰ τὰς εὐθείας ξΠ, ρψ, υν, κτ. ἐκκειμένων, ἔτι κινεῖται, τῆ ἐφεξῆς πρὸς δεξιὰν ἔτι ἠρεμοῦντος, ἡ μὲν διάμετρος ξΠ βραχυτέρα ἔσαι τῆς ἑαυτῇ ἀντισοίχῳ Βμ, ἑκάστη δὲ χορδὴ νυ βραχυτέρα τῆς ἑαυ-

---

(*) Ἀντίσοιχον ἐκαλεσάμην ἐνταῦθα τὴν εχ τῇ βα, καθ' ὅσον ἐκείνη ταύτῃ κάθετος ἐφέστηκεν, ἀπέχουσα τῆ κέντρῳ, ὅσον ϗ ἡ βα.

τῇ ἀντισοίχῳ δΘ· ᾗ ἔτως ὁ μὲν κύκλος ΒΞμΠ γενήσεται ἔλλειψις, ἡ δὲ σφαῖρα, σφαιροειδές.

Ε'ὰν δὲ ἡ σφαῖρα Α (χ. 9) συγκρέῃ, σφαίρᾳ μὲν ἐ, σώματι δὲ τῷ ΓΔΕΖ ᾗ αὐτῷ εὐθλίπτῳ, ᾗ ἐπιπέδῳ τὴν ἐπιφάνειαν ΓΕ, ἡ συγκρέῳσα σφαῖρα Α ᾗ τότε εἰς σφαιροειδὲς μεταχηματισθήσεται, ᾗ τὸ αὐτῆς μέρος Οτχ, ἐμβυθιζομένης τῷ σώματι, χηματίσει κοιλότητα, ἑαυτῇ ὁμοιοχήμονα, τὴν Οτχ, ὃ ἐκ τῶν εἰρημένων καταφανές· ἅρα Ο. Ε. Δ.

325. Η' σύνθλιψις αὕτη, τῷ χήματος ἀλλοιουμένῳ κατὰ τὸ μᾶλλον ᾗ ἧττον, ἅπασι τοῖς ἐλασικοῖς συμβαίνει· ἀλλ' ἐκ ἔσιν ἀνάλογος τῷ βαθμῷ τῆς ἐλασικότητος· εἰσὶ γὰρ σώματα, εὐθλιπτότατα μὲν, οἷον ἠχιὼν, βραχὺ δέτι ἐλασικά· τἐναντίον δὲ ἄλλα ἐλασικῆς μεγίσης εὐμοιρῆντα, οἷον τὸ ἤλεκτρον, βραχὺ δὲ θλιβόμενα· ὁ δὲ ἀὴρ ᾗ τὸ ἐλασικώτατον ᾗ τὸ εὐθλιπτότατόν ἐσιν ἁπάντων, ἀφαλλόμενος αὖθις, τῆς συνθλιπτικῆς ληγούσης δυνάμεως, δι' ἧς συνεθλίβετο ταχυτῆτος· τὸ δ' ἤλεκτρον καί τοι ἐλάχισα συνθλιβόμενον, ἐπάνεισι μέντοι, ὥσπερ ᾗ ὁ ἀὴρ, διὰ τῆς αὐτῆς, δι' ἧς ἐθλίβετο δυνάμεως.

326. Τῷ χρόνῳ, καθ' ὃν ἡ σύγκρῳσις ᾗ ἡ ἐλασικότης τελεῖται, ἀνεπαισθήτῳ ὄντος, ἢ σώμασί τισιν, ἐλασικοῖς μὲν, ὧν δὲ τὰ μέρη βραχύ εἰσι λιγυσὰ, ἐπισυμβαίνουσα τῷ χήματος ἀλλοίωσις, ᾗ αὐτὴ ὅσον ἐκ εἰς αἴσθησιν ἦκουσα, διαφεύγει ἡμῶν τὴν ὅρασιν· ἔσω γὰρ ΓΖ ἐπίπεδον ὁριζόντιον ἐκ μαρμάρῳ, ᾧ αἱ ἐπιφάνεια ΤΕ ἠλείφθω ἐλαίῳ ἀμυγδάλων· ἐὰν ᾖ ἀφ' ὕψους τινὸς προεθῇ κατὰ τῷ ἐπιπέδῳ τύτῳ ἡ σφαῖρα Α, ᾗ ἐπαναπάμψασα καταχεθῇ, ὀψόμεθα μέρος ταύτης τῆς σφαίρας ἄλις

μέγα τὸ Οτχ ἐμβεβρεγμένον ἐλαίῳ, εἰ τοίνυν ἡ Α μὴ συνθλίβοιτο, μόνον ἂν τὸ χ σημεῖον τῷ ἐλαίῳ ἐβράχη.

327. Ἡ μὲν σύγκρυσις τῶν κληρῶν σωμάτων ἐν ἀκαρεῖ χρόνῳ τελεῖται· εἴγε πάντα τὰ μέρη τοῦ Β σώματος ἅμα ἐπιδέχονται πᾶσαν τὴν ταχύτητα, ἧς αὐτοῖς δεῖ, ἵν' ὑποχωρήσωσι τῷ Α (χ. 117)· ἡ δὲ τῶν ἀπαλῶν, χρόνῳ ἐπαισθητοῦ προσδέεται· καὶ γὰρ τὸ μέρος Ο τοῦ συγκρούοντος σώματος Α μεταδίδωσι τῆς ἑαυτοῦ κινήσεως πρὸ τοῦ δευτέρου μέρους τοῦ κατὰ τὰ Κ· τὸ δὲ δεύτερον πρὸ τοῦ τρίτου ἢ ἕτως ἑξῆς· ὅτε γὰρ ἡ κίνησις τοῦ συγκρούοντος σώματος ἔσι ταχεῖα, ὁ χρόνος τῆς συγκρούσεως ἐσιν ἀναπαίσθητος· ἀλλ' ὅτε ἡ σύνθλιψις πράγματι τελεῖται κατὰ διαδοχὴν, ἐν διαρκείᾳ χρόνου τινὸς πεπερασμένου γενήσεται, τῆς τε ταχύτητος τοῦ συγκρούοντος σώματος Α ἢ τῶν διαμέτρων ζΟ, ξΠ ἐσομένων ποσῶν πεπερασμένων.

328. ΘΕΩΡΗΜΑ Β΄. Τῷ τὴν σύνθλιψιν ἐγγύθεν παρατηροῦντι, ὁ νόμος τῆς τῶν ἀπαλῶν, ὁ αὐτός ἐσι τῷ τῆς τῶν σκληρῶν συγκρούσεως.

ΔΕΙΞΙΣ. Ὁ νόμος τῆς συγκρούσεως τῶν σκληρῶν σωμάτων ἔσιν, ἵνα τὸ συγκρουσθὲν ὑποχωρήσῃ τῷ συγκρούσαντι, τὸ δὲ τῷ συγκρουσθέντι μεταδῷ τῆς ἑαυτοῦ κινήσεως, μέχρις ἂν γένωνται ἀμφότερα ἰσοταχῆ, καὶ ἑπομένως διαμερίσαι τὴν ποσότητα τῆς ἑαυτοῦ κινήσεως πρὸς τὰς μάζας (305)· ἀλλ' ἐν τοῖς ἀπαλοῖς τῶν σωμάτων, τῆς κατὰ τὴν κίνησιν διανομῆς ἐκ διαδοχῆς γινομένης πρὸς τὰ μέρη, τὸ ἄθροισμα τῶν μερῶν τοῦ συγκρούοντος σώματος ἐμποιεῖ τῷ ἀθροίσματι τῶν μερῶν τοῦ συγκρουσθέντος σώματος κίνησιν τοσαύτην, ὥσε ἰσοταχῆ γίνεσθαι τὸ συγκρῦσαν τῷ συγκρουσθέντι· ἄρα ἡ ποσό-

της τῆς κινήσεως τῶ συγκρόντος ὡσαύτως διανεμηθήσεται πρὸς τὰς μάζας Ο. Ε. Δ.

329. ΠΟΡΙΣΜΑ. Α" δέδεικται ἐπὶ τῶν σκληρῶν σωμάτων, τῶ συγκρωθέντος ἠρεμοῦντος (305), ἢ τῶτε συγκρέσαντος ϗ τῶ συγκρωθέντος κινωμένων τὴν αὐτὴν φορὰν (312), ἢ γῶν τὴν ἐναντίαν (316), ἐφαρμοσέα εἰσὶ τῷ νόμῳ τῆς τῶν ἀπαλῶν σωμάτων συγκρόσεως.

Σύγκρωσις τῶν ἐλασικῶν.

330. Τὰ ἐλασικὰ τύτῳ μόνῳ διενήνοχε τῶν ἀπαλῶν, ὅτι ἐκεῖνα μὲν θλιβόμενα αὖθις ἐπαναλαμβάνει τὸ χῆμα τὸ πρότερον· ταῦτα δὲ μένει, ὡς συνεθλιβησαν· ἀνθ' ὅτω δὴ ἐν τοῖς ἐλασικοῖς διακρίνεται ὁ χρόνος τῆς συγκρόσεως, ϗ ὁ χρόνος τῆς ἐλάσεως· ϗ ἐπεὶ ἡ ἐλασικότης ἄρχεται, παυομένης τῆς συγκρόσεως, ἐν τῆ συγκρέσει γίνεται ἐπὶ τῶν ἐλασικῶν πάνθ', ὅσα γίνεται ἐπὶ τῶν ἀπαλῶν, ἐν δὲ τῆ συνθλίψει, ὅσα ἐπὶ τῶν σκληρῶν.

331. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Ὁ χρόνος τῆς συγκρόσεως ἐν τοῖς ἐλασικοῖς ἔσι πεπερασμένος (327), ϗ ἐπείπερ ἡ κίνησις, καθ' ἣν ἐπανίασι, γίνεται ἐκ διαδοχῆς, ϗ ταχυτῆτι πεπερασμένη, ϗ αὐτὴ δὲ ἡ διάμετρος τῦ ἐπανιόντος σώματος ἔσι ϗ αὐτὴ ποσὸν πεπερασμένον, ϗ ἡ ἐλασικότης ἔσεται ἐν χρόνῳ πεπερασμένῳ.

332. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Α" εἴρηται περὶ τῆς συγκρέσεως τῶν σκληρῶν, ϗ περὶ τῆς συνθλίψεως τῶν ἀπαλῶν, ἐκληπτέον τὰ αὐτὰ κἂν τῆ τῶν ἐλασικῶν συγκρέσει.

333. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ὅταν σῶμα ἐλασικὸν τὸ Α (χ. 8) προσβάλλῃ σώματι ἄλλῳ τῷ Β, καθ' ὃν χρόνον

ἡ ἐλαστικότης τελεῖται, διπλασιάζεται μὲν ἡ φθορὰ τῆς κινήσεως, ἣν ἐποίησε τὸ συγκρῦον σῶμα Α, διπλασιάζεται δὲ ἡ κίνησις, ἣν ἐκτήσατο τὸ συγκρυσθὲν Β ἐν τῇ συγκρύσει.

ΔΕΙΞΙΣ. α΄. Τὸ συγκρυσθὲν σῶμα Β ἀφάλλεται κατὰ τὸ συγκρύσαντος σώματος Α, καθ' ἣν συντέθλιπται φορὰν (303, 304), καὶ κατὰ πᾶσαν τὴν ποσότητα τῆς κινήσεως, ἣν προσεκτήσατο, ἀλλὰ κατὰ φορὰν τὴν ξζ ἐναντίαν τῇ φορᾷ ξΠ, καθ' ἣν τὸ Α κινεῖται· φθαρήσεται ἄρα τὸ σώματος Α τοσαύτη κίνησις, γινομένη κατὰ φορὰν τὴν ξΠ, ὅση ἐφθάρη ἐν τῇ συγκρύσει· β΄. τὸ σῶμα Α τὐναντίον ἐπάνεισι πρὸς τὸ Β κατὰ πᾶσαν τὴν δύναμιν, καθ' ἣν συντέθλιπται, καὶ δὴ κατὰ πᾶσαν τὴν ποσότητα τῆς κινήσεως, ἧς μετέδωκε τῷ Β· διπλασιαθήσεται ἄρα ἡ κίνησις, ἣν ἐδέξατο τὸ Β ἐν τῇ συγκρύσει. Ο. Ε. Δ.

334. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ε'κ τούτου τοῦ γενικοῦ νόμου τῆς ἐλαστικότητος τῶν ἐλαστικῶν σωμάτων ὑποσυνάψομεν τὰς ἐφεξῆς εἰδικωτέρας· α΄. ἡνίκα σῶμα ἐλαστικὸν προΐεται κατὰ σώματος ἐλαστικοῦ ἠρεμοῦντος· β΄. ἡνίκα σῶμα ἐλαστικὸν προσβάλλῃ σώματι ἐλαστικῷ, τὴν αὐτὴν κινουμένῳ φοράν· γ΄. ἡνίκα τὴν ἐναντίαν.

335. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Ε'στω ἀεὶ ἡ ποσότης τῆς κινήσεως τοῦ συγκρύοντος σώματος **MT** = 1, καὶ ἡ ἐλάττων μάζα 1, καὶ ὁ λόγος τῶν μαζῶν = ν, καὶ δὴ ἡ μείζων μάζα = ν × 1 = ν (307)· ἐὰν ἓν τὸ συγκρῦον σῶμα Α ἰσῶται κατὰ τὴν μάζαν τῷ συγκρυσθέντι σώματι Β, τὰ δύω σώματα μεταβαλοῦσιν ἀλλήλων τὴν κατάστασιν· καὶ γὰρ τὸ μὲν Β προσκτήσεται ἐν τῇ συγκρύσει

$\frac{\nu}{\nu+1}$, ἢ $\frac{1}{\nu+1}$, ἢ $\frac{1}{2}$ (307) ὅ διὰ τὴν ἐλασικότητα γενήσεται $\frac{2}{2}=1=$ ὅλη τῇ ποσότητι τῆς κινήσεως, ἣν εἶχε τὸ Α πρὸ τῆς συγκρέσεως· τὸ δὲ ἀπόλυσι $\frac{\nu}{\nu+1}$, ἢ $\frac{1}{2}$ (308) ἐν τῇ συγκρέσει· αὕτη δὲ ἡ φθορὰ διὰ τὴν ἐλασικότητα, εἴτ' ἓν ἀντίδρασιν τοῦ Β, γινομένην κατὰ φορὰν ἐναντίαν τῇ τοῦ Α, γενήσεται $\frac{2}{2}=$ ὅλη τῇ πρὸ τῆς συγκρέσεως κινήσει τοῦ Α· ὥκουν τὸ Α καθιρεμήσει, τὸ δὲ Β κινηθήσεται, εἴτ' ἓν μεταβαλοῦσι τὴν ἀλλήλων κατάσασιν.

336. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ε'ὰν τὸ συγκρεῶν σῶμα Α μεῖζον ᾖ τοῦ συγκρεωθέντος ἡρέμου Β· α'. ἄμφω κινηθήσονται κατὰ τὴν ζΞΠ φορὰν τοῦ συγκρέσαντος σώματος· β'. τὸ Β ἕξει ποσότητα κινήσεως διπλῆν τῆς $\frac{1}{\nu+1}$, ἣν διὰ τῆς συγκρέσεως ἐδέξατο, εἴτ' ἓν $\frac{2}{\nu+1}$· ἡ ἓν ποσότης τῆς ἑαυτοῦ κινήσεως ἔσαι $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{2}{5}$ κτ., τῆς ποσότητος τῆς κινήσεως, ἣν εἶχε τὸ Α πρὸ τῆς συγκρέσεως, ἐὰν ᾖ Α = 2Β, 3Β, 4Β κτ.· ἐντεῦθεν ἄρα τὸ Β κινηθήσεται ταχυτῆτι διπλασίᾳ τῆς, καθ' ἣν ἂν ἐκινήθη δίχα ἐλασικότητος· ᾗ ἐπείπερ ἡ μετὰ τὴν σύγκρεσιν κοινὴ ταχυτὴς χ, μείζων ἐσὶ τῆς ἡμίσεως τῆς πρὸ τῆς συγκρέσεως ταχυτῆτος διὰ τὴν μάζαν τοῦ Α, μείζονα ἓν σαν τῆς τοῦ Β, εἰκὸς τὸ Β κινεῖσθαι ταχύτερον ἢ τὸ Α πρὸ τῆς συγκρέσεως· ᾗ εἰ μὲν Α = 2Β, ἡ τοῦ Β ταχύτης διὰ τὴν ἐλασικότητα ἔσαι $\frac{4}{3}$, εἴτ' ἓν ὑπερέξει τῆς

πρὸ τῆς συγκρούσεως ταχυτῆτος τοῦ Α, τῷ $\frac{1}{3}$ τῆς ταχυτῆτος τοῦ Α, καὶ ἕτως ἐφεξῆς.

337. Τὸ δὲ συγκρῦον Α ἀποβαλεῖ ἐκ τῆς κατὰ φορὰν ΟΤΠ ταχυτῆτος $\frac{1}{\nu+1}$ ἐν τῇ συγκρούσει, καὶ τοσοῦτον ἔτι ἐν τῇ ἐλάσει· λοιπὸν ἄρα ἔσαι αὐτῷ $\frac{\nu+1}{\nu+1} - \frac{2}{\nu+1}$· ἐὰν ἓν ᾖ Α = 2Β, 3Β, κτ., λοιπὸν ἔσαι $\frac{1}{\nu+1} = \frac{1}{3}$, ἢ $\frac{2}{\nu+1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, κτλ. τῆς ποσότητος τῆς κινήσεως, ἣν εἶχε πρότερον· ἀλλ' ἡ ταχυτὴς αὐτοῦ ἐδέποτε ἰσωθήσεται τῷ ἡμίσει τῆς ταχυτῆτος τοῦ σώματος Β, εἴγε ἡ ταχύτης αὐτῶν, ἐν ἀρχῇ ἡ αὐτὴ οὖσα, μετὰ τὴν σύγκρουσιν δεδιπλασίασαι ἐν τῷ Β διὰ τὴν ἔλασιν, τῆς τοῦ Α ἔτι ἐλαττωθείσης.

338. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ε'ὰν τὸ συγκρῦον σῶμα ἔλαττον ᾖ τοῦ συγκρουομένου, τὸ συγκρουόμενον οἰωθήσεται τὴν φορὰν ξΠ τοῦ συγκρούοντος, ἐν ποσότητι κινήσεως μείζονι, ἧς εἶχε τὸ συγκρῦον· αὐτὸ δὲ τὸ συγκρῦον ἀναποδιωθήσεται κατὰ τὴν φορὰν ξζ.

α'. Τὸ σῶμα Β προσδέξεται πρῶτον $\frac{\nu}{\nu+1}$, ὃ διὰ τὴν ἐλασικότητα ἔσεται $\frac{2\nu}{\nu+1}$· ἀλλὰ $\frac{2\nu}{\nu+1}$ ἔσεται ἀεὶ μεῖζον ἢ $\frac{\nu+1}{\nu+1} = 1$, εἴτ' ἓν ἢ ἡ ποσότης τῆς κινήσεως, ἣν εἶχε τὸ Α, ὑποτιθεμένου Β > Α, καὶ $\nu > 1$· ἡ δὲ περοχὴ τοσούτῳ ἔσαι μείζων, ὅσῳ μεῖζον ἂν εἴη τὸ Β

τῦ A· ἐὰν γὰρ $B = 5A$, $\frac{2\nu}{\nu+1}$ γενήσεται $= \frac{1}{6}^{\circ} = \frac{5}{3}^{\circ}$ ᾗ ἡ καινὴ ποσότητι τῆς κινήσεως ὑπερέξει τῆς προτέρας τῷ $\frac{2}{3}$.

β'. Τὸ σῶμα A ἀποκρωθήσεται πρὸς τὸ ζ τῇ ποσότητι $\frac{\nu}{\nu+1}$· ἀλλ' ὐ καταλείπεται πρὸς τὸ Π ἐν τῇ συγκρύσει, εἰμὴ $\frac{1}{\nu+1}$· ἐπανακάμψει ἄρα πρὸς τὸ ζ ποσότητι $\frac{\nu}{\nu+1} - \frac{1}{\nu+1}$· ἔσω ἔτι $B = 5A$, ᾗ $\nu = 5$· ὐκῦν ἀπολιφθήσεται $\frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$, ποσότητος τῆς προτέρας κινήσεως, καθ' ἃ ἀναστρέψει πρὸς τὸ A.

339. ΣΧΟΛΙΟΝ. Παρατηρητέον, ὡς, τῦ συγκρύοντος σώματος ἐλάττονος ὄντος ἢ τῦ συγκρυομένυ, ἡ σύγκρυσις τῶν ἐλασικῶν σωμάτων ἀεὶ αὔξει τὴν ὁλικὴν ποσότητα τῆς κινήσεως· ἐν γὰρ τῇ προτέρᾳ ὑποθέσει, ὅτι $B = 5A$, εὕρηται $\frac{5}{3}$ ποσότητος τῆς κινήσεως τῦ B, ᾗ $\frac{2}{3}$ τῆς τῦ A, ὧν τὸ ἄθροισμα $\frac{7}{3}$ ὑπερέχει τῦ διπλῦ τῆς ποσότητος τῆς κινήσεως MT $= 1$, ἣν τὸ A εἶχε πρὸ τῆς συγκρύσεως.

340. ΣΧΟΛΙΟΝ Β'. Ὅσῳ μείζων ἐσὶν ἡ δύναμις τῦ ν, ὑποτιθεμένυ τῦ συγκρύοντος σώματος $A = 1$, τοσύτῳ ἡ ποσότης τῆς κινήσεως, καθ' ἣν ἐπανακάμψει, συγκλινεῖ εἰς τὸ ἰσωθῆναι τῇ πρὸ τῆς συγκρύσεως ποσότητι τῆς κινήσεως· ἔσω γὰρ $B = 100\,A$, ᾗ δὴ ἔσαι $\frac{\nu}{\nu+1} - \frac{1}{\nu+1} = \frac{100}{101} - \frac{1}{101} = \frac{99}{101} = 1 - \frac{2}{101}$· ὐδέποτε μέντοι ἔσαι $= 1 =$ ὅλῃ τῇ προτέρᾳ κινήσει·

εἴγε ὐδέποτε ἔσαι $\frac{\nu}{\nu+1} - \frac{1}{\nu+1} = \frac{\nu+1}{\nu+1} = \mathrm{MT}$.

341. Ὡσαύτως ὅσῳ μείζων ἔσαι ὁ ν, τοσέτῳ μᾶλλον ἡ ποσότης τῆς κινήσεως τοῦ σώματος B συγκλινεῖ εἰς τὸ γενέσθαι = 2MT = τῷ διπλῷ τῆς ποσότητος τῆς κινήσεως, ἣν εἶχε τὸ συγκρῦσαν σῶμα· ἔσω γὰρ ν = 100· ὐκεῦν ἔσαι $\frac{2\nu}{\nu+1} = \frac{200}{101}$· ἵνα τοίνυν ἡ ποσότης τῆς κινήσεως τοῦ B σώματος διπλασία γένηται τῆς πρὶν ποσότητος τῆς κινήσεως τοῦ A, δεῖ ἔτι αὐτῷ $\frac{2}{101}$· ᾗ δὴ α΄. ἡ κίνησις τοῦ B ἔσαι = 2MT − $\frac{2}{101}$· β΄. ὐδέποτε ἡ τοῦ B κίνησις ἔσαι = 2MT· ὐδέποτε γὰρ ἔσαι $\frac{2\nu}{\nu+1} = \frac{2\nu+2}{\nu+1}$.

342. Ἐντεῦθεν ἄρχ ἡ σύγκρυσις τῶν ἐλασικῶν σωμάτων σπεύδει ἐπὶ τὸ τριπλασιάσαι τὴν ποσότητα τῆς κινήσεως, ἣν ἔχει πρὸ τῆς συγκρύσεως σῶμα συγκρῦον, ἔλαττον τοῦ ἐν ἠρεμίᾳ συγκρυομένου· ἀλλ' ἰδὲ τὸ ὅριον, εἰς ὃ ἀφικέσθαι ὐ δύναται, ἕως ἡ ν ποσότης εἴη πεπερασμένη· εἴγε δεῖ τῆς ποσότητος $\frac{2}{\nu+1}$, ἵν' ἡ ποσότης τῆς κινήσεως τοῦ συγκρύοντος σώματος A ᾖ = 1, ᾗ τῆς αὐτῆς $\frac{2}{\nu+1}$, ἵνα τὸ συγκρυσθὲν B γένηται = 2· ἀλλὰ γὰρ εἰ γένοιτο ν = ∞, τυτέσιν, εἰ A ἀπειροπλάσιον εἴη τοῦ B, ἡ κίνησις τοῦ A ἔσαι = $1 - \frac{2}{\infty+1} = 1$ (Συμβ. Λογ. 530)· ἡ δὲ κίνησις τοῦ B ἔσαι = 2 −

$\frac{2}{\infty + 1} = 2$· τὸ δὲ ἄθροισμα τῶν ποσοτήτων τῆς κινήσεως τοῦ A καὶ τοῦ B ἔσαι = 3, λαμβανομένης ὡς μονάδος τῆς MT κινήσεως, ἣν εἶχε τὸ A πρὸ τῆς συγκρύσεως· τουτέσιν ἡ ἐλασικότης τριπλασιάζει τὴν ποσότητα τῆς κινήσεως.

343. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ΄. Ε'ὰν σῶμα ἐλασικὸν τὸ A προσβάλλῃ κατ' εὐθεῖαν σώματι ἑτέρῳ ἐλασικῷ τῷ B, ἴσῳ τὴν μάζαν, καὶ φερομένῳ τὴν αὐτὴν φορὰν ξΠ, μεταβαλοῦσιν ἀλλήλων τὴν ταχύτητα· καὶ γὰρ τὸ A πλήττει τὸ B τῇ ὑπεροχῇ τῆς ἑαυτοῦ ταχυτῆτος· τὸ δὲ B, τὸ μὲν ἥμισυ ταύτης τῆς ὑπεροχῆς προσλήψεται ἐν τῇ συγκρύσει, τὸ δ' ἄλλο ἥμισυ ἐν τῇ ἐλάσει· ἀλλὰ τὸ A ἀποβαλεῖ, τὸ μὲν ἥμισυ διὰ τῆς συγκρύσεως, τὸ δ' ἄλλο ἥμισυ διὰ τῆς ἐλάσεως· ἄρα τὸ B τοσοῦτον ὑπερέξει τῆς ταχύτητος τοῦ A, ὅσον τῆς τοῦ B ὑπερεῖχε τὸ A πρὸ τῆς συγκρύσεως· ἐντεῦθεν ἄρα δῆλον, ὡς ὅσῳ πλησιάζουσιν ἀλλήλοις τὸ A καὶ B πρὸ τῆς συγκρύσεως ἐν δεδομένῳ τινὶ χρόνῳ, τοσοῦτον ἀποχήσονται ἀλλήλων μετὰ τὴν συγκρυσιν.

344. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε΄. Ε'ὰν σῶμα ἐλασικὸν τὸ A μεῖζον ἢ τὸ B, κινούμενον τὴν αὐτὴν φορὰν τῷ B, εἴτ' ὖν τὴν ξΠ, προσβάλῃ αὐτῷ, τὴν αὐτὴν δραμοῦνται ὁδὸν, τὸ μὲν A ταχύτητι ἐλάσσονι, τὸ δὲ B μείζονι τῆς πρὸ τῆς συγκρύσεως· Τὸ μὲν γὰρ B πρῶτον διὰ τῆς συγκρύσεως, εἶτα διὰ τῆς ἐλάσεως, ἐπιδέχεται αὔξησιν τῆς ἑαυτοῦ ταχύτητος κατὰ τὴν φορὰν ξΠ· τὸ δὲ A, ἔχον μάζαν μείζονα ἢ τὸ B, καθέξει πλεῖον τοῦ ἡμίσεως τῆς κινήσεως, ἢ διέφερον ἀλλήλων αἱ ταχύτητες· ἡ ἄρα ἐλασικότης ἀδυνήσεται διαφθεῖραι αὐτοῦ πᾶν, ὃ κατεῖχεν· ἀ-

κῦν παρὰ τὴν κοινὴν τῷ Β ταχύτητα, τὴν πρὸ τῆς συγκρόσεως, τὴν κατὰ τὴν φορὰν ξΠ, λειφθήσεται ἔτι μέρος ταύτης τῆς διαφορᾶς τῆς ταχυτῆτος κατὰ τὴν αὐτὴν φοράν· σαφὲς μέντοι, ὡς ἡ ὅλη αὐτῦ ταχύτης ἔσαι ἐλάττων τῆς πρὸ τῆς συγκρόσεως.

345. ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ΄. Ε᾽ὰν ἐν τῇ προτέρᾳ περιπτώσει τὸ συγκρῦον σῶμα Α ἧ < Β, ἤτοι χωρήσει κατὰ τὴν προτέραν αὐτῦ πορὰν ξΠ, ἢ καθιρεμήσει, ἢ πάλιν ἀνακάμψει. Τὸ γὰρ Α ἐπεὶ ἔλαττον τῦ Β, ἐμποιήσει τῷ Β ἐν τῇ συγκρόσει μεῖζον τῆς κινήσεως μέρος, ᾧ διέφερον αἱ ταχυτῆτες, ἢ καθέξει αὐτό· ϗ κατὰ τὺς διαφόρυς βαθμὺς τῆς μάζης ϗ τῆς ταχυτῆτος ὡς πρὸς τὸ Β, ἓν τῶν τριῶν συμβῆναι δύναται· ἤτοι γὰρ τὸ Α ἐν τῇ συγκρόσει ἐμποιήσει τῷ Β μέρος τῆς κινήσεως, ἴσον τῷ ἡμίσει τῆς ὅλης ἑαυτῦ κινήσεως· ϗ παρὰ τῦ Β ἀποκρωθὲν κατὰ τὸ αὐτὸ ἥμισυ τῆς κινήσεως, ἡρεμήσει· ἢ ἔλαττον τῦ ἡμίσεως τῆς ἑαυτῦ ὁλικῆς κινήσεως, ϗ ἀποκρωθὲν κατὰ ποσότητα κινήσεως ἐλάσσονα τῆς αὐτῷ ἐναπολειφθείσης, κινηθήσεται κατὰ τὴν διαφορὰν τῶν δύω τύτων ποσοτήτων· ἢ τέλος μεῖζον, ϗ δὴ ἀποκρωθὲν κατὰ ποσότητα κινήσεως μείζονα τῆς αὐτῷ ἐναπολειφθείσης, παλινδρομήσει εἰς τὰ ὀπίσω, κατὰ τὴν διαφορὰν τῶν δύω τύτων ποσοτήτων.

346. ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ΄. Ε᾽ὰν δύω σώματα ἐλασικὰ Α, Β, ἴσα κατὰ τὴν μάζαν, κινύμενα κατὰ φορὰς ἐναντίας ταχυτῆτι ἴσῃ, ἀλλήλοις ἀντισυγκρόσωσιν, ἀνακάμψεσιν ἑκάτερον τῇ αὐτῇ ταχυτῆτι· πρῶτον μὲν γὰρ ἀλλήλοις ἀντιπροσβαλόντα, ἀποβαλῦσι πᾶσαν ἑαυτῶν τὴν κίνησιν· εἶτα τὸ Α μὴ δυνάμενον ἀφάλασθαι κατὰ τῦ Β, ὃ ἀντίκειται αὐτῷ δυνάμει ἴσῃ ἐλασικότητος, ἀφαλεῖται

τὴν ἐναντίαν φοράν· καὶ δὴ τῇ αὐτῇ δυνάμει ἀνακάμψει, καθ' ἣν συντέθλιπται· ὅθεν ἕξει τὴν αὐτὴν ταχυτῆτα, ἣν εἶχε καὶ πρότερον. Ταὐτὸν ῥητέον καὶ περὶ τοῦ B, παραβαλλομένου πρὸς τὸ A.

347. ΠΟΡΙΣΜΑ Η΄. Δύω σώματα A καὶ B, ἴσην μὲν ἔχοντα μάζαν, ἀνισοταχῆ δὲ, μεταβαλοῦσι τὰς ἀλλήλων ταχυτῆτας· τὸ γὰρ ἧττονι ταχυτῆτι χωρεῖν ἐκλιπτέον ὡς ἧρεμον, ὡς πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τῆς θατέρου ταχυτῆτος· ἐπιδέξεται ἄρα διὰ τῆς συγκρούσεως, τὸ μὲν ἥμισυ τῆς ὑπεροχῆς διὰ τῆς συγκρούσεως, τὸ δ' ἄλλο ἥμισυ διὰ τῆς ἐλάσεως· ἄρα κτ.

348. ΠΟΡΙΣΜΑ Θ΄. Ε'ὰν δύω σωμάτων αἱ μάζαι A, B, ἀντιστρόφως ὦσιν, ὡς αἱ αὐτῶν ταχυτῆτες, ἀνακάμψουσιν ἑκάτερον τῇ προτέρᾳ ἑαυτοῦ ταχυτῆτι· ἔσι δὲ κἀνταῦθα ὁ αὐτὸς λόγος, ὃς κἀν τῷ H πορίσματι· εἴγε ἑκατέρωσε ἑκάτερα σώματα ἕξει τὴν αὐτὴν ποσότητα τῆς κινήσεως (115).

349. ΠΟΡΙΣΜΑ Ι΄. Ε'ὰν ἀνίσους ἔχῃ μάζας τὰ A, B, μὴ ὦσι δὲ αὐτῶν αἱ μάζαι ἀντιστρόφως ὡς αἱ ταχύτητες, ἤτοι ἑκάτερα ἀνακάμψουσιν, ἢ συνεχῶς μὲν κινηθήσεται συνάμα τῷ ἀσθενεσέρῳ, ἀλλὰ ταχυτῆτι ἥσσονι ἢ τὸ ἀσθενέσερον· διὰ μὲν γὰρ τὴν κοινὴν αὐτοῖς ποσότητα τῆς κινήσεως, ἑκάτερα ἀνακάμψουσι τῇ αὐτῇ ποσότητι (346, 348)· διὰ δὲ τὴν ὑπεροχὴν τῆς κινήσεως, ἐκλιπτέον ὡς ἠρεμοῦν τὸ ἀσθενέσερον· ἐντεῦθεν ἓν ἓν τῶν τριῶν συμβήσεται· ἤτοι γὰρ τῷ A ἐκ τῆς ὑπεροχῆς, μετὰ τὴν σύγκρουσιν καὶ τὴν ἔλασιν, καταλείπεται ποσότης ἴση τῇ κοινῇ, ἣν εἶχε πρὸ τῆς συγκρούσεως· καὶ, ἐπεὶ, διὰ μὲν ταύτης ἀνακάμψαι ὀφείλει, ὡς εἴρηται, διὰ δὲ τῆς πρώτης προχωρῆσαι, ἐν ἠρεμίᾳ καταστήσεται·

ἢ μείζων τῆς κοινῆς, ᾧ προχωρήσει τῇ διαφορᾷ τῶν δύω ποσοτήτων· ἢ ἐλάσσων, ᾧ ἀνακάμψει τῇ διαφορᾷ τῶν δύω ποσοτήτων.

350. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α΄. Γνωςῶν ὄντων τῶν τε μαζῶν, ᾧ τῶν ταχυτήτων δύω σωμάτων ἐλασικῶν, φερομένων τὴν αὐτὴν φορὰν, ἢ ἑτέρᾳ ἠρεμοῦντος πρὸ τῆς συγκρέσεως, ὁρίσαθαι, ὅση ἔσαι ἡ ταχυτὴς τοῦ συγκρέοντος, ᾧ ὅση ἡ τοῦ συγκρεομένου, μετὰ τὴν ἐλασικότητα.

ΛΥΣΙΣ. Εἰλήφθω ἡ αὐτοῖς κοινὴ μετὰ τὴν σύγκρεσιν ταχύτης (311, 312), ᾧ διπλασιαθήτω, ᾧ τοῦ διπλοῦ τοῦδε ἀφηρήθω ἡ ταχύτης, ἣν εἶχε τὸ συγκρεῖον σῶμα πρὸ τῆς συγκρέσεως· τὸ ἓν κατάλοιπον ἔσαι ἡ τοῦ συγκρέοντος ταχύτης μετὰ τὴν ἐλασικότητα· ἀφηρήθω δὲ τοῦ αὐτοῦ διπλοῦ ᾧ ἡ ταχύτης, ἣν εἶχε τὸ συγκρεωθὲν σῶμα πρὸ τῆς συγκρέσεως· κατάλοιπον ἓν ἔσαι ἡ τοῦ συγκρεωθέντος σώματος ταχυτὴς μετὰ τὴν ἔλασιν.

351. ΥΠΟΔΕΙΜΑ. Τὸ γὰρ ἐλασικὸν σῶμα Α, ἔχον, μάζαν μὲν ὡς 2, ταχύτητα δὲ ὡς 25, συγκρεέτω τὸ ἐλασικὸν σῶμα Β, κινέμενον κατὰ τὴν αὐτὴν φορὰν, ᾧ ἔχον, μάζαν μὲν ὡς 1, ταχύτητα δὲ ὡς 2· ἡ ἓν ποσότης τῆς κινήσεως, τοῦ μὲν Α ἔσαι ὡς 50, τοῦ δὲ Β ὡς 10, ὧν τὸ ἄθροισμα 60, διαιρεθὲν διὰ τῶν μαζῶν 3, δίδωσιν 20 ὡς κοινὴν ἑκατέροις ταχύτητα μετὰ τὴν σύγκρεσιν· τοῦ δὲ διπλοῦ τῶν 20, ἤτοι τῶν 40, ἀφηρήθω 25, ταχυτὴς, προτέρα τοῦ Α· τὸ δὲ κατάλοιπον 15, ἔσαι ἡ ταχύτης, ἣν ἔξει τὸ Α μετὰ τὴν ἔλασιν· τοῦ αὐτοῦ 40 ἀφηρήθω ᾧ 10, προτέρα ταχύτης τοῦ Β, ᾧ δὴ 30 ἔσαι ἡ τοῦ Β μετὰ τὴν ἔλασιν ταχύτης.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ. Ἔσω Τ ταχύτης τοῦ Α, ᾧ τ ταχύτης τοῦ Β, πρὸ τῆς συγκρέσεως, ᾧ χ ἡ

κοινὴ αὐτοῖς μετὰ τὴν σύγκρουσιν ταχύτης· ἡ ἓν ποσότης τῆς ταχύτητος, ἣν ἀπέβαλε τὸ Α διὰ τῆς συγκρούσεως, ἔστι Τ — χ (ἐν δὲ τῷ ὑποδείγματι 25 — 20)· ἀπολέσει δὲ καὶ διὰ τῆς ἐλαστικότητος Τ — χ· ὥστε ἀπὸ τῆς χ, ἣ λείπεται αὐτοῖς μετὰ τὴν σύγκρουσιν, (ἀπὸ 20) ἀφαιρετέον Τ — χ (25 — 20)· καὶ καταλειφθήσεται αὐτῷ, μεταβολῇ τῶν συμβόλων τῆς ἀφαιρουμένης ποσότητος, χ — Τ + χ = 2χ — Τ· εὑρεθήσεται ἄρα ἡ μετὰ τὴν ἐλαστικότητα ταχύτης τοῦ Α, ἀφαιρουμένης τῆς ταχύτητος, ἣν εἶχε πρὸ τῆς συγκρούσεως, ἀπὸ τοῦ διπλοῦ τῆς κοινῆς αὐτοῖς μετὰ τὴν σύγκρουσιν ταχυτῆτος· τῷ δὲ Β προσγίνεται χ — τ (20 — 10)· ἀλλὰ τῇ ποσότητι χ, ἣν εἶχε (τῷ 20), ἡ ἐλαστικότης προσίθησιν ἔτι χ — τ· ἡ αὐτοῦ ἄρα ταχύτης ἔσεται 2χ — τ· ὥστε εὑρεθήσεται ἡ αὐτοῦ μετὰ τὴν ἐλαστικότητα ταχύτης, ἀφαιρεθέντος ἀπὸ τῆς αὐτοῦ πρὸ τῆς συγκρούσεως ταχυτῆτος τοῦ διπλοῦ τῆς κοινῆς αὐτοῖς μετὰ τὴν σύγκρουσιν ταχυτῆτος.

352. ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ Β'. Σῶμα τὸ Α, βάρος ἔλκον λίτρας μιᾶς, καὶ ταχὺ, οἷον διατρέχειν ὀργυιὰν ἐν ἑνὶ λεπτῷ δευτέρῳ, προσβάλλει σώματι ἑτέρῳ τῷ Β, ἐλαστικῷ, ἠρέμῳ, καὶ βάρος ἔλκοντι λιτρῶν 100· ἡ ἓν κοινὴ αὐτοῖς μετὰ τὴν σύγκρουσιν ταχύτης ἔστιν $\frac{1}{101}$, ἧς τὸ διπλοῦν $\frac{2}{101}$, οὗ ἀφαιρεθέντος 1 = $\frac{101}{101}$ ταχυτῆτος, ἡ προϋπῆν τῷ Α, καταλείπεται — $\frac{99}{101}$· ἥτις διὰ τὸ σύμβολον — ἔστι ποσότης λειπτική, καὶ δὴ ἐναντία τῇ κατὰ τὴν προτέραν φορὰν ξΠ ταχυτῆτι· ὅθεν δῆλον ὅτι τὸ Α μετὰ τὴν ἐλαστικότητα ἀναλάμψαι ὀφείλει κατὰ τὴν φορὰν ξζ ταχὺ, οἷον διαδραμεῖν $\frac{99}{101}$ ὀργυιᾶς ἐφ' ἑκάστῳ λεπτῷ δευτέρῳ· τῷ δὲ Β, ἀφαιρεθείσης ο ταχυτῆτος, ἣν

εἶχε πρὸ τῆς συγκρέσεως, ἀπὸ $\frac{2}{101}$ διπλῆ τῆς κοινῆς αὐτοῖς μετὰ τὴν σύγκρεσιν ταχυτῆτος, περιέσαι $\frac{2}{101}$ ὀργιᾶς, ἵνα διαδράμῃ ἐφ' ἑκάσῃ λεπτῇ δευτέρῳ μετὰ τὴν ἐλασικότητα.

ΣΧΟΛΙΟΝ. Αὗται αἱ δύω ταχύτητες $\frac{99}{101}$, ἢ $\frac{3}{101}$, πολλαπλασιαζόμεναι ἐπὶ τὰς μάζας 1, 100, διδάσι τὴν ὁλικὴν ποσότητα τῆς μετὰ τὴν ἐλασικότητα κινήσεως $\frac{99}{101} + \frac{200}{101} = \frac{299}{101}$, ποσότης τριπλασία τῆς 1, ἢ τῆς μάζης 1, πολλαπλασιαθείσης ἐπὶ τὴν ταχύτητα 1, ἥτις ἐσὶ ποσότης τῆς κινήσεως, ἣν εἶχε τὸ Α πρὸ τῆς συγκρέσεως, πλὴν τῆς $\frac{4}{101}$ (*), ὃ συνάδει τῷ ἤδη ἀποτελεσθέντι (342).

353. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β΄. Γνωσῶν ὑσῶν τῶν μαζῶν ϗ τῶν ταχυτήτων δύω σωμάτων ἐλασικῶν, κινεμένων κατὰ φορὰς ἐναντίας πρὸ τῆς συγκρέσεως, ὁρίσαθαι, ὅση ἔσαι ἡ ταχύτης τῶν δύω σωμάτων μετὰ τὴν σύγκρεσιν.

ΛΥΣΙΣ. α΄. Διῃρήθω ἡ διαφορὰ τῶν δύω ποσοτήτων τῆς κινήσεως διὰ τῆς μάζης· ϗ πορισθήσεται ἡ ἀμφοῖν κοινὴ μετὰ τὴν σύγκρεσιν ταχύτης· β΄. τῇ διπλῇ ταύτης τῆς κοινῆς ταχύτητος ἀφῃρήθω ἡ ταχύτης, ἣν εἶχε τὸ ἰχυρώτερον σῶμα πρὸ τῆς συγκρέσεως· ϗ εὑρεθήσεται αὐτῇ ἡ μετὰ τὴν ἐλασικότητα ταχύτης· γ΄. τῷ διπλῷ ταύτης τῆς ταχύτητος προσεθείσθω ἡ ταχύτης, ἣν εἶχε τὸ ἀσθενέσερον πρὸ τῆς συγκρέσεως· ϗ δὴ θηρευθήσεται αὐτῇ ἡ μετὰ τὴν ἐλασικότητα ταχύτης.

354. ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ Α΄. Σῶμα τὸ Α, βαρὺ λίτρας 3, ϗ ταχύ, οἷον πόδας 12 διανύσαι ἐν ἑνὶ λεπ.

(*) Καὶ γὰρ $1 = \frac{101}{101}$· ἄρα $3 \times 1 = \frac{303}{101}$· τοῦ γὰρ $\frac{303}{101} - \frac{299}{101} = \frac{4}{101}$.

δευτ. ἀπαντᾷ τῷ Β, βαρεῖ μὲν ὄντι λίτρας 2, ταχεῖ δὲ, οἷον 3 πόδ. διανύειν ἐν 1 λεπ. δευτ. διηρήσθω ἓν 30 διαφορὰ τῶν δύω ποσοτήτων τῆς κινήσεως διὰ τὸ ἀθροίσματος τῶν μαζῶν· ᾗ δὴ ἔσαι $\frac{3}{5}^{0} = 6$· ἐκ δὲ τοῦ διπλοῦ τῶν 6, εἶτ' ἓν τοῦ 12, ἀφηρήσθω ἡ ταχύτης 12, ἣν εἶχε τὸ Α πρὸ τῆς συγκρούσεως· ἐκὸν ἡ διαφορὰ ο ἠρεμήσειν σημαίνει τὸ Α μετὰ τὴν ἐλασικότητα· τῷ δὲ 2 × 6 = 12, συνήφθω 3 ταχυτὴς, ἣν εἶχε τὸ Β πρὸ τῆς συγκρούσεως· ἐκὸν 15 ἔσαι ταχυτὴς αὐτοῦ μετὰ τὴν ἐλασικότητα.

ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ Β'. Τῶν αὐτῶν τεθέντων, ἐὰν ἡ τοῦ Β ταχυτὴς ᾖ 2 ἀντὶ 3, ἡ διαφορὰ τῶν ποσοτήτων τῆς κινήσεως διαιρεθεῖσα διὰ τῶν μαζῶν δίδωσι $\frac{3}{5}^{2}$· ἐκ δὲ τοῦ κατὰ τοῦτο διπλοῦ $\frac{6}{5}^{4}$ ἀφαιρεθέντος τοῦ 12 = $\frac{6}{5}^{0}$, λειφθήσεται $\frac{4}{5}$ ταχυτὴς τοῦ Α, χωροῦσα κατὰ τὴν προτέραν φορὰν ζξΠ· τῷ δὲ Β, συναφθέντος τοῦ 2 τῷ $\frac{6}{5}^{4}$, εὑρεθήσεται ταχυτὴς 14 + $\frac{4}{5}$.

ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ Γ'. Ε'ὰν ἐπὶ τοῦ Α'. ὑποδείγ. ἡ τοῦ Β ταχυτὴς ᾖ = 6, ἡ κοινὴ αὐτοῖς μετὰ τὴν σύγκρουσιν ταχυτὴς ἔσιν $\frac{2}{5}^{4}$· τοῦ δὲ διπλοῦ $\frac{4}{5}^{8}$ ἀφαιρεθέντος 12 = $\frac{6}{5}^{0}$, κατάλοιπον ἔσαι — $\frac{1}{5}^{2}$, ὃ διὰ τὸ — σύμβολον, παλινδρόμησιν κατηγορεῖ τοῦ συγκρούσαντος κατὰ τὴν φορὰν ξζ, διανύοντος πόδ. $\frac{1}{5}^{2}$ ἐν ἑνὶ λεπ. δευτ. τῷ δὲ Β, συναφθέντος τοῦ 6 τῷ $\frac{4}{5}^{8}$, εὑρεθήσεται ταχυτὴς $15\frac{3}{5}$, ἐν ἑνὶ λεπ. δευτ. μετὰ τὴν ἐλασικότητα.

355. ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΥ ΚΑΝΟΝΟΣ. α'. Ε'ναντίων ἐσῶν τῶν δύω ποσοτήτων τῆς κινήσεως Α, Β, τὸ αὐτῶν ἄθροισμα ἐν τῷ πρώτῳ ὑποδ. ἔσι 36 — 6 = 30· ἡ δὲ κοινὴ αὐτοῖς μετὰ τὴν σύγκρουσιν ταχύτης, ἔσαι τὸ πηλίκον τὸ ἐκ 30 διαιρεθέντος διὰ τῶν μαζῶν· ἀποδόντες ἓν

τὸν λόγον ταύτης μόνης τῆς διαφορᾶς τῆς ἐν τοῖς δυσὶ κανόσι τοῖς ἀποδοθεῖσιν ὑπὲρ τῦ ἰσχυροτέρυ σώματος A (357, 353), τὸ λοιπὸν τῦ δευτέρυ τῦδε κανόνος ἀποδείξομεν κατὰ λέξιν ἐπὶ τῦ συγκρύοντος σώματος, ὥσπερ καὶ τὸν πρῶτον (351): κείσθω ἓν εἰς ἐφαρμογὴν μόνον τὸ πρῶτον τῶν ὑποδειγμάτων (354).

356. Ἔστω Τ ταχύτης τῦ A πρὸ τῆς συγκρύσεως, ᾗ τ τῦ B, ᾗ χ ἡ κοινὴ αὐτοῖς μετὰ τὴν σύγκρυσιν ταχύτης· ἡ τοίνυν ποσότης τῆς ταχύτητος, ἣν τὸ A ἀπέβαλε διὰ τῆς συγκρύσεως, ἔσι Τ — χ (ἐν δὲ τῷ πρώτῳ ὑποδ. 12 — $\frac{3}{5}$° = 6)· ἀπέβαλε δὲ ᾗ διὰ τῆς ἐλασικότητος Τ — χ ($\frac{3}{5}$° = 6)· ἀφαιρετέον ἄρα τῦ χ ἢ τῦ ($\frac{3}{5}$°), ὃ καταλείπεται αὐτῷ μετὰ τὴν σύγκρυσιν, Τ — χ ἢ ($\frac{3}{5}$°), ᾗ καταλειφθήσεται αὐτῷ, χ — Τ + χ = 2χ — Τ (ἐπὶ δὲ τῦ A΄. ὑποδείγ. 2 × $\frac{3}{5}$° — $\frac{6}{5}$° = 0, ἢ 12 — 12 = 0)· ἄρα εὑρεθήσεται ἐν γένει ἡ ταχύτης τῦ συγκρύοντος A τῦ ἰσχυροτέρυ μετὰ τὴν ἐλασικότητα, ἀφαιρυμένης τῆς αὐτῦ πρὸ τῆς συγκρύσεως ταχυτῆτος ἀπὸ τῦ διπλῦ τῆς κοινῆς αὐτοῖς μετὰ τὴν σύγκρυσιν ταχυτῆτος.

Τὸ δὲ B σῶμα, τὸ συγκρυόμενον ᾗ ἀσθενέσερον, ὀφείλει, διὰ τὴν ποσότητα τῆς κινήσεως τὴν αὐτῷ τε ᾗ τῷ A κοινὴν, δι' ἧς εἶχεν ἑαυτῦ ταχυτῆτος πρὸ τῆς συγκρύσεως τ, ἀνακάμψαι κατὰ τὴν φορὰν ΞΠ ἁπάσῃ ταύτῃ τῇ ταχύτητι τ (346)· προσίθησι μέντοι αὐτῇ τὴν διὰ τῆς συγκρύσεως ταχυτῆτα χ κατὰ τὴν αὐτὴν φορὰν ΞΠ, ᾗ τὴν αὐτὴν ἔτι χ διὰ τῆς ἐλασικότητος· ὑκεῖν ἡ ὁλικὴ ταχύτης τῦ συγκρυσθέντος σώματος B, μετὰ τὴν ἐλασικότητα, ἔσεται 2χ + τ· ἡ ἄρα μετὰ τὴν ἐλασικότητα ταχυτὴς τῦ B πορισθήσεται, τῆς, ἣν εἶχε

πρὸ τῆς συγκρούσεως, ταχυτῆτος συναπτομένης τῷ διπλῷ τῆς κοινῆς αὐτοῖς μετὰ τὴν σύγκρουσιν ταχυτῆτος.

257. ΟΡΙΣΜΟΣ. Ἀναφορικὴ ἀκέει ταχύτης, καθ' ἣν δύω σώματα προσχωροῦσιν ἀλλήλοις, ἢ ἀποχωροῦσιν ἀλλήλων.

258 ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἡ ἀναφορικὴ ταχύτης δύω σωμάτων ἐλασικῶν ἡ αὐτὴ ἀεί ἐσι πρό τε τῆς συγκρούσεως καὶ μετὰ τὴν σύγκρουσιν.

ΔΕΙΞΙΣ. Προσβαλέτω σῶμα ἐλασικὸν σώματι ἑτέρῳ ἡρεμοῦντι, ἢ καὶ κατὰ τὴν αὐτὴν φορὰν κινουμένῳ· ἀκοῦν ἡ ταχύτης αὐτῶν μετὰ τὴν ἐλασικότητα ἔσι 2χ — Τ, καὶ 2χ — τ (350)· ἄρα, ἐπεὶ ἑκατέρωθι αἱ αὐταί εἰσι ποσότητες 2χ, αἱ ταχύτητες αὗται μετὰ τὴν ἐλασικότητα εἰσὶν ὡς — Τ : — τ· ἀκοῦν ἡ μεταξὺ τέτων τῶν δύω ταχυτήτων διαφορὰ μετὰ τὴν ἐλασικότητα, ἡ ἀναφορικὴ ταχυτὴς, ἔσι Τ — τ· ἀλλὰ Τ — τ ἔσιν ἡ αὐτὴ διαφορὰ τῶν δύω πρὸ τῆς συγκρέτεως ταχυτήτων· ὡσαύτως, ὅταν δύω σώματα, κατ' ἐναντίας φορὰς κινέμενα, ἀντισυγκρέσωσιν ἄλληλα, αἱ αὐτῶν ταχυτῆτες μετὰ τὴν ἐλασικότητα εἰσὶ 2χ — Τ, καὶ 2χ + τ, ὧν ἡ διαφορὰ, ἢ ἡ ἀναφορικὴ ταχύτης, ἔσι Τ + τ (*)· ἀλλὰ καὶ πρὸ τῆς συγκρέσεως, ἐπεὶ κατ' ἐναντίας φορὰς ἐκινοῦντο, ἡ αὐτῶν ἀναφορικὴ ταχύτης ἦν ὡσαύτως Τ + τ· ἐν γένει ἄρα τῶν ἐλασικῶν σωμάτων ἡ ἀναφορικὴ ταχυτὴς καὶ πρὸ τῆς συγκρέσεως καὶ μετὰ τὴν σύγκρεσιν ἔσιν ἡ αὐτή. Ο. Ε. Δ.

(*) Ἐὰν γὰρ ἡ — Τ = — 12, καὶ τ = 3, ἡ τοῦ — 12 πρὸς + 3 διαφορὰ ἔσαι (Συμβ. Λογ. 33. Τομ. Α'.) + 12 + 3 = 15, εἶς' ἓν Τ + τ.

Πλαγία σύγκρουσις τῶν σωμάτων.

359. Ε'ὰν σῶμα τὸ Α (χ. 10) φέρηται κατὰ τὲ Β σημείε τὲ σώματος ΓΕ, δυνάμει ἐμφαινομένη ὑπὸ τῆς ΑΒ εὐθείας, τῆς τῇ ΓΕ ἐπιφανείᾳ τὲ σώματος πλαγίως ἐφισαμένης, ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία, ἡ περιεχομένη ὑπ' αὐτῆς τῆς εὐθείας ϗ τῆς ἐπιφανείας καλεῖται γωνία ἐγκλίσεως· ἀεί ποτε δὲ παρατηρεῖται ὡς τῶν διαφόρων σωμάτων, ἐξ ὧν σύγκειται ἡ ἡμετέρα σφαῖρα, εἴτι προσβάλοι ἑτέρῳ πλαγίως, ἧττον ἀποτελεῖ, ἢ εἴπερ κατὰ κάθετον προσέβαλλε.

360. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἡ ποσότης τῆς κινήσεως, καθ' ἣν σῶμα τὸ Α πλαγίως προσβάλλει σώματι ἑτέρῳ τῷ Β, ἔσι πρὸς τὴν ὅλην αὐτὲ ποσότητα τῆς κινήσεως, ὡς ἡ ἀπὸ τὲ Α ἐπὶ τὸ ΓΒΕ ἐπίπεδον τὲ Β σώματος ἀχθεῖσα κάθετος ΑΓ πρὸς τὴν πλαγίαν εὐθεῖαν ΑΒ.

ΔΕΙΞΙΣ. Ε'κλιπτέον τὴν πλαγίαν κίνησιν ΑΒ, ὡς συγκειμένην ἐκ δύω δυνάμεων τῆς τε ΑΓ, ϗ τῆς ΑΔ = ΒΓ (138), εἰς ἃς ἀναγκαίως ἐν τῇ συγκρύσει ἀναλύεται· σαφὲς δὲ, ὡς τὸ σῶμα Α προσβαλεῖ τῷ ἐπιπέδῳ ΓΒΕ κατὰ τὸν λόγον τῆς κινήσεως, καθ' ἣν αὐτῷ προσχωρεῖ· προχωρεῖ δὲ καθ' ὅλην τὴν κίνησιν ΑΓ, ὑδόλως μέντοι κατὰ τὴν κίνησιν ΑΔ· προσβαλεῖ ἄρα τῷ ΓΒΕ ἐπιπέδῳ διὰ τῆς ΑΓ κινήσεως· ἐμφαινέσης ἓν τῆς ΑΒ τὴν ὁλικὴν αὐτὲ δύναμιν, ΑΓ ἐμφανεῖ τὴν, καθ' ἣν προσβαλεῖ τῷ ἐπιπέδῳ· αὕτη ἓν ἡ δύναμις, ἡ ποσότης τῆς κινήσεως, καθ' ἣν προσβαλεῖ τῷ ἐπιπέδῳ, ἔσαι πρὸς τὴν ὅλην αὐτὲ ποσότητα τῆς κινήσεως ὡς ΑΓ : ΑΒ. Ο. Ε. Δ.

361. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ε'ν τῷ ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ

ΑΒΓ, $\frac{\text{ΑΓ}}{2}$ ἔσι τὸ ἡμίτονον τῆς Β γωνίας τῆς ἐγκλί-

σεως, ϗ $\frac{\text{ΑΒ}}{2}$ ἡμίτονον τῆς ὀρθῆς γωνίας Γ, ἢ ὁλικὸν ἡ-

μίτονον (Γεωμ. 494)· κληθείσης δ̃ν Π τῆς ὅλης ποσό-

τητος τῆς κινήσεως τ̃ῦ Α, ϗ π τῆς, καθ' ἣν προσβαλεῖ

τῷ σώματι ΓΒΕ, ἔσαι $\pi : \Pi :: \text{ΑΓ} : \text{ΑΒ} :: \frac{\text{ΑΓ}}{2} : \frac{\text{ΑΒ}}{2}$·

ἐκεῖν ἡ δύναμις, καθ' ἣν τὸ Α προσβάλλει τῷ Β, ἔσι

πρὸς τὴν ὁλικὴν αὐτ̃ῦ δύναμιν ὡς τὸ τῆς κατ' ἔγκλισιν

γωνίας ἡμίτονον πρὸς τὸ ὁλικὸν ἡμίτονον.

Γνωσῆς ἔσης ἄρα τῆς ὁλικῆς ἰσχύος Π τ̃ῦ σώματος

Α, ϗ τῆς κατ' ἔγκλισιν γωνίας, εὑρεθήσεται ἡ ἰσχὺς π,

καθ' ἣν προσβάλλει τῷ Β, διὰ τῆς τῶν τριῶν μεθόδ̃ν, Α

(ἡμ. ὁλ.) : ἡμ. Β :: Π : π· ἐὰν τυχὸν ἡ ὅλη ἰσχὺς τ̃ῦ Α

ᾖ τοιάδε, δι' ἧς σῶμα λίτρας ἔχον ὁλκὴν διαδράμοι

πόδ. 30 ἐν ἑνὶ λεπ. δευτ., ἡ δὲ κατ' ἔγκλισιν γωνία

ᾖ = 20°, φημὶ (διὰ τῶν λογαρίθμων (Γεωμ. 517),

10,000000 . 9,534052 : 1,477121 . χ· εὑρεθήσε-

ται δ̃ν ἐντεῦθεν τὸ Α προσβάλλον τῷ Β κατ' ἰσχὺν $10\frac{1}{4}$

περίπ̃υ· εἰ δὲ κατὰ κάθετον ἐχώρει, προσέβαλεν ἂν αὐ-

τῷ κατ' ἰσχὺν 30.

362. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἐπεί περ ὁ νόμος τῆς συγ-

κρύσεως ἐν τέτῳ κεῖται, ἵνα τὸ συγκρῦον σῶμα διανέμη

ταῖς μάζαις τὴν ποσότητα τῆς κινήσεως, καθ' ἣν προσ-

βάλλει· ϗ σῶμα τὸ Α προσβάλλον τῷ Β πλαγίως, μό-

νον κατὰ τὴν κάθετον κίνησιν ΑΓ αὐτῷ προσβάλλει, ἐν-

τεῦθεν ἄρα α'. τὸ συγκρῦον σῶμα κατέχει πᾶσαν αὐτ̃ῦ

τὴν κίνησιν παράλληλον ΑΔ = ΓΒ· β'. ἐπενεργεῖ πραγ-

ματικῶς τῷ συγκρυθέντι Β, ὡς εἰ μόνον ἐφέρετο τὴν κάθετον κίνησιν ΑΓ· τυτέσι διανέμει τὴν κάθετον κίνησιν ΑΓ ταῖς μάζαις (305), διασῶζον ὅλην τὴν παράλληλων κίνησιν ΓΒ.

363. ΣΧΟΛΙΟΝ Α΄. Πεῖρα ἡμῖν δείκνυσι ταύτην τὴν ἀνάλυσιν τῆς πλαγίας κινήσεως ἀδιαλείπτως ἐπικρατεῖν ἐν τῇ φύσει, ϗ τὸ συγκρῦον μὴ ἐπενεργεῖν τῷ συγκρυομένῳ, εἰ μὴ κατὰ λόγον τῆς καθέτυ κινήσεως, κατέχον ὅλην τὴν κίνησιν παράλληλον· ἐὰν γὰρ σῶμα μὴ ἐλασικὸν τὸ Α, προσβάλλῃ ἐπιπέδῳ τῷ ΓΕ μὴ ἐλασικῷ κατὰ τὴν πλαγίαν φορὰν ΑΒ, α΄. τὸ Β ἐδόλως φέρεται ἐν τῇ, ἣν ἐκτήσατο, κινήσει τὴν φορὰν ΑΒ, ἣν εἶχε τὸ συγκρῦον σῶμα Α, προχωρῦν βραχύτι ἐξ ἀριςερῶν ἐπὶ δεξιὰν τῦ Ε, ἀλλ' ἔσιν ἐλεύθερον ἐν τῇ συγκρύσει, κατιὸν κατὰ μόνην τὴν εὐθεῖαν ΒΘ· β΄. κάτεισι ταχυτῆτι ἥττονι, ἢ εἰ τὸ Α προσέβαλλεν αὐτῷ κατὰ κάθετον ἀπάσῃ τῇ δυνάμει ΑΒ· γ΄. ἐὰν τὸ μὴ ἐλασικὸν ἐπίπεδον ΓΕ ᾖ ὁριζόντιον ϗ ἀκίνητον, τὸ μὴ ἐλασικὸν Α, προσβάλλον τῷ Β κατὰ τὴν πλαγίαν φορὰν ΑΒ, ἐν τῇ συγκρύσει ἀπόλλυσι μόνην τὴν ἑαυτῦ κάθετον κίνησιν, ἐλιθαίνει δὲ, ἢ ἕρπει πρὸς τὸ ἐπίπεδον, καθ' ὅλην τὴν ἑαυτῦ παράλληλον κίνησιν.

364. ΣΧΟΛΙΟΝ Β΄. Καίπερ ἡ τῆς κινήσεως ἀνάλυσις ἐλαττοῖ τὴν ἰσχὺν, ἢ τὴν ποσότητα τῆς κινήσεως τῦ συγκρύοντος σώματος Α, ὡς πρὸς τὸ συγκρυθὲν σῶμα Β, ἐπεὶ τὸ Α ὐχ ἕτω μέγα ἀποτέλεσμα ἐνεργάζεται τῷ Β, πλαγίως αὐτῷ ἐπενεργῦν, ὡς εἰ ἐπιδρῴη κατὰ κάθετον· ἀλλ' ὐ παρὰ τῦτο ἐλαττοῖ ὅλην τὴν ποσότητα τῆς κινήσεως ἑαυτῦ· ἀλλὰ δὴ ἀεὶ πλείων γίνεται κίνησις ἐν τῇ συγκρύσει, ἢ πρότερον· ϗ γὰρ ἔτως ἡ

ὅλη ποσότης τῆς κινήσεως AB γίνεται AΓ + BΓ > AB (139).

Ε'ὰν ἡ πλαγία AB ἐμφαίνῃ ἰσχὺν, δι' ἧς ἂν διέλθοι 10 πόδας ἐν ἑνὶ λεπ. δευτ. ἡ δὲ κάθετος AΓ = 6, ᾗ δὴ ἡ παράλληλος BΓ = 8 (Γεωμ. 351), τὸ ἐλασικὸν σῶμα A, προσβάλλον τῷ σώματι B ᾗ αὐτῷ ἐλασικῷ, ᾗ λίτρᾳ ἴσῳ, ἐμποιήσει αὐτῷ διά τε τῆς συγκρούσεως, ᾗ τῆς ἐλασικότητος, ὅλην τὴν ἑαυτοῦ κάθετον κίνησιν AΓ, δι' ἧς αὐτῷ προσβαλεῖ (305, 333), ᾗ διασώσει πᾶσαν τὴν ἑαυτοῦ παράλληλον κίνησιν BΓ· ἕτως ἓν τὸ σῶμα B διανύσει πᾶσαν τὴν κάθετον BΘ = AΓ = 6 ποσὶ, ᾗ A διανήσει πᾶσαν τὴν παράλληλον BE = BΓ = 8 ποσὶ, ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ, καθ' ὃν τὸ A κατὰ τὴν ἑαυτοῦ ἀρχικὴν ἰσχὺν AB, διανύσειεν ἂν τὴν καινὴν διαγώνιον BM = AB = 10 ποσὶ, τουτέσιν ἐν ἑνὶ λεπ. δευτ., ἡ ἄρα ὅλη ποσότης τῆς κινήσεως ἡ μετὰ τὴν ἀνάλυσιν ἔσι 14, πρὸ τῆς ἀναλύσεως ἴσα μόνον 10.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΙΚΟΣΤΟΝ ΕΝΝΑΤΟΝ.

Περὶ ἀνακλωμένης κινήσεως.

365. Τριττόν τι εἶδος κινήσεως μάλισα φέρεται· ἡ μὲν γὰρ κίνησις ἐσὶν εὐθεῖα, ἡ δ' ἀνακλωμένη, ἡ δὲ θραυομένη· ὅταν μὲν γὰρ τὸ κινητὸν βαίνῃ τὴν φορὰν, πρὸς ἣν κεκίνηται ἐκ τῆς κινούσης αἰτίας, εὐθεῖα καλεῖται ἡ κίνησις· ἐὰν δὲ μικρόντι τὴν εὐθεῖαν χωρήσαν, καταναγκασθῇ εἰς τὰ ὀπίσω αὖθις ἐπανιέναι, ἀνακλωμένη· τέλος δὲ, ἐὰν ἐν τῷ, δι' ὃ πλαγίως δίεισι, μέσῳ ἐνσάσει

τινὶ ἀπαντῆσαν καταναγκαθῇ βραχύτι ἐκτραπέσθαι τῆς ἑαυτῆ προτέρας φορᾶς· ἡ κίνησις ἔσαι θραυομένη.

366. Προείσθω γὰρ σφαῖρα ἠλέκτρυ κατά τινος πίνακος· ἡ τοίνυν αὐτῆ ἀπὸ τῆς προϊούσης χειρὸς μέχρι τῆ πίνακις κίνησις καλεῖται εὐθεῖα· προσβαλὸν δὲ τῷ πίνακι, ἀναπηδήσει αὖθις εἰς τὰ ὀπίσω· αὕτη ἦν ἡ ἀναπήδησις ἀκύει κίνησις ἀνακλωμένη· ἐμβεβλήσθω αὖθις πλαγίως ὕδατι λίθος· εἰσιὼν ἦν ἐκ τῆ ἀέρος εἰς τὸ ὕδωρ ἐκτραπήσεται βραχύτι τῆς φορᾶς πρὸς τὰ ἄνω, ἧ ἡ κίνησις καλεῖται θραυομένη.

Ὅταν σῶμα τὸ Α (χ. 11) πλαγίως προσβάλλῃ τῇ ΔΙ ἐπιφανείᾳ τῆ Β σώματος, ἡ ΑΒΔ γωνία, ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῆς πρώτης φορᾶς ΑΒ ἧ τῆς ἐπιφανείας, καλεῖται γωνία ἐπιπτώσεως· ἡνίκα δὲ ἐγείρεται, ἡ ἀνακλᾶται μετὰ τὴν σύγκρεσιν, ἡ ὑπὸ ΓΒΙ γωνία, ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῆς αὐτῆς ἐπιφενείας ἧ τῆς καινῆς, ἣν ὁδεύει, πορείας, καλεῖται γωνία ἀνακλάσεως.

367. ΘΕΩΡΗΜΑ Α΄. Ἡ ἐλασικότης ἔσι μόνη αἰτία τῆς ἀνακλάσεως.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἤτοι γὰρ κάθετός ἐσιν ἡ φορὰ ΘΗ, ἣν φέρεται τὸ σῶμα Θ πρὸς τὸ Η, τῇ ΙΕ ἐπιφανείᾳ τῆ Η σώματος, ἧ ἐφ' ὅπως ἡ κίνησις αὐτὴ ἀντιπέμψει εἰς τὰ ὀπίσω τὸ σῶμα Η, ἀλλὰ ἧ κωλύσει ἀντιπεμπόμενον (318)· ἢ γᾶν πλαγία τῇ ΔΙ ἐπιφανείᾳ τῆ Β σώματος, ἧ ἐνταῦθα ἡ πλαγία ΑΒ ἀποτέλεσμα ἓσα (138) τῆς καθέτυ ἰσχύος ΑΔ, ἥτις ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω ἐπεκτείνεται, ἐφ' ἧττον ἐκ ἔσαι δεξιὰ ἀναῤῥίψαι τὸ κινητὸν (318)· ἧ ἡ παράλληλος κίνησις ΔΒ = ΑΖ, κατὰ τὴν οἰκείαν ἑαυτῆς φύσιν ἔτε προσάγει τὸ Α τῇ ΔΙ, ἐδ' ἀπάγει

αὐτῆς· ἐπεὶ ἄρα ὐδεμιᾷ κινήσει ἀνακάμπτει τὸ κινητὸν, δῆλον, ὅτι μόνῃ τῇ ἐλασικότητι. Ο. Ε. Δ.

368. ΠΟΡΙΣΜΑ. Εἰ ἄρα ὐκ ἔσι σῶμα, ὧν ἴσμεν, ὃ προεθὲν κατ' ἄλλο ὁμοφυὲς ὐκ ἀνακλᾶται κατὰ τὸ μᾶλλον ϗ ἧττον, ϗ αὐτὸ τὸ ὕδωρ, ὃ μόνον τῶν σωμάτων πείρα δείκνυσι τῇ ἐλασικότητι ἀντιφερόμενον, προεθὲν καθ' ὕδατος, ἀεὶ βραχύτι ἀνακλᾶται· ἄρα εὐλόγως συναχθήσεται, ὡς ὐδέν ἐσι τῶν ἡμῖν γνωρίμων σωμάτων ἀπάσης ἐλασικότητος ἀπολύτως ἄμοιρον· ὐδὲν δὲ ξένον, εἰ ἀκριβῶς παρατηρηθῇ ἡ φυσικὴ σύνθεσις τῶν σωμάτων, φανήσεται· ὁ γὰρ ἀὴρ ϗ τὸ πῦρ εἰσὶν ἢ γᾶν δοκοῦσι τέλεον ἐλασικά, ὡς ἐν τοῖς ἑξῆς φανήσεται· ἀλλὰ πολλὰ μόρια ἀερώδη τε ϗ πορώδη πᾶσι τοῖς σώμασιν ἐνδιέσπαρται, ὡς ϗ τοῦτο φανήσεται ὕσερον· πάντα ἄρα τὰ σώματα συνθλιβόμενα, σπεύδουσιν ἀνασῆναι αὖθις κατὰ τὸ μᾶλλον ϗ ἧττον, εἴτ' ὦν δείγματα οἱασοῦν ἐλασικότητος παραχεῖν.

369. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Πᾶν σῶμα ἐλασικὸν, προϊέμενον καθέτως κατ' ἐπιπέδου ἀκινήτου νοουμένου (322), κατὰ κάθετον ἀνακλασθήσεται.

ΔΕΙΞΙΣ. Τὸ γὰρ Θ, προεθὲν κατὰ κάθετον κατὰ τοῦ ἀκινήτου Η, ἀπολέσει πᾶσαν τὴν ἑαυτοῦ κίνησιν, συνθλιβὲν κατὰ τὴν φορὰν ΘΗ, ἣν ἐφέρετο πρὸ τῆς συγκρούσεως (324)· εἶτα, ἀφαλάμενον κατὰ φορὰν ἐναντίαν τὴν ΗΘ, ἀναγκαίως ἀνακλασθήσεται κατὰ τὴν κάθετον ΘΗ. Ο. Ε. Δ.

370. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ε'ὰν τὸ Θ ἐκ τοῦ ὕψους Θ ἐπιπέσῃ τῷ ὁριζοντίῳ ἐπιπέδῳ ΙΕ κατὰ κάθετον, αἰρομένης τῆς τοῦ ἀέρος ἐνσάσεως, ἀναβήσεται εἰς τὸ Θ, ὅθεν κατέπεσε· ϗ γὰρ τὸ μὲν Θ, ἐκ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ Η κατα-

πίπτον ταχυτῆτα προσηκτᾶται ἱκανὴν, ἵν' ἀνέλθῃ δι' αὐτῆς εἰς ὕψος ἴσον τῷ ΗΘ (190)· ἡ δ' ἐλαχιστότης παρέχει αὐτῷ καθέτως ἐκ τῶν κάτω ἐπὶ τὰ ἄνω πᾶσαν τὴν ταχύτητα, ἣν εἶχεν ἐκ τῶν ἄνω ἐπὶ τὰ κάτω, ᾗ καθ' ἣν συντέθλιπται κατὰ τὸ ἀκινήτῳ Η.

371. ΘΕΩΡΗΜΑ Γ'. Πᾶν σῶμα ἐλαστικὸν Α, προϊέμενον κατ' ἐπιπέδῳ ἀκινήτῳ τῷ ΔΒΙ, ποιήσει τὴν γωνίαν τῆς ἀνακλάσεως ΓΒΙ ἴσην τῇ τῆς ἐπιπτώσεως ΑΒΔ.

ΔΕΙΞΙΣ. Τὸ κινητὸν Α, προϊέμενον κατὰ τὸ ἐπιπέδῳ ΔΙ κατὰ τὴν πλαγίαν ΑΒ σπεύδει προσβαλεῖν τούτῳ τῷ ἐπιπέδῳ, κατὰ μόνην τὴν κάθετον κίνησιν ΑΔ (360)· συνθλιβὲν δὲ κατὰ πᾶσαν ταύτην τὴν κίνησιν, ἀφαλλόμενον καθέτως πρὸς τὸ Ζ, ἐπιδέξεται καινὴν κίνησιν κάθετον τὴν ΒΖ = ΑΔ (369), ἀλλὰ δι' ἧς ἂν χωρήσειεν ἐκ τοῦ Β ἐπὶ τὸ Ζ· παρὰ δὲ ταῦτα, ἐκ τῆς ἀναλύσεως τῆς κινήσεως τῆς ἐν τῇ συγκρούσει γινομένης, διατηρεῖ τὴν ἑαυτῆς κίνησιν ὁλοκλήρως παράλληλον ΒΗ = ΒΔ (362)· εὑρεθήσεται ἄρα ἐν τῷ σημείῳ Β μετὰ τὴν ἔλασιν ἀγόμενον ὑπὸ δύω δυνάμεων, τῆς μὲν ΒΖ καθέτου ᾗ ἴσης τῇ ΑΔ, τῆς δὲ ΒΙ παραλλήλου ᾗ ἴσης τῇ ΖΓ ἢ ΒΔ· οἰσθήσεται ἄρα τὴν διαγώνιον ΒΓ τοῦ παραλληλογράμμου ΒΖΓΙ (131), ᾗ ὄντος ἴσου τῷ παραλληλογράμμῳ ΑΔΒΖ, ἔσαι ᾗ ἡ ὑπὸ ΓΒΙ = ΑΒΔ. Ο. Ε. Δ.

ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ε'ὰν ἄρα συχνάκις συμβαίνῃ τὴν γωνίαν τῆς ἀνακλάσεως μὴ ἐξισοῦσθαι τῇ τῆς ἐπιπτώσεως, τοῦτο γίνεται, ἤτοι ὅτι τὸ ἐπίπεδον ἐκ ἔστιν ἀπολύτως ἀκίνητον· τηνικαῦτα γὰρ τὸ συγκρουὸν σῶμα τῷ συγκρουσθέντι μέρους τινὸς κοινωνοῦν τῆς ἑαυτοῦ καθέτου κινήσεως, καί τι φθεῖρον διὰ τῆς ἐλαστικότητος, ᾗ δύναται ἀνακλασθῆναι κατὰ πᾶσαν τὴν ἑαυτοῦ κάθετον κίνησιν, ὃ ἀναγ-

καίως ἐλαττοῖ τὴν γωνίαν τῆς ἀνακλάσεως· ἢ δί ὅ,τι τὸ συγκρῦον σῶμα ὐκ ἔσιν ἐντελῶς ἐλασικόν.

372. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Γενικὸς ἔτος νόμος τῆς ἀνακλωμένης κινήσεως, τὴν γωνίαν τῆς ἀνακλάσεως ἰσῦσθαι τῇ τῆς ἐπιπτώσεως· δέδεικται μὲν γὰρ τῦτο τῆς συγκρύσεως πλαγίας ὕσης· σαφέσατα δὲ δηλῦται, ϗ ἡνίκ' ἂν ᾖ κάθετος· τηνικαῦτα γὰρ ὀρθή ἐσιν ἡ τῆς ἀνακλάσεως γωνία, ὥσπερ ἡ τῆς ἐπιπτώσεως (Γεωμ. 69. Τομ. Β΄.).

373. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄. Τ' ἀνάπαλιν δὲ, ἐὰν ἡ γωνία τῆς ἀνακλάσεως ἴση ᾖ τῇ τῆς ἐπιπτώσεως, τὸ προσβάλλον σῶμα ἐντελῶς ἐσιν ἐλασικόν· ὐ γὰρ ἂν, εἰ μὴ μηδὲν φθαρείη κινήσεως τῆς καθέτυ ΑΔ, ἐν τῷ σημείῳ Β τῆς ἀνακλάσεως· ἀλλὰ πρὸς τῦτο ἀνάγκη ἀναπηδῆσαι κατὰ πᾶσαν ἑαυτῦ τὴν κίνησιν, καθ' ἣν συνέθλιψεν, εἴτ' ἓν εἶναι ἐντελῶς ἐλασικόν.

Τὸ φῶς τοίνυν ἀείποτε ποιεῖ, ὁσάκις σώματι τινὶ προσβάλλει, τὴν γωνίαν τῆς ἀνακλάσεως ἴσην ὡς πρὸς αἴσθησιν τῇ τῆς ἐπιπτώσεως· κἂν τύτῳ συρίζεται πᾶσα ἡ ἐπισήμη τῆς κατοπτρικῆς· ἔτως ἓν παρὰ βραχὺ τὸ φῶς ἔσιν ἐντελῶς ἐλασικόν· ὐδ' ἔσι πεῖρα, ἡ μὴ τοίνδε πράγματι ἡμῖν αὐτὸ δείξασα· ϗ ὁ ἀὴρ δὲ δείκνυσιν εὐμοιρῶν ὡς πρὸς αἴσθησιν ἐντελῦς τινὸς ἐλασικότητος.

374. Ὅτι τοίνυν ἐν τοῖς ἡμῖν γινωσκομένοις σώμασιν ὐχ ὑπάρχυσιν ἐντελῶς σκληρὰ, ὐδ' ἐντελῶς ἄπαλὰ, σεσημείωται ἤδη (320, 368)· ἀλλὰ τυτὶ ῥηθῆναι ϗ περὶ τῶν ἐλασικῶν ὐ δυνατόν πως ἐμοὶ γῦν ἔδοξε· δι' ὃ φήθειν συσεῖλαι δεῖν τὴν παρατήρησιν, ἣν συνήθως οἱ φυσιολογῦντες, ἐπὶ τῶν τριῶν τῶνδε ἰδιοτήτων καθόλυ ἐκφέρυσι (304).

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΑΚΟΣΤΟΝ.

Περὶ τῆς θραυομένης κινήσεως.

375. ΘΕΩΡΗΜΑ Α΄. Ὅταν κινητὸν τὸ Α διαβαίνῃ καθέτως ἀπὸ μέσου μανωτέρου ἐπὶ πυκνότερον, ἢ ἀνάπαλιν, εὐθεμία αὐτῷ θραῦσις συμβήσεται.

ΔΕΙΞΙΣ. Διαβαινέτω γὰρ σφαῖρα ἡ Α (χ. 12) ἐκ τοῦ ἀέρος ἐπὶ τὸ ὕδωρ κατὰ φορὰν τὴν ΔΖ, κάθετον τῇ τοῦ ὕδατος ἐπιφανείᾳ ΓΒ· ἐκεῖν ἡ σφαῖρα Α οἰσθήσεται ἀεὶ τὴν φορὰν ΔΖΕ, μηδενὸς αὐτὴν αἰτίου ταύτης τῆς φορᾶς παρεκτραπέσθαι καταναγκάζοντος· ἀλλ' ὅταν ἡ φορὰ ΔΖΕ κάθετος ᾖ τῇ τοῦ ὕδατος ἐπιφανείᾳ ΓΒ, τὸ μέρος ταύτης τῆς σφαίρας, τὸ ἐμβεβιθισμένον τῷ ὕδατι, ἀπαντᾷ ἐν τῷ ὑγρῷ τὴν αὐτὴν ἔνσασιν περὶ τὴν κάθετον, ἣν ἐπάναγκες ἐξαφανίσαι, ἵν' ἕκασον τῶν αὐτῆς μερῶν κατὰ κάθετον κατελθεῖν δυνηθῇ· ἄρα, ἐπεὶ οὐδὲν αἴτιον αὐτὴν ἐκτραπέσθαι τῆς πρὶν ὁδοῦ ἀναγκάζει, εὐθύλως θραυσθήσεται. Ο. Ε. Δ.

Παρὰ ταῦτα ᾗ πεῖρα τοῦτο φανερόν· σφαῖρα γὰρ μαρμάρου ἡ Α, ἀφεθεῖσα εἰς ὕδωρ πρὸς ὀρθὰς, βήσεται πρὸς τὸ ὕδωρ κατὰ ταύτην τὴν κάθετον ΔΖΕ.

376. Φημὶ δὲ, σφαῖρα· ἐὰν γὰρ τὸ σῶμα μὴ ᾖ κυκλοτερὲς, καίτοι κατὰ κάθετον ἐμβαπτόμενον τῷ ὕδατι, δυνήσεται πρὸς ταῦτα πλείω ἐπιφάνειαν σρέψαι, ἢ πρὸς ἐκεῖνα, ᾗ παρεκτραπέσθαι τῆς καθέτου ΕΖ, πορευόμενον πρὸς ἃ ἥττων ἡ ἐπιφάνεια, διὰ τὸ ἥττονα γίνεσθαι ἐκεῖθι τὴν τοῦ ὕδατος ἔνσασιν, τῆς ἐνσάσεως, ὡς ὀ-

ψόμεθα, τῦ μέσυ, δι' ἕ σῶμά τι κινεῖται, ἀναλογύσης τῇ ἐπιφανείᾳ τῦ σώματος τῇ παρισαμένῃ ἐκεῖθι.

Οὕτως ἓν ὁρᾶται κέραμος, ἕ τὸ ἐπίπεδον ἐγκεκλιμένον ἐσὶ τῇ ἐπιφανείᾳ ΒΓ τῦ ὕδατος, δι' ἕ δίεισι, κατὰ τὸ Ζ, ἀποχωρῶν τῆς καθέτυ πορείας ΖΕ, ἣν αὐτῷ ἐμποιεῖ ἡ βαρύτης, ϗ πορευόμενος τυχὸν κατὰ τὸ χ, ἀντὶ τῦ κατελθεῖν πρὸς ὀρθὰς εἰς τὸ Ε.

Εἰπόντες ἕν, τὸ κινητὸν εἰσιὸν καθέτως ἀπὸ μέσυ εἰς μέσον μὴ θραύεσθαι, κυκλοτερὲς αὐτὸ ὑπεθέμεθα· ϗ ἐπὶ τῶν ἐξῆς δὲ δυοῖν θεωρημάτων ὑποθησόμεθα σφαιρικὰ τὰ σώματα, ὅτι τὸ ἄλλως ἔχον, κινῆσαι τὴν θεωρίαν ταύτην δύναται.

377. ΘΕΩΡΗΜΑ Β΄. Ἡνίκα κινητὸν ἀπὸ μέσυ μανωτέρυ ἐπὶ πυκνότερον μεθίσαται, θραύεται ἀπὸ τῆς καθέτυ.

Εἰσιέτω γὰρ σφαῖρα ἡ Β (χ. 13) ἐκ τῦ ἀέρος εἰς ὕδωρ κατὰ τὴν φορὰν ΚΝΛ, πλαγίαν τῇ τῦ ὕδατος ἐπιφανείᾳ ΓΝΠ· οἰωθήσεται ἕν ἁ τὴν ΝΛ φορὰν, τὴν δὲ ΝΞ τὴν ἄπο τῆς ΝΙ καθέτυ τῇ τῦ ὕδατος ἐπιφανείᾳ ΓΝΠ.

ΔΕΙΞΙΣ. Ὅτε τὸ πρῶτον τῆς σφαίρας σημεῖον χ προσβάλῃ κατὰ τὸ Ν τῇ τῦ ὕδατος ἐπιφανείᾳ κατὰ τὴν πλαγίαν φορὰν ΝΛ, ἡ αὐτῆς κίνησις ἀναλυθήσεται εἴς τε τὴν κάθετον ΝΤ, ϗ εἰς τὴν παράλληλον Νρ· τὸ δὲ χ προσβαλεῖ τῷ τῦ ὕδατος σημείῳ Ν κατὰ λόγον μόνον τῆς ἑαυτῦ καθέτυ κινήσεως ΝΤ· ἡ δὲ παράλληλος Νρ μενεῖ αὐτῷ ὁλόκληρος (362)· ἡ τοίνυν πλευρὰ ΝΤ ἡ ἐμφαίνυσα τὴν αὐτῆς κάθετον κίνησιν βραχυνθήσεται, ϗ γενήσεται, φέρε, ΝΟ· τὸ δὲ τῆς σφαίρας σημεῖον χ ἀγόμενον ἔτω ὑπὸ δύω δυνάμεων ΝΟ, Νρ, τὴν μὲν Νγ διαγώνιον ἐκ οἰωθήσεται, τὴν δὲ Νψ διαγώνιον τῦ νέυ

παρχλληλογράμμυ ΝρΟψ τῦ ἐπὶ τῆς νέας εὐθείας ΝΟ, χ̀ τῆς ἀτρέπτυ Νρ· οἰωθήσεται ἄρα τὴν φορὰν Νψξ ἀποχωρῦν τῆς προτέρας φορᾶς ΝΛ, χ̀ δὴ τῆς τῇ τῦ ὕδατος ἐπιφανείᾳ καθέτυ.

Ο" δὲ εἴρηται περὶ τῦ πρώτυ σημείυ τῆς σφαίρας χ, νοητέον χ̀ περὶ πάντων τῶν ἄλλων σημείων αὐτῆς ἐμβαπτομένης τῷ ὕδατι· ἐν ἑκάςῳ γὰρ λεπτῷ τῆς πεπερασμένης κινήσεως, καθ' ἣν ἐμβαφήσεται τῷ ὕδατι ὅλη ἡ σφαῖρα, ἀπολέσει ἀεὶ καινόν τι μέρος τῆς καθ' ἑαυτὴν καθέτυ κινήσεως, χ̀ ὅτως οἰωθήσεται τὴν διαγώνιον καινῦτινος παραλληλογράμμυ, ὗ τὸ πέρας ψ ἀεὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ἀποχωρήσει τῆς καθέτου ΝΙ· τὸ δὲ ἄθροισμα πχσῶν τύτων τῶν διαγωνίων συγκροτήσει καμπύλην, ἧς τὰ κοῖλα τετραμμένα ἔσαι πρὸς τὸν τῦ ὕδατος πυθμένα· τὸ δὲ κέντρον τῆς σφαίρας καταγράψει τὴν μικρὰν καμπύλην ντ, ἕως ἂν ἐμβυθιωθῇ τῷ ὕδατι· τελευταῖον δὲ τῆς σφαίρας ὁλοκλήρως ἐμβαπτιωθείσης, τὸ κέντρον αὐτῆς χωρήσει τὴν ὁδὸν Νψξ, ἀφιςάμενον τῆς καθέτυ ΝΙ. Ο.Ε.Δ.

378. ΣΧΟΛΙΟΝ. Η' νέα εὐθεῖα, ἣν βαίνει τὸ κινητὸν εἰσιὸν εἰς καινὸν μέσον, συνάμα τῇ προτέρᾳ φορᾷ ΚΝ συνίςησιν εὐθεῖαν τεθραυσμένην, ἢ διακεκομμένην· ἐπεὶ δὲ αὗται τὴν ὅλην παριςῶσι κίνησιν, ἣν εἶχε τὸ κινητὸν ἐν ἑκατέρῳ μέσῳ· τύτυ χάριν θραυομένη καλεῖται αὕτη ἡ κίνησις.

379. ΘΕΩΡΗΜΑ Γ'. Ο"ταν τι κινητὸν διαβαίνῃ ἀπὸ μέσυ πυκνοτέρυ ἐπὶ μανώτερον, θραύεται πρὸς τῇ καθέτῳ.

Μεταβαινέτω γὰρ ἐκ τῦ ὕδατος εἰς ἀέρα ἡ σφαῖρα Π (χ. 14) κατὰ τὴν φορὰν ΑΒ πλαγίαν τῇ τῦ ἀέρος

ἐπιφανείᾳ ΓΔ· βήσεται τοίνυν ἐ τὴν φορὰν ΑΒ, ἀλλὰ τὴν νέαν ΝΞ τὴν προσχωρεῦσαν πρὸς τὴν τῇ τᾶ ἀέρος ἐπιφανείᾳ κάθετον ΝΙ.

ΔΕΙΞΙΣ. Τὸ γὰρ πρῶτον τῆς σφαίρας σημεῖον Ν, τὸ ἐξιὸν τᾶ ὕδατος κατὰ τὴν φορὰν ΝΒ, προσβαλεῖ πλαγίως τῷ μεριδίῳ ν τᾶ πρὸς ἀριστερὰν αὐτᾶ ὕδατος· ἡ ἓν κίνησις τᾶ Ν σημείᾳ τῆς σφαίρας ἀναλυθήσεται εἴς τε τὴν τέτῳ τῷ μεριδίῳ κάθετον Νδ, ᾗ εἰς τὴν παράλληλον ΝΙ· τὸ δὲ Ν προσβάλλον τῷ ν διὰ μόνης τῆς καθέτᾳ κινήσεως Νδ, διατηρήσει πᾶσαν τὴν παράλληλον κίνησιν ΝΙ· διαδραμεῖται τοίνυν τὸ σημεῖον ἐχὶ τὴν διαγώνιον ΝΒ, ἀλλὰ τὴν διαγώνιον Νμ τᾶ παραλληλογράμμᾳ Νσμl, τᾶ ἐπὶ τῆς λειπομένης καθέτᾳ κινήσεως Νσ, ᾗ τῆς ἀτρέπτᾳ παραλλήλᾳ ΝΙ· ἀποχωρήσει ἄρα τῆς πρὶν πορείας ΝΒ, ᾗ προχωρήσει πρὸς τὴν τῇ τᾶ ἀέρος ἐπιφανείᾳ ΓΔ κάθετον ΝΙ· τἀυτὸν δὲ νοητέον ᾗ περὶ ὅλης τῆς σφαίρας· ἄρα κτ. Ο. Ε. Δ.

380. ΣΧΟΛΙΟΝ Α΄. Τ᾽ποδείγματα ἀδιάλειπτα καθ᾽ ἑκάτην συμβαίνᾳσι τῆς θραυομένης κινήσεως· ἧλος γὰρ ἐμπηγνύμενος ξύλῳ καμπυλᾶται, εἴπερ ἡ κατ᾽ αὐτὸν ἀκωκὴ πλαγίως ἐμβαλλομένη μέρει τοῦ ξύλου σκληροτέρῳ συναντήσῃ· ἢ γᾶν, ἐὰν ἡ τᾶ ἥλου ἀκωκὴ ἀπὸ τᾶ σκληρᾶ ἐξίῃ κατὰ φορὰν πλαγίαν τῇ τᾶ σώματος ἐπιφανείᾳ, ἐν τῷ ἐξιέναι καμπυλωθήσεται (377, 379).

381. Ἐν γένει πάντα τάτε ξερεὰ ᾗ ῥευστὰ, πλαγίως μεθιστάμενα ἀπὸ μέσᾳ ἐπὶ μέσον διάφορον τὴν πυκνότητα, ἢ, εἰ βέλει, τὴν ἔνστασιν, φέρονται ἀεὶ πρὸς ἃ μέρη ἧττων ἐστὶν ἡ ἔνστασις· ἀλλὰ γὰρ εὐχερὲς κατανοῆσαι τὸ ἀναγκαῖον τῆς ἀκολᾳθίας τᾶ γενικᾶ νόμᾳ τῆς θραυο-

μένης κινήσεως· τὸ γὰρ φέρεσθαι, ἔνθ' ὅσσον ἐσὶν ἡ ἔνσασις, ὐ κατὰ διορισμὸν ἑαυτῶν γίνεται (82), ἀλλ' ὅτι ἀπολέσαντα μέρος τῆς ἑαυτῶν καθέτυ κινήσεως, πρὸς ἃ πλείων ἡ ἔνσασις, βαίνυσι διὰ τῆς παραλλήλυ κινήσεως πρὸς ἃ ἧττονι ἐντυγχάνυσι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΑΚΟΣΤΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.

Περὶ τῆς καθ' ἅλμα κινήσεως.

382. Ἐπείπερ ἡ θραυομένη κίνησις δεξιῶς ἔχει ἀποτελέσαι ϗ τὴν καθ' ἅλμα, ἐχομένως ἐκείνης, ϗ περὶ ταύτης διαλαβεῖν ἔγνωμεν.

Ἡ καθ' ἅλμα κίνησις γίνεται, ὅταν λίθος, φέρε, ἢ σφαῖρα πυροβολική, προϊέμενα πλαγίως ἢ παραλλήλως τῷ ὁρίζοντι, πίπτουσιν, καθ' ὃ αἴρονται καὶ αὖθις πίπτυσιν ἅπαξ, ἢ ϗ πολλάκις κατὰ συνέχειαν.

Τοῦτο δὲ ἀποτελεῖται, ἤτοι ὑπὸ τῆς ἐλασικότητος, ἢ ὑπὸ τῆς θραυομένης κινήσεως, ἢ ϗ ὑπ' ἀμφοτέρων ἅμα· ἐὰν γὰρ πλαγίως προεθῇ σφαῖρα ἐντελῶς ἐλασικὴ κατ' ἐπίπεδυ ὁριζοντίυ, ἀκινήτυ τε ϗ ἀθλίπτυ, ἀναλεῖται ἄπειρα ἀνάλμικτα, ϗ ἀεὶ ἴσα, αἰρομένης μέντοι γε τῆς τε τοῦ ἀέρος ἐνσάσεως, ϗ τῆς, ἣν ὑποσῆναι δύναται τριβήν· ϗ γὰρ τῆς ἐλασικότητος ἐμποιούσης τῷ κινητῷ κίνησιν κάθετον, δι' ἧς δύναται ἀναδραμεῖν εἰς ὕψος ἴσον τῷ ἀφ' οὗ κατήνεκται (370), ϗ τῆς παραλλήλυ ἢ ὁριζοντίυ κινήσεως ἀναλλοιώτυ ὑποτιθεμένης, τὸ κινητὸν μεθ' ἕκασον ἅλμα καταγράψει παραβολὴν (230) ὕψος καὶ πλάτος ἔχυσαν ἴσα (236).

383. Α'λλ' ἡ τῦ ἀέρος ἔνσασις ἀεὶ ἐλαττοῖ μεθ' ἕκασον ἅλμα τήν τε κάθετον, καὶ ἅμα τὴν ὁριζόντιον κίνησιν· καίτοι ἓν αἱ παραβολαὶ βραχύτι ἀλλήλων διοίσυσι τῷ τε ὕψει καὶ πλάτει μετὰ ἅλμα ἕκασον, ἀλλὰ πράγματι ἀεὶ ὑποσμικρυνθήσονται, καὶ τελευταῖον καταπαύσονται ὅλως.

384. Ε'ὰν τὸ ἐπίπεδον ἀκίνητον μὲν ᾖ, εὔθλιπτον δὲ, τὸ δὲ προβαλλόμενον ἐλασικὸν, καὶ ἕτω καθ' ἅλμα κινηθήσεται· ἐπιπεσὸν γὰρ τῷ ἐπιπέδῳ τὸ προβαλλόμενον συνθλιβήσεται κατὰ πᾶσαν τὴν ἑαυτῦ κάθετον κίνησιν, κοιλαῖνον τὸ ἐπίπεδον (324)· ἐκῶν ἡ ἐλασικότης ἀποδώσει αὐτῷ ὁλόκληρον ταύτην τὴν κίνησιν (306), καὶ ἕως ἡ παράλληλος κίνησις ἡ διαυλακίζυσα τὸ ὕδωρ τυχὸν ὅλως ἀποσβεσθῇ, τὸ κινητὸν ἐν τῇ συνθλίψει καὶ τῇ ἐλασικότητι δυνήσεται ἐκ τῶν δύω τέτων κινήσεων, ἔτι ἅπαξ καθάλαθαι.

385. Ε'ὰν τὸ ἐπίπεδον ἀκίνητον ᾖ, καὶ τὸ προβαλλόμενον ἐλασικὸν, καθ' ὃν ἔχη λόγον ἡ μάζα τῦ ἐπιπέδυ πρὸς τὴν τῦ προβαλλομένυ, ἤτοι ἀλεῖται, ἢ μόνον τὸ προβαλλόμενον κινηθήσεται τὴν ὁριζόντιον φορὰν, ἢ συνάμα τῷ ἐπιπέδῳ βήσεται κατὰ τὴν πρώτην φορὰν (345).

Ε'ὰν τὸ ἐπίπεδον ἀκίνητον ᾖ καὶ ἄθλιπτον, τὸ δὲ προβαλλόμενον ἐλασικῆς ἄμοιρον, προσκολληθήσεται τῷ ἐπιπέδῳ καὶ καθηρεμήσει· ἐὰν δὲ τὸ ἐπίπεδον ἀκίνητον μὲν ᾖ, εὔθλιπτον δὲ, τὸ προβαλλόμενον, καίτοι ἐλασικότητος ἄμοιρον, ἀλεῖται, εἰ μὴ ἡ γωνία τῆς ἐγκλίσεως λίαν εἴη μεγάλη· πρῶτον γὰρ τὸ προβαλλόμενον καθαψάμενον τῦ ὁριζοντίυ ἐπιπέδυ, ἐξαυλακίσει αὐτὸ ἐγχωνύμενον, ἐς τ' ἂν ὅλως ἀπαντληθῇ ὅλη ἡ παράλληλος αὐτῦ κίνησις· καὶ ἐὰν ἡ ὁριζόντιος κίνησις ἰσχυρὰ ᾖ ἔτι,

τὸ μετὰ τοῦτο ἀναβαίνειν ἄρξεται· καὶ γὰρ καταθλίψει τὴν γῆν, τὸ ὕδωρ κτ. διὰ ταύτης τῆς ὁριζοντίου κινήσεως, ᾗ ἐνσάσει ἁπάντων ἥττονι πρὸς τὰ ἄνω, ἢ πρὸς τὰ κάτω, ᾗ τοσούτῳ μᾶλλον, ὅσῳ ἧττόν ἐσιν ἐμβεβαμμένον, εὑρήσει πρὸ ἑαυτῷ ὡς περ ἐγκεκλιμένον τι ἐπίπεδον, πρὸς ὃ ἀναλύον τὴν ἑαυτῷ κίνησιν τὴν ὁριζόντιον, βήσεται τὴν διαγώνιον, εἶτ' ἂν αὐτὸ τὸ ἐπίπεδον, ὃ ἀναβήσεται· ἐντεῦθεν ἀποτελεσθήσεται ἅλμα.

386. Τὸ ἅλμα γίνεσθαι δύναται ἔκ τε τῆς ἐλασικότητος ᾗ τῆς θραυομένης κινήσεως· εἴγε ἔνθεν μὲν ἐδὲν, ὃ ἄμοιρον ἐλασικότητος κατὰ τὸ μᾶλλον ᾗ ἧττον πέφυκε (368)· ἔνθεν δὲ τὰ ἐπίπεδα, ἐφ' ὧν ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖσον γίνονται τὰ ἅλματα, οἷον ὕδωρ, γῆ κτ., εἰσὶν εὔθλιπτα, ᾗ ἡ κίνησις θραύεται, τῷ μὴ ἐμβάπτεσθαι λίαν τὸ προβαλλόμενον, ᾗ αὖθις ἀναγκαίως ἀνεγείρεσθαι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΑΚΟΣΤΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Περὶ κινήσεως τῶν σωμάτων φερομένων διὰ μέσε ἀνθισαμένε.

387. Μέχρι μὲν τοῦδε κινέμενα τὰ σώματα ἐν κενῷ ὑπεθέμεθα, ἀφελόντες κατ' ἐπίνοιαν τὰς ἐξωτερικὰς αἰτίας, τὰς τὴν κίνησιν ἀλλοιέσας, ἵνα γενικὴν αὐτῆς τὴν θεωρίαν ἀποδοίημεν· πάντα μέντοι τὰ γήϊνα σώματα, πραγματικῶς κινοῦνται ἐν ἀέρι, ἐν ὕδατι, κτ. Ἀὴρ δὲ ᾗ ὕδωρ, ᾗ ἐν γένει πᾶν ῥευσὸν, ἔσιν ὕλη· πᾶσα δὲ ὕλη ἀθράνειαν ἔχει τῇ ἑαυτῆς μάζῃ ἀνάλογον (85, 89) παντὶ ἄρα σώματι κινεμένῳ ἐνσήσεται τὸ, δι' ὃ κινεῖται,

ῥευσόν· ἐκεῖν ἡ τε ῥευστε ἔνστασις πρὸς τὴν κίνησιν τε Α λόγον ἐπέχει στερεῦ ἐνισαμένυ, ὅτι δεῖ τὸ Α μεταδῆναι τῆς κινήσεως τοῖς τε ῥευστε μέρεσιν, οἷς ἀμέσως συγκρέ-ει, ἵν' αὐτῷ ὑποχωρήσωσιν, ὥσπερ καὶ σώματι στερεῷ συγ-κρυομένῳ· τετὶ δὲ διάφορον ἔχει τὸ ῥευστὸν πρὸς τὸ συγ-κρυόμενον στερεὸν, ὅτι διὰ τὴν συνάφειαν τῶν μερῶν τε στερεε, τὸ συγκρεθὲν διανέμει πᾶσαν τὴν ἑαυτε κίνησιν τῇ τε αὐτε μάζῃ, καὶ τῇ τε συγκρυωθέντος· τὰ δὲ τε ῥευστε μέρη ἀσύνδετα ὄντα ἐ κινῆνται ὁλικῶς ὑπὸ τε συγκρέον-τος, μόνα δὲ τὰ πρὸ αὐτε ἀπαντῶντα, ἃ ῥᾶστα ἀποχω-ριζόμενα τῶν τε ἐκ δεξιῶν καὶ τῶν ἐξ ἀριστερῶν, καὶ ἐν γέ-νει τῶν πέριξ, προβαίνει ὑποχωρῆντα τῷ κατόπιν φερο-μένῳ σώματι.

388. ΑΡΧΗ. Ὅσῳ μᾶλλον διαιρεῖταί τι σῶμα, το-σέτῳ αὔξει ἡ ὁλικὴ ἐπιφάνεια τῶν ἐκ τῶν διαιρέσεων προϊόντων μερῶν ὑπερέχυσα τῆς πρὸ τῆς διαιρέσεως ἐ-πιφανείας τε σώματος· ὁ δὲ λόγος σαφής· διαιρυμένυ γὰρ σώματός τινος, πάντα τὰ ἀναναλυπτόμενα αὐτε μέρη, τὰ πρὶν ἀφανῆ, καινὰς ἐπιφανείας ἔξυσιν· ὅσῳ δὲ μᾶλλον διαιρεῖται, τοσέτῳ μᾶλλον καινὰ μέρη ἀνακαλύ-πτεται· διηρήθω γὰρ σφαῖρα εἰς δύω ἡμισφαίρια· ἑ-κάτερον ἓν, παρὰ τὸ ἥμισυ τῆς κατὰ τὴν σφαῖραν ἐπιφα-νείας, ἔξει καὶ τὴν ἐπιφάνειαν τε μεγίστυ τῶν ἐν τῇ σφαί-ρᾳ κύκλυ, ὃν ἀνεκάλυψεν· ἐκεῖν τῇ πρώτῃ ταύτῃ διαι-ρέσει ἥυξηται ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια ταῖς τῶν δύω με-γίστων κύκλων· καὶ ἐπείπερ ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τε-τραπλασία ἐστὶ τε ἀυτῆς μεγίστυ κύκλυ (Γεωμ. 452. Τόμ. Β΄.), ἡ ἐκ ταύτης τῆς διαιρέσεως προϊοῦσα ἐπιφά-νεια ὑπερέχει τῆς κατὰ τὴν σφαῖραν τῷ ἡμίσει αὐτῆς· ἐὰν δὲ καὶ ἑκάτερον τέτων δίχα ᾖ τμηθῇ, ἀπολειφθήσον-

ται ἔτι δύω μέγιστοι κύκλοι, καὶ δὴ ἡ ἐπιφάνεια τῶν τεσσάρων τεταρτημορίων τῆς σφαίρας διπλασία ἔσαι τῆς ἐπιφανείας αὐτῆς τῆς σφαίρας.

389. ΠΟΡΙΣΜΑ. Σῶμα ἔλαττον μείζω ἔχει ἐπιφάνειαν, ἢ μεῖζον, παραβαλλομένων ἀλλήλοις τῶν κατ' αὐτὰ πάχεων· τυτέσιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐλάττονος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ μείζονος μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ πάχος τοῦ μείζονος πρὸς τὸ πάχος τοῦ ἐλάττονος· ὁ γὰρ λόγος τοῦ σφαιρικοῦ τεταρτημορίου πρὸς τὴν ὅλην σφαῖραν κατὰ μὲν τὸ πάχος ἐστὶν ὡ 1 : 4, κατ' ἐπιφάνειαν δὲ ὡς 1 : 2, ὡς ἤδη εἴρηται.

Εἰλήφθωσαν δύω ὅμοια στερεὰ, τὸ μὲν μεῖζον, τὸ δ' ἔλαττον, καὶ γενέσθω ἑκάστη πλευρὰ ἐλάσσονος $\frac{1}{100}$ ἑκάστης ὁμολόγου πλευρᾶς τοῦ μείζονος· οἷον αἱ μὲν ἐπιφάνειαι τῶν δύω σωμάτων ἔσονται ὡς 1 : 100 (Γεωμ. 454. Τόμ. Β΄.) τὰ δὲ πάχη, ἢ αἱ στερεότητες, ὡς 1 : 1000 (Γεωμ. 466. Τόμ. Β΄.)· ἔστιν ἄρα ὁ λόγος τῶν ἐπιφανειῶν $\frac{1}{100}$ τοῦ τῶν στερεοτήτων λόγου $\frac{1}{1000}$ δεκαπλάσιος (Συμβ. Λογ. 259. Τόμ. Α΄.).

390. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἥτε ἐκτεθεῖσα ἀρχὴ καὶ τὸ ἐξ αὐτῆς πόρισμα εἰσὶν, ὡς αὐτίκα δῆλον γενήσεται, χρησιμώματα ἐν τῇ Φυσικῇ· ἀπείρων γὰρ φαινομένων τὸν λόγον παρέχεται.

391. ΘΕΩΡΗΜΑ Α΄. Ἡ ἔνσασις τῶν μέσων ἐν λόγῳ γίνεται συνθέτῳ ἐκ τῶν ἐπιφανειῶν, πυκνοτήτων, καὶ τῶν ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγώνων. (κ. 15).

ΔΕΞΙΣ. Κύβος ὁ ΑΔ κινείσθω ἀριστερόθεν ἐπὶ τὰ δεξιὰ κατὰ φορὰν τὴν τΗ, κάθετον τῷ ἐπιπέδῳ ΓΔΕΖ, παριστῶντι τὸ δι' οὗ κινεῖται μέσον, τὸν ἀέρα τυχὸν, τὸ ὕδωρ κτ.· ἐὰν οὖν διαιρεθῇ τὸ ΓΔΕΖ εἰς ἄπειρα παραλ-

ληλόγραμμα ΕΖοχ ἀπειροσὰ τὸ πλάτος χΖ, ἕκασον παραλληλόγραμμον τῦ κύβυ, διαιρυμένυ κἀκείνυ τῇ ἐπινοίᾳ ὡσαύτως, προσβαλεῖ σιβάδι τινὶ τῦ ῥευστῦ ἴσῃ τῷ ΕΖχο· ϗ διὰ τὸ ἀπειροσὸν πλάτος χΖ, ἕκασον παραλληλόγραμμον τῶν τῦ ῥευστῦ ἐκληφθῆναι δύναται ὡς νημάτιόντι τῶν μερῶν τῦ ῥευστῦ τῶν ἐκκειμένων κατὰ μῆκος τῦ παραλληλογράμμυ, εἴτ' ἓν ὡς εὐθεῖα γραμμὴ ΕΖ· ἡ ἔνστασις ἓν τῦ κατὰ τὸν κύβον ἀπειροστῦ παραλληλογράμμυ πρὸς τὸ ἀφανίσαι τὸ μέσον κατὰ τὴν φορὰν τΗ ἔσαι μεϑ' ἕκασον διάβημα τὸ νημάτιον ΕΖ, ὅπερ ἐπὶ τὰ ἔμπροσϑεν ἀπωσϑῆναι ἐπάγκες, ϗ κατὰ πλευρὰν ὑποσαλῆναι· ὁ δὲ ἀριθμὸς πάντων τύτων τῶν παραλληλογράμμων, ϗ δὴ πάντων τῶν νηματίων, ἐμφανῶς ἐκτεθήσεται ὑπὸ τῆς πλευρᾶς ΔΖ· ὠκῦν τὸ ἄθροισμα πασῶν τῶν ἐνστάσεων, εἴτ' ἓν ἡ ὅλη ἔνστασις, ἔσαι τὸ παραλληλόγραμμον ΖΕοχ ἐκλαμβανόμενον ἀντ' εὐθείας πολλαπλασιαϑὲν ἐπὶ τὴν ΔΖ· ἀλλ' ἔστιν ἡ ἐπιφάνεια τῦ ἐπιπέδυ ΓΔΕΖ = ΕΖ × ΔΖ· ἄρα ἡ ἔνστασις, ἣν ἐνίσαται τὸ ῥευστὸν τῇ τῦ κύβυ ΑΓΒΔ κινήσει ἐν ἀκαρεῖ χρόνῳ, δηλωθήσεται δι' αὐτῆς τῆς ἐπιφανείας τῦ ἐπιπέδυ, ὃ ὁ κύβος εὐθέως ἐνεισάγει τῷ ῥευστῷ.

β'. Ε'ὰν δὲ ὁ κύβος κινῆται διὰ δύω μέσων ἀνισοπύκνων, ἀέρος φέρε ϗ ὕδατος, ὁ ἀριθμὸς τῶν μερῶν ἐκείνυ ἐκκειμένων κατὰ τὸ μῆκος τῦ παραλληλογράμμυ ΖΕ οχ ἔσαι πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν τύτυ μερῶν ἐκκειμένων ϗ αὐτῶν κατὰ τὸ μῆκος τῦ αὐτῦ παραλληλογράμμυ, ὡς ἡ πυκνότης τῦ πρώτυ $\frac{1}{950}$ πρὸς τὴν πυκνότητα τῦ δευτέρυ 1 (79)· ἄρα ἡ ἔνστασις, ἣν ὑφίσαται ὁ κύβος ἐν τῷ ἀέρι ἔσαι ΓΔΕΖ × 1, ἡ δὲ, ἣν ἐν τῷ ὕδατι ΓΔΕΖ × 950· ἄρα ἡ ἔνστασις, ἣν ἐνίσανται διάφορα ῥευστὰ τῇ

τῷ κύβῳ κινήσει, ἔσαι ἡ ἐπιφάνεια ΓΔΕΖ πολλαπλασιαθεῖσα ἐπὶ τὴν πυκνότητα.

γ'. Ε'ὰν ἔτι ὁ κύβος διὰ διαφόρων μέσων καὶ διαφόρων ταχυτήτων φέρηται, φημὶ ὡς ἔνσασις, ἢ ἀπαντᾷ, ἔσαι τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας καὶ τῆς πυκνότητος, καὶ δὴ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ταχυτήτος τετραγώνῳ· ἡ γὰρ ἔνσασις αὕτη δηλῶται τῇ τῆς κινήσεως ποσότητι, ἣν ὁ κύβος ὀφείλει ἐμποιῆσαι τῷ πρὸ αὐτοῦ ῥευστῷ ΓΔΕΖ, ἵν' ὑποχωρήσῃ μακράν· λέγω δὴ, ὅτι αὕτη ἐστὶν ὡς περ τὸ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετράγωνον· ἵνα γὰρ ἡ ταχύτης διπλῆ εἴη, ἀνάγκη ἐν χρόνῳ τινὶ δεδομένῳ τὸ παραλληλόγραμμον ΓΔΕΖ ἀφανίζειν πρὸ ἑαυτοῦ διπλᾶ νηματία ῥευστοῦ· τοῦτο δὲ οὐκ ἂν γένοιτο, εἰ μὴ ἕκαστον νηματίον βαίνοι ταχυτῆτι διπλῇ· ἀλλὰ μάζα διπλῆ, ἔχουσα διπλῆν ταχυτῆτα, δίδωσι ποσότητα κινήσεως τετραπλῆν (Συμβ. Λ. 310, Φυσ. 115) αἱ δύω ἄρα ποσότητες τῆς κινήσεως εἰσὶν ὡς 1 : 4, ἢ ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετράγωνα· ὡσαύτως ἐὰν ἡ ταχύτης ᾖ τριπλῆ, τὸ παραλληλόγραμμον ἀφανίσει ἐν ἑνὶ χρόνῳ δεδομένῳ τριπλᾶ νηματία· ἕκαστον ἄρα χωρήσει ταχυτῆτι τριπλῇ, καὶ αἱ δύω ποσότητες τῆς κινήσεως, καὶ δὴ αἱ ἐνσάσεις τοῦ ῥευστοῦ ἔσονται ὡς 1 : 9· ἐν γένει ἄρα ἡ ἔνσασις, ἣν διάφορα ῥευστὰ ἐνίσανται τῷ ΑΒΓΔ κύβῳ ἴση ἐστὶ τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας ΓΔΕΖ τῆς κατ' εὐθεῖαν παρισαμένης αὐτοῖς τοῖς ῥευστοῖς, καὶ τῶν κατ' αὐτὰ πυκνοτήτων, καὶ τῶν ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγώνων.

Αἱ ἄρα ἐνσάσεις, ἃς ἐνίσανται διαφόροις σώμασι κινουμένοις διὰ ταχυτήτων διαφόρων ῥευστὰ διάφορα τὴν πυκνότητα, εἰσὶν ὡς τὰ γινόμενα ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κατ' εὐθεῖαν παρισαμένων, καὶ τῶν πυκνοτήτων, καὶ ἔτι τῶν ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγώνων· ἀλλὰ τὰ γινόμενα

εἰσὶν ἐν λόγῳ συνθέτῳ τῷ ἀπὸ τῶν παραγόντων (Συμβ. Λογ. 291. Τόμ. Α΄.) ἄρα κ. τ. λ. Ο. Ε. Δ.

392. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Ε'ὰν ἴσαι ὦσιν αἱ ταχύτητες ᾗ αἱ πυκνότητες, αἱ ἐνσάσεις ἔσονται ὡς ἐπιφάνειαι (Συμβ. Λογ. 306)· ἰδὲ καί τινα ὑποδείγματα.

ά. Ὅταν τὸ κινητὸν ἔχῃ ἐπιφανείας διαφόρους τὸ πάχος, ἧττον βραδυνεῖ, εἰ προπορεύεταί τις τῶν μικρῶν αὐτοῦ ἐπιφανειῶν, ἢ εἴτις μείζων· κέραμος γὰρ τετράγωνος, ἔχων πρὸς τὸ ὕδωρ τὸ μικρὸν παραλληλόγραμμον, κατελεύσεται εἰς τὸν τοῦ ὕδατος πυθμένα τάχιον, ἢ εἰ ἔχοι πρὸς τὸ ὕδωρ τὴν τετράγωνον ἐπιφάνειαν, εἴγε ἡ τοῦ ὕδατος ἔνσασις ἀνάλογον ἔχουσα τῇ ἐπικειμένῃ τοῦ κεράμου ἐπιφανείᾳ, ἧττον μὲν ἐκείνως, μᾶλλον δὲ ἔτως ἐνσήσεται· ὡσαύτως χάρτης ἐν ἀέρι ᾆττον κάτεισι κατὰ κάθετον, ἢ ὁριζοντίως· ἐκείνως μὲν γὰρ τῷ μικρῷ παραλληλογράμμῳ ἐνίσαται ὁ ἀὴρ, εἴτ' ἓν μιᾷ τῶν τοῦ χάρτου πλευρῶν, ἔτω δὲ, πάσῃ τῇ τοῦ χάρτου ἐπιφανείᾳ.

393. β΄. Τῶν ὁμογενῶν ᾗ ἰσοβαρῶν ᾗ δὴ ᾗ ἰσοπαχῶν σωμάτων τοῖς ἧττον σρογγύλοις μᾶλλον ἐνίσαται τὰ ῥευσά· σφαιρίδιον μὲν γὰρ χρυσοῦ κόκκῳ ἴσον τὸ βάρος κάτεισι τάχιον, ἢ φύλλον χρυσοῦ ἰσοβαρές.

394. γ΄. Τῶν ὁμογενῶν καὶ ὁμοίων σερεῶν, δύω φέρε μολυβδίνων σφαιρῶν, τὸ ἐνισάμενον μέσον μᾶλλον βραδύνει τὴν κίνησιν τοῦ ἐλάσσονος, ἢ τοῦ μείζονος· θηρευτὴς γὰρ ἐμβάλλει τῷ πυροβόλῳ 8 κόκκους μολυβδοῦς ἕκασον = $\frac{1}{8}$ τῆς ἐμβαλλομένης ἐπὶ τούτοις μολυβδίνης σφαίρας· ἐξωθούμενα δ' ἅμα ὑπὸ τοῦ ἀναφλεγομένου ῥευσοῦ, διανείμασθαι ὀφείλουσιν, ἣν ἐδέξαντο κίνησιν, ἑαυτῶν ταῖς μάζαις· ά. ἆρα ἡ σφαῖρα, ᾗ οἱ 8 κόκκοι ἐξελθεῖν ὀφείλουσι τῇ αὐτῇ ταχυτῆτι· β΄. οἱ 8 κόκκοι ὁμοῦ λαμβα-

νόμενοι τοσαύτην ἔχουσι ποσότητα κινήσεως ἐξιόντες τοῦ πυροβόλου ὅπλου, ὅσην τὸ ἄθροισμα τῶν 8 κόκκων, ἐξ ὧν σύγκειται ἡ σφαῖρα· γ΄. ᾗ δὴ ἄνευ τῆς τοῦ ἀέρος ἐνσάσεως ἡ σφαῖρα ᾗ οἱ κόκκοι εἰς τ' αὐτὸν διαβιβαθήσονται ἀπόσημα· ἡ γὰρ βαρύτης ἐπίσης κατελθεῖν ἀναγκάζει τάτε πολλὴν ᾗ τὰ ὀλίγην ἔχοντα μάζαν (162)· ἐὰν ἄρα ἡ σφαῖρα κάθάπτηται τοῦ ὁρίζοντος μετὰ δύω λεπτὰ δευτ. ᾗ ἐν διασήματι ὁριζοντίῳ ποδῶν 600, καταγράψει πάντως παραβολὴν, ἧς ὕψος μὲν 15 ποδ., πλάτος δὲ 600 (168, 190)· δῆλον ὃν ὡς ᾗ ὁ μολυβδοῦς κόκκος, τὴν αὐτὴν ἔχων κάθετον ταχυτῆτα, ἣν ᾗ ἡ σφαῖρα, ᾗ τὴν αὐτὴν ὁριζόντιον, ἣν ᾗ ἡ σφαῖρα, ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ ὀφείλει καταγράψαι τὴν αὐτὴν παραβολὴν, εἴτ' ἓν διανύσαι ἴσον ἐκείνῃ διάσημα.

Τοιγαρῦν ἐξαιρουμένης κατ' ἐπίνοιαν τῆς τοῦ ἀέρος ἐνσάσεως, ὁ κόκκος χωρήσει, ὅσον ᾗ ἡ σφαῖρα· ἀλλὰ γὰρ πείρᾳ ὁ κόκκος ἧττον διανύει, ἢ ἡ σφαῖρα· ἄρα ὁ ἀὴρ βραδύνει μᾶλλον τὴν τοῦ κόκκου κίνησιν, ἢ τὴν τῆς σφαίρας. Ἀλλὰ ᾗ κατὰ τὰ ἤδη ἐκτεθειμένα ἐπάναγκες ὕτω γίνεσθαι· τῶν γὰρ σφαιρότητων τοῦ κόκκου ᾗ τῆς σφαίρας ἴσων ὡς 1 : 8, αἱ αὐτῶν ἀκτῖνες ἔσονται ὡς 1 : 2 (Γεωμ. 468. Τόμ. Β΄.), ᾗ δὴ αἱ αὐτῶν ἐπιφάνειαι ὡς 1 : 4 (Γεωμ. 455. Τόμ. Β΄.)· ἐκεῖν ἡ ποσότης τῆς κινήσεως, ἣν ὁ κόκκος τῷ ἀέρι μεταδίδωσιν, ἔσαι $\frac{1}{4}$ τῆς ποσότητος τῆς κινήσεως, ἣν αὐτῷ μεταδίδωσιν ἡ σφαῖρα· ἀλλ' ἡ αὐτοῦ ποσότης τῆς κινήσεως ἔσιν $\frac{1}{8}$ τῆς κατὰ τὴν σφαῖραν, εἴγε, διὰ τὴν αὐτὴν ταχυτῆτα, αἱ ποσότητες τῆς κινήσεως εἰσὶν ὡς αἱ μάζαι· ἄρα ὁ κόκκος πλεῖον ἢ ἡ σφαῖρα μεταδώσει τῷ ἀέρι, ἀναλόγως ταῖς ποσότησι τῶν κινήσεων, ὧν ἔχουσιν· ἄρα ἡ ἐκείνου

ὁριζόντιος κίνησις τάχιον ἀναλωθήσεται, ἢ ταύτης· ἀναβῆναι δὲ ἀνάγκη καὶ εἰς ὕψος ἔλαττον, ἐπεὶ πλέον ὁ ἀὴρ ἐν ἐκάστῳ λεπτῷ ἐξασθενίσει τὴν κάθετον αὐτῷ κίνησιν· ἄρα ἡ καταγραφομένη ὑπ' αὐτῷ παραβολὴ ἐλάττων ἔσαι τό,τε ὕψος καὶ τὸ πλάτος· καὶ μεταβιβασθήσεται ἕτως ἐπ' ἔλαττον ἀπόσημα, ἢ ἡ σφαῖρα.

395. ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ Β'. Ἀπὸ πύργου κορυφῆς πιπτέτωσαν ἅμα λίθος παχύτατος, καὶ κόκκος ψάμμυ· εἰ τοίνυν ἐκινοῦντο ἐν κενῷ, ἔπιπτον ἂν ἅμα ἐν τοῖς ποσὶ τοῦ πύργυ (162)· πίπτει δὲ τάχιον ὁ λίθος τοῦ κόκκυ· ἄρα ἡ ἔνσασις τοῦ ἀέρος βραδύνει πλέον τὴν κίνησιν τοῦ κόκκυ τῆς ψάμμυ, ἢ τὴν τοῦ λίθυ· ἔσι μὲν γὰρ ἐπισεικῶς ἡ τοῦ ἀέρος ἔνσασις ἀνάλογος τῇ ἐπιφανείᾳ, ὁ δὲ κόκκος τῆς ψάμμυ ἔχει πλείω ἐπιφάνειαν τοῦ λίθυ ὡς πρὸς τὴν βραχεῖαν αὐτοῦ μάζαν.

396. Δ'. Ἐὰν σῶμα ἐπίμηκες, ὁμογενὲς, ῥάβδος φέρε, ἔνθεν μὲν ὀξυτέρα, ἑτέρωθεν δὲ παχυτέρα, ἀφεθῇ ἐν ἀέρι τῆς ὀξύτητος προχωρέσης· τὸ μὲν ὀξὺ ἐπισρέψει χρόνῳ ὀπίσω, θάτερον δὲ πέρας κλινεῖ πρὸς τὰ ἔμπροσθεν· ἡ γὰρ ὀξύτης, ὡς πλείω ἐπιφάνειαν προσάγυσα τῷ ἀέρι κατ' ἀναλογίαν τῆς ἑαυτῆς μάζης, καὶ δὴ ποσότητα κινήσεως πλείω, ἢ θάτερον πέρας, τάχιον παύσεται τῆς ἑαυτοῦ κινήσεως, θάτερον δὲ εὐμοιρῶν ἔτι κινήσεως προχωρήσει.

367. Ε'. Ὅταν σῶμα δύω μέρη ἔχῃ ἑτερογενῆ θατέρου θατέρυ πυκνότερον, τὸ πυκνότερον προχωρήσει εἰς τὰ ἔμπροσθεν, θάτερον δὲ ἐπισρέψει εἰς τὰ ὀπίσω, κινηθέντος διὰ ῥευσοῦ· διὸ ῥάβδυ κορυφὴ σιδηρᾶ ἔσα, ἀεὶ εἰ κινηθείη, ἡ κορυφὴ προχωρήσει.

398. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ὅταν ἡ ἐπιφάνεια καὶ ἡ τα-

χυτὴς ὦσιν ἴσαι, αἱ ἐνσάσεις ἔσονται ὡς αἱ πυκνότητες (Συμβ. Λογ. 306. Τόμ. Α΄.)· ὑκῦν ἐπεὶ ἡ τῦ ἀέρος πυκνότης ἀεὶ, προχωρῦντος εἰς τὴν κορυφὴν τῆς ἀτμοσφαίρας ἐκ τῦ ὁρίζοντος ἐλαττῦται, ἡ ἔνσασις ἐν διαφόροις σιβάσιν ἐλαττῦται ἐκ τῶν κάτω ἐπὶ τὰ ἄνω, ὡς ἡ πυκνότης αὐτῶν· ποικίλλεται δὲ ϗ κατὰ τὰς διαφόρυς ὥρας ψυχομένυ ἢ θερμαινομένυ τῦ ἀέρος, κἀκ τύτου μεταβάλλοντος τὴν πυκνότητα· τελευταῖον δὲ ὁ ἀὴρ μᾶλόν τι ἐνσήσεται τῇ κινήσει τῶν ἐν τοῖς πόλοις ῥευσῶν, ἢ τῶν πρὸς τῷ ἰσημερινῷ (168).

β΄. Τῦ κοινῦ ὕδατος ἡ ἔνσασις πρὸς τὴν τῦ περὶ τὸν ὁρίζοντα ἀέρος λόγον ἔχει, ὃν 950 : 1· τῦ δ' ἁλικῦ ὕδατος πλείων, ἢ τῦ κοινῦ· τῦ δ' ὑδραργύρυ πρὸς τὴν τῦ κοινῦ ὕδατος ἔσαι ὡς 14 : 1 κτ.

399. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄. Τῶν ἐπιφανειῶν καὶ τῶν πυκνοτήτων ἐσῶν ἴσων, αἱ ἐνσάσεις τῦ μέσυ ἔσονται ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετράγωνα (Συμβ. Λογ. 306. Τόμ. Α΄.).

ά. Κατανοεῖται ἐντεῦθεν διὰ τί τὸ ὕδωρ, ῥευσὸν ὂν, ἄσατον ἑπομένως, γίνεται μέντοι ὡς σημεῖον σηρίγματος τῇ κώπῃ, ἧς θάτερον πέρας πλήττει αὐτῦ μεγάλην ἐπιφάνειαν, ταχυτῆτι μεγάλῃ, ἥτις ἐμποιεῖται ὑπὸ τῦ βραχίονος τῦ ἐρέτυ, καθημένυ ἐν θατέρῳ πέρατι· τὸ γὰρ ὕδωρ ἐνισάμενον τῇ κώπῃ κατὰ λόγον τῆς κατὰ τὴν κώπην ἐπιφανείας, πολλαπλασιαζομένης ἐπὶ τὴν πυκνότητα τῦ ὕδατος, ἥτις ἐσὶν ἱκανὴ, ϗ ἔτι ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆς ταχυτῆτος τετράγωνον, ὅ ἐσι μέγισον, ἡ ἐπιφάνεια τῆς κώπης διατρέχυσα τῇ αὐτῇ ταχυτῆτι ὡρισμένοντι διάσημα ὕδατος, τάχισα καταπαύεται τῆς ἑαυτῆς κινήσεως· ὁ δ' ἐρέτης ἐπαναλαμβάνων τὴν ἑαυτῦ δύναμιν ἐπὶ θατέρυ πέ-

ρατος, ἵνα κινήσεως αὖθις μεταδῷ τῇ κώπῃ, ἀεὶ ἐμποιεῖ κίνησιν τῷ τε πλοίῳ καὶ ταῖς σιβάσι τοῦ ὕδατος, ὃ πλήττει ἡ ἐπιφάνεια τῆς κώπης.

400. β΄. Κατὰ τοῦτον τὸν λόγον ἵπτανται καὶ τὰ πετεινά: ἐκτείνοντα γὰρ τὰς πτέρυγας ὁριζοντίως, πολλὴν ἐπιφάνειαν τῷ ἀέρι παρισῶσιν· ἄνω δ' ὅτε βραδέως κατίασιν, εἰ ἀφεθῶσιν ἑαυτῶν τῇ βαρύτητι· ἀλλὰ κατελεύσονται πάντως, ὅτι ἐν τῷ αὐτῷ ὄγκῳ βαρύτεραί εἰσιν, ἢ ἀὴρ ἴσος αὐτοῖς τὸν ὄγκον· αἰωρηθῆναι ἄρα ἐν ἀέρι ἃ δύνανται, ἐδ ἀνελθεῖν εἰς ἀέρα, εἰ μὴ πλητόντων αὐτῶν τὸν ἀέρα, οὗτος ἀνθισαῖτο αὐτοῖς κατὰ λόγον τῆς ἐπιφανείας τῶν πτερύγων αὐτῶν, πολλαπλασιαθείσης ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆς ταχυτῆτος τετράγωνον, καὶ δὴ αἱ πτέρυγες τὰ τῶν κωπῶν ἐκπληρῶσι, δι' ὧν ἐπισηρίζονται τῷ ἀέρι.

401. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ΄. Τὰ βαρέα σώματα, κατιόντα διὰ τοῦ ἀέρος, διὰ τοῦ ὕδατος κτ., οὐκ ἐπιταχύνουσιν ἰσομερῶς τὴν ἑαυτῶν ταχύτητα.

Καὶ γὰρ αἱ ταχύτητες τῶν βαρέων αὔξουσιν ἐν χρόνοις πεπερασμένοις ἐν λεπτοῖς δευτ. τυχὸν, ὥσπερ οἱ φυσικοὶ ἀριθμοὶ .... 1, 2, 3, 4 κτ.· ἔτως ἡ ὁλικὴ ταχύτης, ἣν ἡ βαρύτης προσίθησιν ἐν χρόνῳ πεπερασμένῳ, ἐν ἑνὶ λεπ. δευτ. φέρε, ἔσιν ἀεὶ ἡ αὐτὴ, εἴτ' οὖν ἡ 1 ἐπικρατοῦσα διαφορὰ ἐν τῇ ἀριθμητικῇ προόδῳ ∴ 1, 2, 3 κτ.· ἀλλὰ ἡ τοῦ μέσου ἔνσασις γινομένη ἀεὶ ἀνάλογος τοῖς ἀπὸ τῶν ταχυτήτων, ἃς κτᾶται τὸ κινητὸν ἐν τέλει ἑκάστου λεπτοῦ, τετραγώνοις, αὔξει ἐφ' ἑκάστου λεπτοῦ, ποσότητι ἀεὶ μείζονι· ἔσι γὰρ 1 μὲν ἐν τῷ τέλει τοῦ πρώτου λεπτοῦ, 4 δὲ ἐν τῷ τέλει τοῦ δευτέρου, 9 δὲ ἐν τῷ τέλει τοῦ τρίτου, καὶ ἐν γένει ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ταχυτῆτος τετράγωνον· ἐπεὶ τοίνυν ἀπὸ τῆς ποσότητος τῆς ταχύ-

τητος ἀεὶ μενέσης τῆς αὐτῆς, ἣν ἡ βαρύτης προσίθησι τῇ πρὸ αὐτῆς ταχυτῆτι ἐφ' ἑκάστε λεπτῷ, ἀφιρεῖν δεῖ ἐφ' ἑκάστου λεπτῷ ποσότητα ἀεὶ αὔξεσαν· εἰκὸς ἄρα τὴν πραγματικὴν αὔξησιν τῆς ταχυτῆτος ἀεὶ ἐλάττω γίνεσθαι ἐν τῷδε τῷ λεπτῷ, ἢ ἐν τῷ ἡγησαμένῳ· ὑκῦν ἡ ταχύτης τῷ κινητῷ ὐδέποτε αὔξει ἰσομερῶς.

402. Ε'ὰν τὸ κινητὸν ἰσχυρῶς καταβαίνῃ, ἔσαι χρόνος, ἐν ᾧ ὐδὲν ταχύτητος προσκτήσεται ἐν τῇ καθόδῳ· ἐπεὶ γὰρ, ἡ μὲν ποσότης τῆς κινήσεως, ἣν ὀφείλει δῦναι ἐν ἑκάστῳ λεπτῷ τῷ ἐνισαμένῳ μέσῳ, αὔξει ἀείποτε, ἡ δὲ ποσότης τῆς ταχύτητος, ἣν δέχεται ἐφ' ἑκάστε λεπτῷ ἐκ τῆς βαρύτητος, ἔσιν ἡ αὐτὴ, ἔσαι χρόνος, καθ' ὃν τοσαύτην τῷ ἐνισαμένῳ ῥευσῷ μεταδώσει κίνησιν, ὅσην ἐδέξατο ἐκ τῆς βαρύτητος· ϗ ἐνταῦθα ἐναπολειφθήσεται αὐτῷ μόνη, ἣν εἶχεν ἐν αὐτῷ τῷ λεπτῷ, ἡ ταχύτης, καθ' ἣν ϗ κινηθήσεται ἰσομερῶς.

403. Α" εἴρηται ἐπὶ τῶν δι' ἀέρος κινεμένων, νοητέον ϗ ἐν μείζονι λόγῳ ϗ ἐπὶ τῶν διὰ τε ὕδατος κτ.

404. Ο"ταν βαρύτι ἔχῃ ταχύτητα τοιαύτην, ὥσε μεταδιδόναι τῷ μέσῳ, ὃ ἐδέξατο ἐφ' ἑκάστε λεπτῷ ἐκ τῆς βαρύτητος, ἰσόσαθμον λέγεται τῷ μέσῳ· ὅσῳ δὲ πυκνότερόν ἐσι τὸ σῶμα, ϗ σφαιροειδέσερον, τοσῴτῳ πλείονα χρόνον κάτεισι διὰ τε ἀέρος, πρὶν αὐτῷ ἰσόσαθμον γένηται· τηνικαῦτα γὰρ περιέχον πολλὴν μάζαν ἐν μικρᾷ ἐπιφανείᾳ, πολλὴν μὲν δέχεται κίνησιν ἐκ τῆς βαρύτητος, ὀλίγην δὲ δίδωσι τῷ ἀέρι ἐφ' ἑκάστε λεπτῷ πεπερασμένε· εἰκὸς ἄρα κινηθῆναι πολλὰ λεπτὰ πρὶν ἀφίκηται εἰς ἓν, ἐν ᾧ, ὃ δίδωσι τῷ ἀέρι, ἴσον ἂν εἴη τῷ, ὃ λαμβάνει ἐκ τῆς βαρύτητος· σφαῖρα γὰρ λιθίνη, ἣ μεταλλίνη κτῶνται σαφέσατα διὰ πολλῶν ἐξῆς λεπτῶν τα-

χυτῆτα ἰσομερῆ· ὅπερ ἐσὶν ἡ αἰτία, ἣν ἔδειξεν ἐπὶ τῶν σωμάτων ὁ νόμος τῦ Γαλιλαίυ, „τὰ διατρεχόμενα ὑπὸ „τῶν βαρέων διασήματα αὔξειν, κατὰ τὲς περιττὲς τῶν „ἀριθμῶν, τὸ δ' ὅλον διατρεχόμενον διάσημα, ὡς τὸ ἀπὸ „τῶν χρόνων τετράγωνον". ἀλλὰ τὰ εἰδικῶς κεφότερα σώματα, ὡς ὑετὸς, πάμβαξ, κτ. εἰσὶ χεδὸν ἐν ἀρχῇ ἰσόσαθμα τῷ ἀέρι· κόκκος γὰρ χαλάζης αὔξει τὴν ἑαυτῦ ταχύτητα διὰ μακρῦ χρόνυ, ϗ πλείονα ἔχει ἀφικνέμενος εἰς τὸν ὁρίζοντα· ἀλλὰ νιφὰς χιόνος ἐν βραχυτάτῳ χρόνῳ ἐσὶν ἰσόσαθμος τῷ ἀέρι· ὁρῶμεν γὰρ, ὡς, καίτοι πίπτυσα ἀπὸ νεφέλης ὑψηλοτάτης, βραχυτάτην ταχύτητα ἔχει ἀφικνυμένη εἰς τὸν ὁρίζοντα.

405. ΘΕΩΡΗΜΑ Β΄. Ἡ σύγκρυσις τῶν ῥευσῶν ἔσιν ὡσαύτως ὡς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν, ϗ τῦ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγώνυ, ϗ τῆς πυκνότητος.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἡ γὰρ ἔνστασις, ἣν τὸ ῥευστὸν ἐνίσαται τῷ ἐπιπέδῳ ΓΔΕΖ, ϗ ἐκ τῦ ἀκολέθυ τὸ στερεὸν ΑΒΓΔ τῷ ῥευστῷ, ἔσιν ἐν λόγῳ συνθέτῳ ἐκ τῆς ἐπιφανείας ΓΔΕΖ, ϗ τῆς τῦ ῥευστῦ πυκνότητος ϗ τῦ ἀπὸ τῆς τῦ στερεῦ ταχυτῆτος τετραγώνυ, εἴγε τὸ ἐπίπεδον ΓΔΕΖ τῦ στερεῦ προσβάλλει κατ' εὐθεῖαν μιᾷ στιβάδι, ἢ ἐπιπέδῳ ἴσῳ τῷ τῦ στερεῦ, ἕ ἡ ἔνστασις ἔστι τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῆς τῆς στιβάδος τῦ ῥευστῦ, ϗ τῆς πυκνότητος αὐτῦ, ϗ τῦ ἀπὸ τῆς ταχυτῆτος τῦ στερεῦ τετραγώνυ· ἀλλὰ προσβαλλέτω τὐναντίον τὸ ῥευστὸν τῷ τῦ στερεῦ ἐπιπέδῳ ΓΔΕΖ· ἐκεῖν ἡ ἴση τῷ ΓΔΕΖ ἐπιπέδῳ στιβὰς προσβαλεῖ αὐτῷ κατὰ τὰ μέρη τὰ τεταγμένα ἐν τῷ νηματίῳ τῦ ἀπειροστῦ παραλληλογράμμυ οΕχΖ πολλαπλασιαθέντος ἐπὶ τὸ πλάτος ΔΖ τῆς στιβάδος· ὃ παρίσησι τὴν ἐπιφάνειαν τῆς στιβάδος ΓΔΕΖ· ϗ ὅσῳ πυκνότερον ἔσαι τὸ ῥευστὸν, τοσύτῳ πλείω

μέρη ἔσονται ἐν τῷ νηματίῳ ΕΖ, ᾗ δὴ ἐν ἁπάσῃ τῇ σιβάδι ΓΔΕΖ· πολλαπλασιασέον ἄρα τὴν τοῦ συγκρισθέντος ἐπιφάνειαν ΓΔΕΖ ἐπὶ τὴν τοῦ ῥευστοῦ πυκνότητα· τελευταῖον δὲ, τῆς τοῦ ῥευστοῦ ταχυτῆτος ἴσης διπλῆς, τριπλῆς κτ., δύω, τρεῖς κτ. σιβάδες τοῦ ῥευστοῦ, ἴσαι τῷ ΓΔΕΖ προσβαλοῦσι τῷ ἐπιπέδῳ ἐν χρόνῳ δεδομένῳ· ἔσαι ἄρα ἡ ὁλικὴ αὐτῶν σύγκρισις 2 μάζης πολλαπλασιαθέντα ἐπὶ 2 ταχύτητος, ἢ 3 × 3 κτ· ᾗ συνελόντι φάναι ἐπὶ τὰ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετράγωνα πολλαπλασιασέον τὴν ἐπιφάνειαν ΓΔΕΖ πολλαπλασιαθεῖσαν ἐπὶ τὴν πυκνότητα. Ο. Ε. Δ.

406. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Ἡ ἄρα ῥευστῶν πρὸς στερεὰ σύγκρισις γίνεται κατὰ τὸν αὐτὸν νόμον, καθ' ὃν ᾗ ἡ στερεῶν πρὸς στερεά.

Ε'ὰν φέρε ῥύαξ κατ' εἰθεῖαν συγκρόσῃ τὴν στερεοῦ ἐπιφάνειαν ΓΔΕΖ, παρασαθήσεται ἡ σύγκρισις τῷ γινομένῳ ἐκ τῆς ΓΔΕΖ ἐπιφανείας, ᾗ τοῦ ἀπὸ τῆς ταχυτῆτος τετραγώνου, ὑποτιθεμένης τῆς πυκνότητος = 1.

Ε'ὰν ἓν παραβληθῇ ἡ ἀνέμου πρὸς αὐτὴν τὴν ἐπιφάνειαν σύγκρισις τῇ τοῦ ῥυάκος, ἴσων ὑποτιθεμένων τῶν ταχυτήτων, ᾗ ἐπινοίᾳ ἀφαιρεμένης τῆς τοῦ ἀνέμου ἐλασικότητος, αἱ συγκρόσεις ἔσονται ὡς αἱ πυκνότητες· εἴτ' ἓν περίπου ὡς 1 : 950 (Ἀριθμ. 162), τοῦ ἀέμου μηδὲν ὄντος, ἢ ῥεῦμα ἀέρος ἐκ τόπου εἰς τόπον ἄλλον τῆς ἀτμοσφαίρας μεταβαίνοντος.

407. Φημί: ἐπινοίᾳ ἀφαιρεμένης τῆς ἐλασικότητος τοῦ ἀέμου· ᾗ γὰρ συγκρόσεως γινομένης ἐλασικοῖς σώμασι πρὸς ἐλασικὰ, ἡ ἔνσασις τῶν ῥευστῶν ἔσι τὸ διπλοῦν γινόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν, τῶν πυκνοτήτων, ᾗ τοῦ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγώνου· ᾗ γὰρ τὸ συγκρεῦον στερεὸν

ἢ ῥευσὸν ἐπενεργεῖ τῷ συγκρυομένῳ ἐπίσης διά τε τῆς ἐλασικότητος, καὶ διὰ τῆς συγκρύσεως, καὶ ἡ ἔνσασις, ἣν ἐνίσαται τὸ συγκρυωθὲν τῷ συγκρύσαντι, καὶ αὐτὴ διπλασιαωθήσεται ἐκ τῆς ἐλασικότητος.

ΣΧΟΛΙΟΝ Α΄. Ἰδὲ δὴ ὁ λόγος, δι' ὃν ὁ ἀὴρ, καί τοι μὴ πάνυ πυκνὸς, ἔχει δύναμιν, ὡς σῶμα ἐλασικὸν, ἀνακλαωθῆναι ἐκ τῶν οἰκοδομημάτων, οἷς προσβάλλει, καὶ τὰ πολλὰ συνθραύειν ἀγάλματα λίθινα κτ.

408. ΣΧΟΛΙΟΝ Β΄. Παρὰ τὰς ἐκτεθέντας τρεῖς παράγοντας εἰσὶ καὶ ἄλλαι αἰτίαι δυνάμεναι ποικίλλειν τὴν ἔνσασιν, ἢ τὴν σύγκρυσιν τοῦ μέσου, οἷον ἡ γλιοχρότης τοῦ ῥευστοῦ, εἴτ' ὂν ἡ κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἧττον ἰσχυρὰ συνοχὴ τῶν μερῶν, ἡ διάφορος τριβὴ κτ. · ταύτας δὲ τὰς αἰτίας μέχρι πόσου ἐπενεργοῦσιν εἰδέναι ἐδυνάμεθα· οὐδὲ ἓν βεβαίως ἐναρμόσαι λογισμῷ τῶν ῥευστῶν τὴν ἔνσασιν.

Καὶ ἡ ἐλασικότης αὐτὴ τῶν σωμάτων ποικίλλεται ὡσαύτως κατὰ τὰς διαφόρους ὥρας· ἐν γὰρ θέρει, τοῦ ἀέρος ἀτμῶν πλήρους ὄντος, ἐλάττων, μείζων δὲ χειμῶνος, τῆς ἀτμοσφαίρας καθαρευούσης, ὡς ὀψόμεθα.

409. Ἐκ πάντων τῶν εἰρημένων δῆλον καθίσαται, τοὺς ἀποδοθέντας κανόνας εἰς εὕρεσιν τῶν λόγων τῶν ἐνσάσεων, ἢ συγκρύσεων τῶν ῥευστῶν, μὴ ἔχειν ἐκλογίζεσθαι, ὡς ἀπολύτως ἀκριβεῖς, παρεξ τοῦ περὶ τοῦ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγώνου· καὶ οἱ ἄλλοι δὲ κανόνες ἐν διαφόροις τῶν φυσιολογούντων ἀποπείραις σπανιάκις εὐρέθησαν τοῖς πειράμασιν ἀκριβῶς ἀεὶ συμφθεγγόμενοι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΑΚΟΣΤΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Περὶ τοῦ κέντρου τῆς τῶν σωμάτων βαρύτητος.

410. Ἀντιῤῥοπία ἔστιν ἠρεμία ἀποτελουμένη ἐκ δυνάμεων ἀναντίων καὶ ἴσων· ἐὰν δύο βαρη Α, Β (κ. 16) ἰσάλληλα αἰωρῶνται ἐκ τοῦ ζυγοῦ ΑΒΓ, ὡς εἶναι τὴν τοῦ Α δύναμιν ἴσην τῇ τοῦ Β· ἐπεὶ τὸ Α ἐδύναται κατελθεῖν, εἰ μὴ ἀνεγείρει τὸ Β, καὶ τἀναντίον, δῆλον, ὅτι εἰσὶν ἐναντίαι αὐτῶν αἱ δυνάμεις· ἐπεὶ δὲ διὰ τοῦτο καθηρεμοῦσιν, ἀντίῤῥοπα εἶναι λέγεται.

Ἐν γένει κέντρον καλεῖται κινήσεως πᾶν σημεῖον Κ, περὶ ὃ ὑποτίθενται δύο σώματα Α, Β κινούμενα· ἐὰν δὲ τὰ σώματα Α, Β ἀντιῤῥοπα ὦσι, τὸ Κ καλεῖται κέντρον ἀντιῤῥοπίας· ἡνίκα δὲ λόγος γίνεται περὶ σωμάτων μὴ κινουμένων, μηδὲ σπευδόντων ἄλλως κινεῖσθαι, ὅτι μὴ κατὰ τὴν ἑαυτῶν βαρύτητα, τὸ Κ, περὶ ὃ εἰσὶν ἐν ἠρεμίᾳ, καλεῖται κέντρον τοῦ βάρους.

411. Κέντρον βαρύτητος παντὸς σώματος καλεῖται τὸ σημεῖον, περὶ ὃ πάντα αὐτοῦ τὰ μέρη εἰσὶν ἀντιῤῥοπα.

Ἐντεῦθεν ἄρα ἕπεται, ὅτι ἐπεὶ τὰ Α, Β μέρη εἰσὶν ἀντιῤῥοπα, ἃ δύνανται κατελθεῖν, εἰ μὴ τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος Κ, ᾧ ὑποτίθενται προσκεκολλημένα, συγκατέλθοι· α΄. ἐκληφθῆναι δύναται τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος παντὸς σώματος ὡς σημεῖον, περὶ ὃ ἀθροίζονται πᾶσαι αἱ βαρύτητες τῶν αὐτοῦ μερῶν· β΄. ἐκληφθῆναι ὡσαύτως δύναται ἅπαν σῶμα ὡς σημεῖον, πρὸς ὃ συνάπτεται πᾶσα αὐτοῦ ἡ βαρύτης.

412. Εὐθεῖα τῆς εὐθύνσεως λέγεται εὐθεῖα ἡ ΚΓ (χ. 17), ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου παντὸς σώματος πρὸς τὸ κέντρον τῆς γῆς ΓΚ ἐπιζευγνυμένη, καθ' ἣν ἂν εἰ ἀφεθείη κατέλθοι· ἄρα α'. ἐὰν τόδε τὸ σῶμα μίτῳ προσαρτηθῇ τῷ Βδ, ἐπεὶ τείνει κατὰ τὴν φορὰν τῆς ἑαυτοῦ βαρύτητος, ὁ Βδ μῖτος ἐμφανεῖ τὴν εὐθεῖαν τῆς εὐθύνσεως τῶν βαρέων σωμάτων· β'. ἐὰν, τοῦ Α βάρους προσαρτηθέντος, καὶ ἐπ' αὐτοῦ σημειωθείσης τῆς εὐθείας δξ ἐκ τῶν ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω, προσαρτηθῇ εἶτα τὸ αὐτὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν αὐτοῦ σημείων τοῦ ε, ἡ εὐθεῖα δζ, ἡ κατ' ἀρχὰς σημειωθεῖσα, ἀπαντηθήσεται κατὰ τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον Κ τῇ εὐθείᾳ τῆς εὐθύνσεως, γινομένη τηνικαῦτα ΒεΓ.

413. Σαφὲς ἐντεῦθεν, ὡς εὐθεῖα τῆς εὐθύνσεως τῶν σωμάτων ἔστιν ἀεὶ ἡ, ἣν ἀποτελεῖ μῖτος μολύβδῳ τεινόμενος, ὃς καλεῖται εὐθεῖα κάθετος τῷ ὁρίζοντι.

414. Κέντρον μεγέθους παντὸς σώματος ἔστι τὸ σημεῖον, καθ' ὃ δίχα διαιρεῖται τὸ σῶμα· ἐὰν ἓν τὸ σῶμα ᾖ ὁμογενὲς, εἴτ' ἓν πανταχοῦ ἰσόπυκνον, τὸ κέντρον τοῦ μεγέθους ἔσται τὸ αὐτὸ καὶ κέντρον τῆς βαρύτητος· εἰ δὲ μὴ, τὸ τοῦ μεγέθους διΐσαται ἀεὶ παντοίως ἀπὸ τοῦ τῆς βαρύτητος· ἐπεὶ ἓν σπανιώτατόν ἐστιν ἅπαν σῶμα ἀπολύτως εἶναι πανταχοῦ ὁμογενές· τὸ τοῦ μεγέθους δ' οὐδέποτε χεδὸν συμπίπτει τῷ τῆς βαρύτητος κέντρῳ.

415. Ἐὰν πολλὰ σώματα τὰ Α, Β, Γ, Δ (χ. 18), περιάγωνται περὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον Π, ῥοπὴ καλεῖται τῶν σωμάτων τὸ γινόμενον ὑφ' ἑκάστου τούτων, καὶ τοῦ, ὁ τοῦ Π ἕκαστον ἀπέχει ἀπόσημα, γινόμενον· ῥοπὴ ἓν τοῦ Α ἔστιν = Α × ΠΑ, τοῦ δὲ Β = Β × ΠΒ, κτλ.

416. ΘΕΩΡΗΜΑ Α΄. *Η'νίκα πολλὰ σώματα* Α, Β, Γ, Δ, *προσηρτημένα ὥσι τῇ εὐθείᾳ* ΠΔ, *τῇ περιαγομένῃ περὶ τὸ σημεῖον* Π, *αἱ ταχύτητες τῶν σωμάτων εἰσὶ πρὸς ἀλλήλας, ὡς τὰ ἀπὸ τοῦ κέντρου* Π *αὐτῶν ἀποσήματα* ΑΠ, ΒΠ, ΓΠ, ΔΠ.

ΔΕΙΞΙΣ. *Τῆς εὐθείας περιαγομένης περὶ τὸ* Π, *ἕκασον τῶν σημείων* Α, Β, Γ, Δ, *καταγράψει περὶ τὸ* Π *ὅμοια τόξα κυκλικὰ* Αα, Ββ, Γγ, Δδ (Γεωμ. 29. Τόμ. Α΄.)· *εἰσὶ δὲ ταῦτα ὡς αἱ περιφέρειαι* (Συμβ. Λογ. 234. Τόμ. Α΄.)· *ἀλλ' αἱ περιφέρειαι εἰσὶν ὡς αἱ ἀκτῖνες* ΠΑ, ΠΒ, ΠΓ, ΠΔ (Γεωμ. 393. Τόμ. Β΄.), *εἴτ' οὖν τὰ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀποσήματα τῶν σωμάτων ἐκάστου· ἄρα αἱ ταχύτητες τῶν σωμάτων* Α, Β, Γ, Δ, *ἴσαι ὡς τὰ τόξα* Αα, Ββ *κτ. τὰ ἐν ἴσοις χρόνοις διατρεχόμενα, ἔσονται ὡς τὰ ἀποσήματα* ΠΑ, ΠΒ, *κτ.*

Ταὐτὸν δ' ἔξαι, κἂν ὑποτεθῇ τὴν εὐθεῖαν περιάγεσθαι περὶ τὸ σημεῖον Π (*χ.* 19), *λαμβανόμενον κατὰ τὸ δοκοῦν μεταξὺ τέτων τῶν σωμάτων· κ' γὰρ ἐν ᾧ τὸ* Δ *τυχὸν κατιὸν καταγράψει τὸ τόξον* Δδ, *τὸ* Γ *καταγράψει τὸ* Γγ, *τὰ δὲ* Α, Β *τὰ* Αα, Ββ· *κ' ἐπεὶ ἡ γωνία* Ι = ο, *πάντα ταῦτα τὰ τόξα ἔσονται ὅμοια* (Γεωμ. 29)· *ἃ εἰσὶν ὡς αἱ περιφέρειαι· αἱ δὲ, ὡς αἱ ἀκτῖνες* ΔΠ, ΓΠ, ΑΠ, ΒΠ· *αἱ ἄρα τῶν σωμάτων ταχύτητες, ἴσαι ὡς τὰ τόξα* Δδ *κτ. τὰ κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον διατρεχόμενα, ἔσονται ὡς τὰ ἀποσήματα* ΔΠ *κτ· ἄρα ἐν γένει κτ.* Ο. Ε. Δ.

417. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. *Η' εὐθεῖα* ΠΔ, *ἧ προσκεκολλημένα ἐννοοῦνται τὰ σώματα* Α, Β, Γ, Δ, *καλεῖται ἄξων τῶν ῥοπῶν. ὅταν δὲ δύω, ἢ πολλὰ σώματα, προσηρτημένα ὥσι ζυγῷ περιαγομένῳ περὶ ὁτιοῦν σημεῖον,*

αἱ αὐτῶν ἰσχύς, ἢ αἱ αὐτῶν ποσότητες τῶν κινήσεων, ἰσωθήσονται ταῖς αὐτῶν ῥοπαῖς· καὶ γὰρ αἱ ἰσχύς, ἢ αἱ ποσότητες τῶν κινήσεων, ἔσονται τὰ παραγόμενα ὑπὸ τῶν μαζῶν καὶ τῶν ταχυτήτων (115. Τόμ. Δ΄.)· ἀλλ' αἱ αὐτῶν ταχύτητες ἔσονται ὡς τὰ ἀπὸ τοῦ κέντρου αὐτῶν ἀποσήματα (416)· ἄρα αἱ αὐτῶν ἰσχύς ἔσονται ὡς τὰ γινόμενα ὑπὸ τῶν μαζῶν, καὶ τῶν ἀπὸ τοῦ Π κέντρου ἀποσημάτων αὐτῶν· καλεῖται δὲ ῥοπὴ τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆς ἑκάστου μάζης καὶ τοῦ ἀποσήματος τοῦδε (415)· αἱ ἄρα ἰσχύς τῶν σωμάτων ἴσαι ἔσονται ταῖς αὐτῶν ῥοπαῖς.

418. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Η ῥοπὴ ἄρα, ἡ ἰσχὺς, ἡ ποσότης τῆς κινήσεως παντὸς σώματος τοῦ Α, αὔξει μὲν, ὅσον ἀποχωρεῖ τοῦ κέντρου, μειοῦται δὲ, ὅσον αὐτῷ προσχωρεῖ· εἰσὶν ἄρα ἐν λόγῳ ὀρθῷ τῶν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς κινήσεως Π ἀποσημάτων αὐτῶν.

419. ΘΕΩΡΗΜΑ Β΄. Πολλῶν σωμάτων Α, Β, Γ, Δ (χ. 18), προσηρτημένων ζυγῷ, περιαγομένῳ περὶ σημεῖον τὸ Π, ὅ ἐστιν ἐκτὸς τοῦ διαστήματος, ἐφ' ὃ κεῖνται τὰ σώματα, ἐὰν ληφθῇ τὸ πασῶν τῶν ῥοπῶν κεφάλαιον Α × ΠΑ + Β × ΠΒ + Γ × ΠΓ + Δ × ΠΔ (Κ), καὶ διαιρεθῇ διὰ τοῦ τῶν μαζῶν κεφαλαίου Α + Β + Γ + Δ, πηλίκον προκύψει ἡ εὐθεῖα ΠΞ, πρὸς ἧς τῷ πέρατι Ξ εἰ τεθείη πάντα ταῦτα τὰ σώματα, τὸ κεφάλαιον πασῶν τῶν κατ' αὐτὰ ῥοπῶν Α × ΠΞ + Β × ΠΞ + Γ × ΠΞ + Δ × ΠΞ (τ) ἰσωθήσεται τῷ ἀθροίσματι τῶν ῥοπῶν αὐτῶν, ἃς εἶχον ἐν τῷ προτέρῳ χώρῳ ἕκαστον.

ΔΕΙΞΙΣ. Κατὰ τὴν φύσιν τῆς διαιρέσεως τὸ πηλίκον ΠΞ, πολλαπλασιασθὲν ἐπὶ τὸ ἄθροισμα τῶν μαζῶν, ἀποδώσει τὸ ἄθροισμα τῶν προτέρων ῥοπῶν, αἳ ἦσαν ἀν-

τὶ διαιρετέϑ (Α'ριθμ. 107)· ἀλλὰ ΠΞ × (Α + Β + Γ + Δ) = τ· ἄρα τ = Κ. Ο.Ε.Δ.

Ε"ϛω Α = 1, ϰ' Β = 2, ϰ' Γ = 3, ϰ' Δ = 4.

Ε"ϛω ΑΠ = 1, ϰ' ΒΠ = 2, ϰ' ΓΠ = 3, ϰ' ΔΠ = 4.

ἔϛαι ἄρα Κ = 1 × 1 + 2 × 2 + 3 × 3 + 4 × 4 = 30· ἐπεὶ οὖν $\frac{3}{10}$ = 3 = ΠΞ = 3ΠΑ· ἐπεὶ δὲ ΓΠ = 3Α ἐξ ὑποθέσεως· ἄρα ΠΞ = ΓΠ· ἐὰν τοίνυν πάντα τὰ σώματα τεθῶσιν ἐπὶ τοῦ Γ, τὸ ἄθροισμα τῶν αὐτῶν ῥοπῶν ἔϛαι = 30· ϰαὶ γὰρ ΓΠ × Α + ΓΠ × Β + ΓΠ × Γ + ΓΠ × Δ = 3 × 1 + 3 × 2 + 3 × 3 + 3 × 4 = 30.

420. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ε'ὰν τὸ ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν τῶν σωμάτων Α, Β, αὔξη, τεθέντων ἐπὶ τοῦ Ξ, τὸ ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν τῶν σωμάτων Γ, Δ, ἐλαττωθήσεται τῇ αὐτῇ ποσότητι, μετατεθέντων ϰ' αὐτῶν ἐπὶ τοῦ Ξ· τὸ γὰρ ὁλικὸν ἄθροισμα τῶν σωμάτων Α + Β + Γ + Δ, μένει τὸ αὐτὸ μετὰ τὰς αὐξομειώσεις, ὃ ἦν κειμένϑ ἑκάϛϑ κατὰ τὴν ἰδίαν ἑαυτοῦ χώραν.

421. ΘΕΩΡΗΜΑ Γ'. Ο"ταν δύω, ἢ πολλὰ σώματα, κέωνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δυνατὸν εὑρεῖν τὸ ϰοινὸν αὐτοῖς κέντρον τῆς βαρύτητος, λαμβάνϑσι τὸ ἄθροισμα ἁπασῶν τῶν ϰατ' αὐτὰ ῥοπῶν, ἀναφερομένων πρός τι σημεῖον Π, ϰατὰ τὸ δοθὲν εἰλημμένον ἐπ' αὐτῆς τῆς εὐθείας, ἐντὸς τοῦ, ὃ ϰατέχϑσι, διαϛήματος ΑΔ, ϰ' διαιρεῖϑσιν αὐτὸ διὰ τοῦ ἀθροίσματος τῶν μαζῶν, ϰ' τὸ πηλίϰον ἐφαρμόζϑσιν ἐϰ τοῦ Π ἐπὶ τὴν ΠΔ, ὃ ὑποτίθεται = ΠΞ.

ΔΕΙΞΙΣ. Αἱ ῥοπαὶ τῶν Α, Β ἀναφερόμεναι πρὸς τὸ σημεῖον Ξ, εἰς ὃ ἀφιϰνεῖται τοῦτο τὸ πηλίϰον, εἰσὶν Α × ΑΞ + Β × ΒΞ, ποσότης, ἧ ἤυξηνται αἱ ῥοπαὶ τῶν Α, Β ϰατ' ἀναφορὰν τοῦ Π, μετενεχθεῖσαι ἐπὶ τὸ Ξ·

αἱ δὲ ῥοπαὶ τῶν Γ, Δ κατ' ἀναφορὰν τοῦ Ξ, εἰσὶ Γ × ΓΞ + Δ × ΔΞ, ποσότης, ἧ ἠλάττωνται αἱ ῥοπαὶ τῶν Γ, Δ κατ' ἀναφορὰν τοῦ Π μετενεχθέντων ἐπὶ τὸ Ξ· ἀλλ' ἡ αὔξησις τῶν κατὰ τὰ Α, Β ῥοπῶν ἔσιν ἴση τῇ μειώσει τῶν κατὰ τὰ Γ, Δ (420) ἄρα Α × ΑΞ + Β × ΒΞ = Γ × ΓΞ + Δ × ΔΞ· ἄρα ᾗ τῶν ῥοπῶν τούτων αἱ ἰσχὺς ἴσαι, εἴτ' ὢν Α + Β = Γ + Δ ἀναφερόμεναι πρὸς τὸ Ξ· ἄρα τὸ Ξ, ᾧ ἐφικνεῖται τὸ ἐκ τῆς διαιρέσεως πηλίκον ΠΞ, ἔσι τὸ τῆς ἰσοσαθμίας κέντρον (410), ἢ τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος ὑπὲρ τῶν σωμάτων Α, Β, Γ, Δ. Ο. Ε. Δ.

422. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ὅταν ζητῆται τὸ μεταξὺ δύω μόνων σωμάτων Α, Β (χ. 20) κέντρον τῆς βαρύτητος, δυνατὸν ἀεὶ ὑποθέσθαι ΠΑ = $\frac{1}{\infty}$, ᾗ ΑΒ = 1· δυνατὸν δὲ ᾗ τὴν μὲν ἐλάσσονα ποσότητα Α ὑποθέσθαι = 1, ᾗ ν τὸν λόγον αὐτῆς πρὸς τὴν μείζονα Β· ὅθεν Β = 1 × ν = ν· τούτων τεθέντων α'. τὸ Α γινόμενον κέντρον τῆς κινήσεως, δι' αὐτὸ τοῦτο, ὅτι ΠΑ = $\frac{1}{\infty}$, ἡ ῥοπὴ αὐτοῦ ἔσαι 1 × $\frac{1}{\infty}$ = 1 × 0 = 0· ἡ δὲ ῥοπὴ τοῦ Β ἔσαι = Β × ΑΒ = ν × 1 = ν· τὸ ἄρα ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν ἔσαι ν + 0 = ν· τὸ δὲ ἄθροισμα τῶν μαζῶν ἔσαι Α + Β = 1 + ν· ἄρα $\frac{\nu}{\nu + 1}$ ἀποδώσει τὸ τοῦ κέντρου τῆς κινήσεως τοῦ σώματος Α ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βαρύτητος Ξ ἀπόσημα (421).

423. Βουλομένοις ἄρα εὑρεῖν τὸ μεταξὺ δύω σωμάτων Α, Β, κέντρον τῆς βαρύτητος, λητέον τῆς ὅλης εὐθείας ΑΒ μέρος τὸ ΑΞ = $\frac{\nu}{\nu + 1}$, ὃ ἐμφανεῖ τὰ τοῦ ἐλάττονος σώματος Α ἀπὸ τοῦ τῆς βαρύτητος κέντρου ἀπό-

σημα· τὰ δ' ἐφεξῆς ὑποδείγματα διασαφηνιῦσιν αὐτίκα τὴν τῦ τύπυ ἔννοιαν.

Ε' ἀὴν Β, ἢ ν, = 1, ὑποτιθεμένυ ἀεὶ ϗ Α = 1, τυτ. ἐσιν ἐὰν ἢ Α = Β, ἔσαι $\frac{\nu}{\nu+1} = \frac{1}{2}$ (309)· ὃ ἐμφαί. νει τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον Ξ τὸ μέσον εἶναι τῆς εὐθείας ΑΒ· ἐὰν Β = 2, ἔσαν $\frac{\nu}{\nu+1} = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$· ὠκῦν ΑΞ ἔσαι $\frac{2}{3}$ τῆς ΑΒ· ἐὰν δὲ Β = 3, ἔσαι ΑΞ = $\frac{3}{4}$ τῆς ΑΒ, ϗ ἄτως ἐξῆς.

424. α'. Ἄρα ἐγνωσμένων τῶν μαζῶν δύω σωμάτων Α, Β, ϗ τῆς αὐτὰ διαιρινύσης εὐθείας ΑΒ, πρὸς δεξιὰν τῦ ἐλάσσονος σώματος Α Θετέον τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον ἐν τῷ τέλει τῦ ΑΞ μέρυς τῆς ΑΒ, ἐμφαινόμένυ δια $\frac{\nu}{\nu+1}$, ὡς εἴδομεν ἤδη.

β'. Δύω μόνων σωμάτων δοθέντων τῶν Α, Β, ἵν' ἰσόσαθμα γένωνται ἐπὶ τῆς ΑΒ εὐθείας λαμβανομένης πρὸς τὸ δοκῦν, διοριστέον δύω μέρη αὐτῆς ΑΞ, ΒΞ ἔχοντα πρὸς ἄλληλα ὡς ν : 1· τὸ δὲ σημεῖον τῆς ἑνώσεως Ξ ἔσαι τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος, τιθεμένυ τῦ ἐλάσσονος Α ἐπὶ τῦ πέρατος Α τῦ μείζονος ἀποσήματος ΑΞ· ἐὰν ἓν ἢ ν = 1, ληπτέον ΑΞ = ΒΞ· ἐὰν δὲ ν = 2, ληπτέον ΑΞ = 2ΒΞ· ϗ ἄτως ἐφεξῆς.

γ'. Δοθέντων τῦ Β, ϗ τῦ Ξ κέντρυ τῆς βαρύτητος, ϗ τῦ ἀποσήματος ΒΞ, ἵνα τὸ Α ἰσόσαθμον γένηται τῷ Β, ληπτέον ΑΞ = ν × ΒΞ· ἐὰν ἓν ν = 5, εἴτ' ἓν, ἐὰν Β = 5Α, ληπτέον ΑΞ = 5ΒΞ.

Η' γῦν Α ϗ τῆς εὐθείας ΑΞ δοθέντων, ληπτέον

μέρος ΒΞ, ὃ εἴη πρὸς ΑΞ ὡς 1 : ν, τȣτέςιν ὃ εἴη ἥμισυ τῆς ΑΞ, ἐὰν ᾖ ν = 2, τὸ τρίτον δὲ, ἐὰν ν = 3, κτλ.

Ἐν ἁπάσαις ταῖς εἰρημέναις περιπτώσεσι, τῶν ἀποςημάτων ΑΞ, ΒΞ ἀντιςρόφως ὄντων ὡς αἱ μάζαι Α, Β, ἀεὶ ἔςαι ΑΞ : ΒΞ : : Β : Α, ϗ ἐκ τȣ̃ ἀκολȣ́θȣ ΑΞ × Α = ΒΞ × Β· αἱ ἰσχῦς ἄρα, ἢ αἱ ποσότητος τῆς κινήσεως τῶν δύω σωμάτων Α, Β, ἔσονται ἴσαι· ἄρα τὰ δύω σώματα ἔσονται ἰσόςαθμα.

425. ΘΕΩΡΗΜΑ Δ΄. Ἐὰν ληφθῇ ὡς βαρύτητος κέντρον σημεῖον ὁ, τιȣ̃ν τὸ Β (σχ. 21), κείμενον μεταξὺ τῶν Α, Δ περάτων τȣ̃ ΑΔ διαςήματος, ἐν ᾧ κεῖται ὅσαποτ' ἂν ᾖ βάρη, εὑρεθήσεται ἀεὶ τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος πάντων τȣ́των τῶν βάρεων, διαιρȣμένης τῆς διαφορᾶς τῶν ῥοπῶν τῶν σωμάτων τῶν πρὸς δεξιὰν τȣ̃ Β, ϗ τῶν ῥοπῶν τῶν σωμάτων τῶν πρὸς ἀριςερὰν, διὰ τȣ̃ ἀθροίσματος τῶν μαζῶν.

ΔΕΙΞΙΣ. Αἱ ῥοπαὶ τῶν πρὸς δεξιὰν τȣ̃ Β σωμάτων ἐναντίαι ȣ̃σαι ταῖς πρὸς ἀριςερὰν, ἔσονται ὡς πρὸς ταύτας λειπτικὰι, ϗ ἀνάπαλιν· διαιρετέον ἄρα ȣ̓ τὸ ἄθροισμα πασῶν τȣ́των τῶν ῥοπῶν, ἀλλὰ μόνην τὴν αὐτῶν διαφορὰν διὰ τȣ̃ ἀθροίσματος τῶν μαζῶν.

Ὑποτιθεμένων ἀεὶ τῶν αὐτῶν δυνάμεων, αἳ ϗ πρότερον (419), εἴτ' ȣ̃ν Α = 1, ϗ Β = 2, ϗ Γ = 3, ϗ Δ = 4, ϗ ΑΒ = ΒΓ = ΓΔ, ϗ πρὸς τὸ δοκȣ̃ν τῶν μὲν πρὸς δεξιὰν τȣ̃ Β ἐκληφθέντων ὑπαρκτικῶν, ϗ ἐκ τȣ̃ ἀκολȣ́θȣ λειπτικῶν τῶν πρὸς ἀριςερὰν, ἔςαι : Α × ΑΒ + Β × 0 (422) + Γ × ΒΓ + Δ × ΒΔ = — 1 + 0 + 3 + 8 = 10· ȣ̓κȣ̃ν τȣ̃ 10 ἀθροίσματος τῶν ῥοπῶν διαιρεθέντος διὰ τȣ̃ 10 τῶν μαζῶν, πρόεισιν 1· δῆλον ȣ̃ν ὡς τὸ τȣ̃ Β κέντρȣ τῆς κινήσεως ἀπὸ τȣ̃ Ξ ζητȣμένȣ κέν-

τρω τῆς βαρύτητος ἀπόσημα ΒΞ ἔσαι = ΒΓ· ϗ δὴ βυλομένοις εὑρεῖν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος, ὡς ἀπαιτεῖ τὸ θεώρημα, διαιρετέον τὴν τῶν ῥοπῶν διαφορὰν διὰ τοῦ τῶν μαζῶν ἀθροίσματος. Ο. Ε. Δ.

426. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Ε᾽ὰν τὸ τῆς κινήσεως κέντρον ᾖ κατὰ τὸ Γ, καθ᾽ ὃ τὸ ἄθροισμα τῶν ὑπαρκτικῶν ῥοπῶν ἴσεται τῷ τῶν λειπτικῶν, τηνικαῦτα τὸ τῆς κινήσεως κέντρον τὸ αὐτὸ ἔσαι ϗ βαρύτητος· ἔσαι γὰρ ἡ διαφορὰ τῶν ῥοπῶν τότε ο, ὃ διαιρεθὲν διὰ τοῦ ἀθροίσματος τῶν σωματοτήτων δίδωσι ο, ἀπόσημα τοῦ κέντρου τῆς κινήσεως ἀπὸ τοῦ τῆς βαρύτητος.

427. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Ε᾽πίσης εὑρεθήσεται τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος ὅσων δήποτε βυλώμεθα σωμάτων, εἴτε λαμβανομένου ὡς κέντρου κινήσεως σημείου τῆς εὐθείας ΑΒ (χ. 20), ὃ ὐ κεῖται μεταξὺ τῶν βάρεων Α, Β, οἷον τὸ Π (421) ἢ τὸ Α (422) ϗ διαιρυμένου τοῦ ἀθροίσματος τῶν ῥοπῶν διὰ τοῦ τῶν μαζῶν· εἴτε λαμβανομένου τοῦ κέντρου τῆς κινήσεως μεταξὺ τῶν σωμάτων Α, Β (χ. 21) οἷον τὸ Β (425), ἢ τὸ Γ (426), ϗ διαιρυμένης τηνικαῦτα τῆς διαφορᾶς τῶν ῥοπῶν· διὰ τοῦ ἀθροίσματος τῶν μαζῶν, ὡς ἐν τῷ προεκτεθέντι ὑποδείγματι καταφαίνεται.

428. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄. Εἰς εὕρεσιν ἄρα τοῦ μεταξὺ πολλῶν σωμάτων κέντρου τῆς βαρύτητος, ϗκ ἐν γένει διαιρετέον τὸ ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν πάντων τῶν σωμάτων Α, Β, Γ, Δ ἀναφερομένων εἴς τι σημεῖον τῶν τῆς εὐθείας ΑΔ διὰ τοῦ ἀθροίσματος τῶν σωματοτήτων· ϗ γὰρ εἰ ληφθείη τὸ κέντρον τῆς κινήσεως, μεταξὺ τῶν σωμάτων Α, Β, Γ, Δ, ἴσα τὸ ἄθροισμα διαιρεῖν δεῖ, τὴν δὲ διαφορὰν τῶν δε τῶν ῥοπῶν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΑΚΟΣΤΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

Περὶ τῦ κέντρυ τῆς βαρύτητος τῶν ἐπιφανειῶν.

429. Εἴδομεν ἤδη ὅπως εὑρίσκεται τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος, ὅσων ἂν βυλώμεθα σωμάτων, κειμένων ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, καὶ ἐκλαμβανομένων ὡς σημείων ἐμπεπλησμένων ἁπάσης τῆς βαρύτητος αὐτῶν τῶν σωμάτων, ἢ, ὃ δήπυ ταὐτὸν, θεωρυμένυ μόνυ τῦ κέντρυ τῆς βαρύτητος ἑκάστυ τῶν δε τῶν σωμάτων (411)· ἐπινοήσωμεν ἤδη γραμμὴν οἱονεὶ σύνθετον ἐκ πολλῶν τοιύτων σημείων, ἀμέσως συνημμένων, καὶ πάντων ἰσοβαρῶν· σαφὲς ἓν ὡς τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τοιᾶς δε γραμμῆς, ἔσαι αὐτῆς τὸ μέσον· ἐντεῦθεν ἓν ἐπιζητήσομεν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τῶν τε ἐπιφανειῶν, καὶ τῶν σερεῶν.

430. ΘΕΩΡΗΜΑ Α΄. Κέντρον βαρύτητος περιμέτρυ παντὸς παραλληλογράμμυ ΑΒΓΔ (χ. 22) ἔσι τὸ σημεῖον Ξ, καθ' ὃ τέμνονται δύω εὐθεῖαι Θη, εζ, ἀγόμεναι ἑκατέρα ἀπὸ τῦ μέσυ ἑκάσης πλευρᾶς ἐπὶ τὸ τῆς ἀντιθέτυ μέσον.

ΔΕΙΞΙΣ. Τὸ γὰρ Θ σημεῖον τῆς εὐθείας Θη ἔσι κέντρον βαρύτητος τῆς πλευρᾶς ΑΒ (429)· τὸ δ' αὐτῆς η, κέντρον βαρύτητος τῆς ΓΔ· ὁ ἄρα ζυγὸς Θη ἐπίσης βαρύμενος δεξιόθεν τε καὶ ἀριστερόθεν τῦ μέσυ σημείυ Ξ, ἕξει τὸ τῆς ἑαυτῦ βαρύτητος κέντρον ἐπὶ τῦ Ξ· ὡσαύτως ἐν τῷ ζυγῷ εζ, τὸ μὲν ε κέντρον ἐσὶ βαρύτητος τῆς ΑΓ, τὸ δὲ ζ, τῆς ΒΔ· ἑκατέρωθεν ἄρ' ἐπίσης βαρύμενος, ἕξει καὶ αὐτὸς κέντρον βαρύτητος τὸ Ξ· τὸ ἄρα Ξ ἔσαι κέντρον κοινὸν βαρύτητος τῶν τεσσάρων ἀντικειμένων πλευρῶν,

εἴτ' ἓν αὐτῆς τῆς περιμέτρυ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμυ. Ο. Ε. Δ.

431. ΠΟΡΙΣΜΑ. Οὐκοῦν ἡ τῆς ἐπιφανείας παντὸς παραλληλογράμμυ κέντρον βαρύτητος ἔσι τὸ Ξ, καθ' ὃ τέμνονται αἱ δύω εὐθεῖαι θη, εζ, αἱ τὰ μέσα τῶν ἀντιθέτων πλευρῶν ἐπιζευγνύυσαι· ὡς γὰρ τὸ τοῦ ζυγοῦ θη σημεῖον θ ἔσι κέντρον βαρύτητος τῆς ΑΒ, ἴτω τὰ ἐφεξῆς σημεῖα τῆς θη εἰσὶ κέντρα βαρύτητος πασῶν τῶν τῇ ΑΒ παραλλήλων κτ., ἐξ ὧν σύγκειται τὸ παραλληλόγραμμον· οὐκοῦν ὁ ζυγὸς θη ἰσομερῶς βαρύμενος, ἡ ἴτως αἴρων ἅπαν τὸ βάρος τοῦ παραλληλογράμμυ, ἕξει τὸ ἑαυτοῦ κέντρον τῆς βαρύτητος, ἡ δὴ τὸ τῆς ἐπιφανείας τοῦ παραλληλογράμμυ κατὰ τὸ μέσον Ξ.

432. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Τριγώνυ δοθέντος τοῦ ΑΒΓ εὑρεῖν τῆς περιμέτρου αὐτοῦ τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον (κ. 23).

ΛΥΣΙΣ. Τὰ μέσα η, ο, τ τῶν αὐτοῦ πλευρῶν ἔσονται κέντρα βαρύτητος ἕκασον ἑκάσης· οὐκοῦν ἀχθεῖσα ἡ εὐθεῖα ηο ἔσαι ζυγὸς βαρύμενος, κατὰ μὲν τὸ η τῇ πλευρᾷ ΑΒ, κατὰ δὲ τὸ ο τῇ ΑΓ· ζηθείσθω τοίνυν (423) τὸ δ κέντρον τῆς βαρύτητος ταύτης τῆς εὐθείας· ἡ ἐπεζεύχθω ἡ δτ ἀπὸ τοῦ κέντρυ δ ἐπὶ τὸ τ μέσον τῆς πλευρᾶς ΒΓ· οὐκοῦν ἡ δτ ἔσαι ἡ αὐτὴ ζυγὸς βαρύμενος, κατὰ μὲν τὸ δ τῷ βάρει τοῦ ζυγοῦ ηο, τουτέσιν τῷ τῶν πλευρῶν ΑΒ, ΑΓ, κατὰ δὲ τὸ τ, τῇ πλευρᾷ ΒΓ· ζητείσθω οὖν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τοῦδε τοῦ καινοῦ ζυγοῦ (423)· ὃ δὴ ἔσαι τῆς τοῦ ΑΒΓΔ περιμέτρυ. Ο. Ε. Π.

433. ΘΕΩΡΗΜΑ Α΄. Κέντρον βαρύτητος περιμέτρυ παντὸς κανονικοῦ σχήματος ἔσιν αὐτὸ τὸ κέντρον τοῦ σχήματος.

ΔΕΙΞΙΣ. Ε"σω πρῶτον ἀρτιόπλευρον τὸ χῆμα, εἴτ' ἓν τὸ κανονικὸν ἑξάγωνον ΑΒΓΔΕΖ (χ. 24)· ἐπάρη ἓν εὐθεῖα, οἵα ἡ δζ, ἐπιζευγνύουσα τὰ δύω μέσα δ, ζ δύω ἀντιθέτων πλευρῶν, ἔσαι ζυγὸς κατασπώμενος ἑκατέρωθεν βάρεσιν ἴσοις, εἴτ' ἓν τοῖς δ, ζ κέντροις τῆς βαρύτητος τῶν πλευρῶν ΑΖ, ΔΓ· ὡκἕν κέντρον βαρύτητος κοινὸν ἀμφοτέραις ἔσαι τὸ μέσον ο τῆς δζ εὐθείας· ὡσαύτως δειχθήσεται κέντρον βαρύτητος τὸ ο πασῶν τῶν ἄλλων ἀντιθέτων πλευρῶν (Γεωμ. 245. Τόμ. Β΄.)· χ' δὴ κέντρον βαρύτητος πασῶν τῶν πλευρῶν, εἴτ' ἓν τῆς περιμέτρυ τῦ χήματος, ἔσαι αὐτὸ τὸ ο κέντρον τῦ κανονικῦ χήματος.

Α'λλ' ἔσω νῦν περιττόπλευρον, εἴτ' ἓν τὸ πεντάγωνον ΑΒΓΔΕ (χ. 25)· ἤχθω γὰρ ἀπὸ τῦ μέσυ ζ τῆς ΓΔ πλευρᾶς ἡ εὐθεῖα ζΑ πρὸς τὴν ἀντίθετον γωνίαν Α, καὶ αἱ πη, μν ἐπιζευγνύτωσαν τὰ μέσα τῶν ἀντιθέτων πλευρῶν· ὡκἕν τὸ τ σημεῖον τὸ μέσον τῆς πη ἔσαι τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τῶν δύω πλευρῶν ΑΒ, ΑΕ· ὡσαύτως τὸ χ, τῶν ΒΓ, ΕΔ· τὸ δὲ ζ πέρας τῆς Αζ ἔσι κέντρον βαρύτητος τῆς πλευρᾶς ΔΓ· ἐπεὶ ἓν ἡ ΑΖ ζυγός ἐσι κατασπώμενος τοῖς βάρεσι τ, χ, ζ πάσης τῆς περιμέτρυ τῦ πολυγώνυ, ἕξει σημεῖόν τι τὸ ο, ὃ ἔσαι κέντρον βαρύτητος πάσης ταύτης τῆς περιμέτρυ· ἐὰν ἓν ἔτι ἀχθῇ εὐθεῖα ἡ μΒ ἀπὸ τῦ μέσυ μ ἑτέρας πλευρᾶς ἐπὶ τὴν αὐτῇ ἀντίθετον γωνίαν, τῦ πολυγώνυ ὄντος κανονικῦ, ἔσαι χ' αὐτὴ ζυγὸς κατασπώμενος ὡσαύτως ἅπασι τοῖς τῆς περιμέτρυ βάρεσι, χ' περιέχων τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τῆς περιμέτρυ· ἐπεὶ δὲ αὗται αἱ εὐθεῖαι Αζ, μΒ διήκυσιν ἀμφότεραι διὰ τῦ αὐτῦ κέντρυ τῆς βαρύτητος, κατ' αὐτὸ δὴ χ' τέμνονται· ἀλλὰ τὸ, καθ' ὃ τέμνονται, σημεῖον

ἔσιν αὐτὸ τὸ κέντον τῦ κανονικῦ σχήματος (Γεωμ. 245)· ἄρα κέντρον τῆς βαρύτητος τῆς περιμέτρυ ἔσιν αὐτὸ τὸ κέντρον τῦ σχήματος. Ο. Ε. Δ.

434. ΘΕΩΡΗΜΑ Γ΄. Κέντρον τῆς βαρύτητος ἐπιφανείας παντὸς κανονικῦ ἔσιν αὐτὸ τὸ κέντρον τῦ κανονικῦ πολυγώνυ.

ΔΕΙΞΙΣ. Τῆς ἐπιφανείας ἰσομερῶς βαρείας ὑποτιθεμένης, τὸ βάρος τῦτο ἔσαι τῇ ἐπιφανείᾳ ἀνάλογον· ἀλλὰ παντὸς πολυγώνυ κανονικῦ ἴσα μέρη ἐπιφανείας κεῖται περὶ τὸ κέντρον· ἄρα καὶ ἴσα μέρη βαρύτητος· ἄρα τὸ κέντρον τῦ σχήματος ἔσι καὶ κέντρον τῆς αὐτῦ βαρύτητος. Ο. Ε. Δ.

435. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐπεὶ δὲ καὶ ὁ κύκλος κανονικόν ἐσι πολύγωνον, ἐξ ἀπειραρίθμων πλευρῶν συγκροτύμενον (Γεωμ. 34. Τόμ. Α΄.)· ἄρα καὶ αὐτῦ κέντρον βαρύτητος τῆς τε περιμέτρυ καὶ τῆς ἐπιφανείας ἔσιν αὐτὸ τὸ κέντρον αὐτῦ.

436. ΘΕΩΡΗΜΑ Δ΄. Κέντρον βαρύτητος τῆς ἐπιφανείας παντὸς τριγώνυ ΑΒΔ (χ. 26) ἔσι τὸ σημεῖον Κ, καθ' ὃ τέμνονται δύω εὐθεῖαι εΔ, Αζ, ἀγόμεναι ἐκ τῶν μέσων ε, ζ δύω πλευρῶν πρὸς τὰς ὑπ' αὐτῶν ὑποτεινομένας γωνίας.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐπεὶ Βζ = ζΔ (ἐκ κατασκευῆς) καὶ πάντα τὰ τρίγωνα ΑΒΔ, Αθο κτ. τὰ διὰ τῆς Αζ ἐπὶ πάντων τῶν ϛοιχείων θο κτ. συνιϛάμενα, εἰσὶν ὅμοια, ἡ Αζ εὐθεῖα τεμεῖ δίχα πάσας τὰς παραλλήλας θο κτ., ἐξ ὧν σύγκειται ἡ ἐπιφάνεια τῦ τριγώνυ ΑΒΔ· πάντα ἄρα τὰ σημεῖα τὰ μεταξὺ Α καὶ ζ ἔσονται κέντρα βαρύτητος πασῶν τύτων τῶν παραλλήλων· μεταξὺ δὲ αὐτῶν ἔσαι ἓν κοινὸν κέντρον τῆς βαρύτητος αὐτῶν ἁπάντων· καὶ δὴ

κέντρον βαρύτητος τῆς ἐπιφανείας τοῦ χήματος· ἐπὶ πᾶσι δὲ, ὑποτιθεμένων καὶ τῇ AB πλευρᾷ παραλλήλων, συλλογισμῷ ὁμοίῳ δειχθήσεται, ὅτι ἡ εὐθεῖα εΔ ἔσι καὶ αὐτὴ ζυγὸς κατασπώμενος τοῖς κέντροις τῆς βαρυτῆτος πασῶν τούτων τῶν παραλλήλων, περιέχων καὶ αὐτὸς τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τοῦ χήματος· ἀλλὰ τοῦτο κοινὸν ὂν ἑκατέραις ταῖς Aζ, εΔ εὐθείαις, οὐ δύναται ἄλλο εἶναι, ἢ τὸ κοινῆς αὐτῶν διατομῆς σημεῖον K· ἄρα κτ. O. E. Δ.

437. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Ἵν' εὑρεθῇ τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος παντὸς τραπεζίου τοῦ ABΓΔ (χ. 27)· ά. ἤχθω διαγώνιος ἡ BΓ· β΄. ζητηθήτω τὸ κέντρον π τριγώνου BΓΔ, καὶ τὸ τ τοῦ ABΓ· γ΄. ἐπιζευχθείσης τῆς πτ ζητηθήτω μεταξὺ τούτων τῶν δύω σημείων (423) τὸ ο κοινὸν ἀμφοῖν τοῖν τριγώνοιν κέντρον τῆς βαρύτητος.

438. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Ἵνα τοίνυν εὑρεθῇ τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος ἐπιφανείας ἀκανονίσου παντὸς χήματος τοῦ ABΓΔEZ (χ. 28), ἀχθεισῶν ἀπὸ μιᾶς γωνίας τῆς A πρὸς τὰς ἄλλας εὐθειῶν, εὑρεθήτωσαν τὰ κέντρα τῆς βαρύτητος ε, ι, ο, υ τῆς ἐπιφανείας ἑκάστου τριγώνου, καὶ δύω κέντρα προσεχῆ τὰ ε, ι ἐπεζευκέτω ἡ ει, ἐφ' ἧς ζητηθήτω τὸ κοινὸν αὐτοῖς κέντρον τῆς βαρύτητος τ· τοῦτο δὲ καὶ τὸ ο ἐπεζευκέτω ἡ το, ἐφ' ἧς ζητηθήτω τὸ κοινὸν τοῖς τρισὶ προτέροις τριγώνοις κέντρον τῆς βαρύτητος ψ· τὸ δὲ καὶ τὸ υ ἐπεζευκέτω ἡ υψ, ἐφ' ἧς εὑρεθήτω τὸ χ κέντρον τῆς βαρύτητος τὸ κοινὸν ἅπασι τοῖς τριγώνοις, τουτέσι τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος ὅλου τοῦ χήματος.

439. ΘΕΩΡΗΜΑ Ε΄. Τὸ μέρος κζ (χ. 26), τὸ μεταξὺ τῆς ΔB βάσεως καὶ τοῦ κέντρου τῆς βαρύτητος τῆς ἐπιφανείας τοῦ τριγώνου, $\frac{1}{3}$ ἐσὶ τῆς εὐθείας Aζ.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἀχθείσης γὰρ τῆς ζχ παραλλήλως τῇ

ΑΒ, ἔσονται ὅμοια τὰ τρίγωνα ΒΔε, ζΔχ, ὡσαύτως καὶ τὰ ΑεΚ, Κζχ (Γεωμ. 220. Τόμ. Β΄.)· ἔστιν ἄρα ζΔ = $\frac{\text{ΒΔ}}{2}$: ΒΔ :: ζχ : Βε· ἄρα ζχ = $\frac{\text{Βε}}{2}$ = $\frac{\text{Αε}}{2}$· ἀλλὰ ζχ : Αε :: Κζ : ΑΚ· ἄρα Κζ = $\frac{\text{ΑΚ}}{2}$· ἐντεῦθεν ἄρα Κζ = $\frac{\text{Αζ}}{3}$.

Ο. Ε. Δ.

440. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Εὑρεῖν τὸ Θ κέντρον τῆς βαρύτητος τόξου παντὸς καμπύλης τοῦ ΑΜ (χ. 29).

ΛΥΣΙΣ. Νοηθήτω τόξον ἀπειροστὸν τὸ Μμ, καὶ τεθήτω ὡς ἄξων τῶν ῥοπῶν τῶν τοῦ δοθέντος τόξου σημείων εὐθεῖα ἡ ΓΝ, παράλληλος ταῖς τεταγμέναις, καὶ αὐταῖς ἐξ ὑποθέσεως παραλλήλοις ἄσαις πρὸς ἀλλήλας· καὶ τὸ τοῦ Γ ἀπὸ τῆς τῶν ἀποτετμημένων ἀρχῆς Α ἀπόσημα ἔστω = β· ἵν' ἕν εὑρεθείη τὸ τοῦ Θ κέντρου τῆς βαρύτητος ἀπὸ τοῦ ἄξονος ΓΝ ἀπόσημα ΘϑΤ, ἐπάναγκες λαβεῖν τὸ ἄθροισμα τῶν κατὰ τὰ τόξα Μμ ῥοπῶν, ἀναφερομένων πρὸς τὸν ΓΝ ἄξονα, καὶ τοῦτο διελεῖν διὰ τοῦ ἀθροίσματος τῶν Μμ τόξων, εἴτ' ἕν τῷ τόξῳ ΑΜ (427)· ἀλλὰ τοῦ Μμ τόξου ἀπειροστοῦ ὄντος, τὸ ἀπὸ τοῦ κατ' αὐτὸ μέσου ν ἀπόσημα τῆς ΓΝ, ἐκληπτέον ἐστὶν ἴσον τῇ ΜΝ· ἄρα Μμ × ΜΝ ἔστιν ἡ ῥοπὴ τοῦδε τοῦ τόξου (415)· ἀλλ' ἐὰν ῥηθῶσιν ΑΠ = χ, καὶ ΠΜ = υ ἔσαι (Α'πειρ. 255) Μμ = $\sqrt{(\delta\chi^2 + \delta\upsilon^2)}$ καὶ ΜΝ = ΓΠ = β — χ· ἄρα (β — χ) · $\sqrt{(\delta\chi^2 + \delta\upsilon^2)}$ ἔστιν ἡ ῥοπὴ τοῦ ἀπειροστοῦ τόξου Μμ, καὶ ἑπομένως Ο(β — χ) · $\sqrt{(\delta\chi^2 + \delta\upsilon^2)}$ ἔστι τὸ ἄθροισμα πασῶν τῶν ῥοπῶν τῶν ἀπειροστῶν τόξων Μμ, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ τόξον ΑΜ· ἄρα ΘϑΤ = $\frac{\text{Ο}(\beta - \chi) \cdot \sqrt{(\delta\chi^2 + \delta\upsilon^2)}}{\text{ΑΜ}}$· ὅπως δὲ τὸ τόξον ΑΜ,

ὅπερ ἐςὶ διαιρέτης τῆς ποσότητος ταύτης, ἐκτιμηθείη ἄν, ἀποδέδονται ἤδη μέθοδοι (Ἀπειρ. 255, 274). Ὁμοίᾳ δὲ συλλογισμῷ ἐφόδῳ τὸ τῦ κέντρυ τῆς βαρύτητος ἀπὸ τῦ ἄξονος ΑΠ ἀπόσημα $\Theta\vartheta^{\text{I}} = \frac{\text{O}.\upsilon\sqrt{(\delta\chi^2+\delta\upsilon^2)}}{\text{AM}}$.

441. ΣΧΟΛΙΟΝ Α΄. Τύποι ἔτοι ὑπάρχυσι γενικοὶ εἰς διορισμὸν τῦ κέντρυ τῆς βαρύτητος παντὸς τόξυ καμπύλης ἐξυπηρετῦντες.

442. ΣΧΟΛΙΟΝ Β΄. Ἐὰν τὸ τόξον, ὃ τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον θηρώμεθα, συγκέηται ἐκ δυοῖν μερῶν ἴσων καὶ ὁμοίων ΑΜ, AM^{I} (κ. 30), τῦ μὲν ἔνθεν, τῦ δ' ἑτέρωθεν κειμένων τῦ τῶν ἀποτετμημένων ἄξονος, δῆλον ὅτι τὸ τῆς βαρύτητος αὐτῦ κέντρον Θ ἔσαι ἐπὶ τῆς εὐθείας ΑΠ· ζητεῖται τοίνυν μόνον εὑρεῖν αὐτῦ τὸ ἀπόσημα ἀπὸ τῦ σημείυ Γ· ἐπεὶ δὲ αἱ χορδαὶ τῶν δυοῖν τόξων Μμ, $\text{M}^{\text{I}}\mu^{\text{I}}$, ἀναφερομένων πρὸς τὸν ἄξονα MN^{I}, εἰσὶν ἰσάλληλοι, τὸ ἀπόσημα ΘΓ ἔσαι ἴσον τῷ $\frac{2.\text{O}.(\beta-\chi).\sqrt{(\delta\chi^2+\delta\upsilon^2)}}{\text{MAM}^{\text{I}}}$.

443. ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ. Ἔςω τὸ MAM^{I} τόξον κυκλικόν· τοιγαρῦν $\upsilon = \sqrt{(\alpha\chi-\chi\chi)}$ (Ὑψηλ. Γ. 12), τῦ α τὴν διάμετρον ἐμφαίνοντος· ἔςι δὲ (Ἀπειρ. 259)

$$\sqrt{(\delta\chi^2+\delta\upsilon)} = \frac{\frac{1}{2}\alpha\delta\chi}{\sqrt{(\alpha\chi-\chi\chi)}} \cdot \text{ἄρα } 2\text{O}(\beta-\chi)$$

$$\sqrt{(\delta\chi^2+\delta\upsilon^2)} = \frac{2\text{O}.\frac{1}{2}\alpha(\beta-\chi)\delta\chi}{\sqrt{(\alpha\chi-\chi\chi)}} = 2\text{O}(\beta-\chi)$$

$\delta\chi(\alpha\chi-\chi\chi)^{-\frac{1}{2}}$. κείωθω δὲ, διὰ τὸ ἁπλέςερον, κέντρον τὸ σημεῖον Γ· ἐπεὶ οὖν ΑΓ $= \beta = \frac{1}{2}\alpha$· ἄρα $2\text{O}(\beta-\chi)\delta\chi(\alpha\chi-\chi\chi)^{-\frac{1}{2}} = 2\text{O}(\frac{1}{2}\alpha-\chi)\delta\chi(\alpha\chi-$

$\chi\chi)^{-\frac{1}{2}} = \alpha\sqrt{(\alpha\chi - \chi\chi)}$ (Α'πειρ. 237), ᾧ μηδὲν ἄτρεπτον ποσὸν προσθεῖναι δεῖ· ἢ γὰρ, ὄντος $\chi = 0$, ἡ ἀμετάτρεπτος γίνεται ὐδέν· ὥσπερ ἢ ἔχειν ἐπάναγκες, εἴγε τὸ τῶν ῥοπῶν ἄθροισμα τηνικαῦτα ἐξισδενεῖται.

Ἔστιν ἄρα $2O\,(\beta - \chi)\,\delta\chi\sqrt{(\delta\chi^2 + \delta u^2)} = \alpha\sqrt{(\alpha\chi - \chi\chi)}$, ἢ ἑπομένως $\Gamma\Theta = \frac{\alpha\sqrt{(\alpha\chi - \chi\chi)}}{\mathrm{MAM'}} = \frac{\alpha \times 2\sqrt{(\alpha\chi - \chi\chi)}}{\mathrm{MAM'}} = \frac{\Gamma\mathrm{A} \times \mathrm{MM'}}{\mathrm{MAM'}}$, ὅθεν προκύπτει ἡ ἀναλογία $\mathrm{MAM'} : \mathrm{MM'} :: \Gamma\mathrm{A} : \Gamma\Theta$· ὅ ἐστι „τὸ „τῆ κυκλικῆ κέντρῳ ἀπὸ τῆ κέντρῳ τῆς βαρύτητος παν„τὸς κυκλικῆ τόξῳ ἀπόσημα ἔστιν εὐθεῖα τατάρτη ἀνά„λογος τῆ μήκως τῆ τόξῳ, ἢ τῆς αὐτῆ χορδῆς, ἢ τῆς „ἀκτῖνος."

444. ΣΧΟΛΙΟΝ. Δυνατὸν ἐφαρμόσαι τὰς τύπως τέτως ἁπάσῃ καμπύλῃ.

445. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Εὑρεῖν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος ἐπιφανείας τῆς ΑΠΜ, τῆς περιεχομένης ὑπὸ τῆς καμπύλης ΑΜ ἢ τῶν εὐθειῶν ΑΠ, ΠΜ (χ. 31).

ΛΥΣΙΣ. Ὑποτεθείσθω τὸ ζητέμενον κέντρον εἶναι τὸ Θ· δεῖ τοίνυν, πρὸς εὕρεσιν τῆ ἀποσήματος ΘϑΔ, λαβεῖν τὸ ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν τῶν τραπεζιδίων ΜΠμπ, ἀναφερομένων πρὰς ἄξονα τῶν ῥοπῶν τὸν ΓΝ, ἢ διελεῖν διὰ τῆ ἀθροίσματος τῶν δε τῶν τραπεζιδίων, εἴτ' ἓν διὰ τῆ χωρίῳ ΑΠΜ (427)· ἀλλὰ τὸ 1 κέντρον τῆς βαρύτητος τῆ τραπεζιδίῳ κεῖται κατὰ τὸ μέσον τῆς εὐθείας νπ τῆς ἴσον ἀπεχούσης τῆς τε ΜΠ, ἢ τῆς μπ· τῆτο δὲ τὸ μέσον 1 ἐκλαβεῖν ἔχομεν ὡς μέσον τῆς ΜΠ διὰ τὸ ἀπειροσὸν ὕψος Ππ· ἔστιν ἄρα τὸ ἀπόσημα $1\lambda = \Gamma\Pi$· ἐκεῖν

ἡ τῶ ΠπμΜ ῥοπὴ, ἀναφερομένη πρὸς τὴν ΝΓ, ἔσι ΠπμΠ × ΓΠ, τοῦτ' ἔσιν υδχ (β—χ), καλυμένων ἀεὶ, τῆς μὲν ΓΑ, β, τῆς δὲ ΑΠ, χ· τὸ ἄρα ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν ἔσαι Ο (β—χ) υδχ, ᾧ ἑπομένως τὸ ἀπόσημα ΘϑΙ ἔσαι $\frac{\text{Ο (β—χ) υδχ}}{\text{ΑΠΜ}}$· εὑρεθήσεται κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον τὸ ἀπόσημα $\Theta\vartheta^{I} = \frac{\text{Ο}.\frac{1}{2}\upsilon^{2}\delta\chi}{\text{ΑΠΜ}}$. Ο. Ε. Π.

446. ΣΧΟΛΙΟΝ. Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον εὑρεθήσεται ἐν γένει τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος παντὸς ἐπιπέδυ χωρίυ, ἀναλυομένυ ἀμέλει εἰς ἀπειροσὰ τραπεζίδια.

447. ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ Α΄. Κείωθω εὑρεῖν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τριγώνυ τοῦ ΑΝΝ^{I} (χ. 32)· εἰλήφθωσαν δὲ ἡ βάσις ΝΝ^{I} ᾧ τὸ ὕψος ΑΓ ὡς ἄξονες τῶν ῥοπῶν· ᾧ ῥηθήτωσαν ΑΠ = χ, ᾧ ΜΜ^{I} = υ, ᾧ ΑΓ = β· ἐκῶν ἔσαι ΜΜ^{I}μ^{I}μ = υδχ· ἡ δὲ ῥοπὴ τοῦδε τοῦ τραπεζιδίυ ἀναφερομένυ πρὸς τὴν ΝΓ ἔσαι (β — χ) υδχ· ὡς εἶναι τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον ὡς πρὸς τὴν βάσιν $\frac{\text{Ο (β—χ) υδχ}}{\text{ΑΜΜ}^{I}}$· ἐκῶν κληθείσης γ τῆς βάσεως ἔσιν ΑΓ : ΑΠ :: ΝΝ^{I} : ΜΜ^{I}, ὅ ἐσι β : χ :: γ : υ = $\frac{\gamma\chi}{\beta}$· ἄρα Ο (β — χ) υδχ γίνεται Ο (β — χ) $\frac{\gamma\chi\delta\chi}{\beta}$, ἢ Ο $\frac{\gamma}{\beta}$ (βχδχ — χ^{2}δχ) = $\frac{\gamma}{\beta}$ ($\frac{\beta\chi^{2}}{2} - \frac{\chi^{3}}{3}$) (Α΄πειρ. 229) = $\frac{\gamma\chi^{2}}{6\beta}$ (3β — 2χ)· ἀλλ' ἡ ἐπιφάνεια ΑΜΜ^{I} ἔσιν = $\frac{\text{ΜΜ}^{I} \times \text{ΑΠ}}{2} = \frac{\gamma\chi^{2}}{2\beta}$· ἄρα τὸ ἀπόσημα τοῦ τῆς βαρύτητος κέντρυ ἔσι

$$\frac{\frac{\gamma\chi^2}{6\beta}(3\beta - 2\chi)}{\frac{\gamma\chi^2}{2\beta}} = \tfrac{1}{3}(3\beta - 2\chi),$$ ὅπερ, ὄντος χ

$= \beta$, γίνεται $\frac{1}{3}\beta$· ἄρα $\Theta\vartheta = \frac{1}{3}\beta$· ἀλλ' ἐὰν ἀχθῇ ἡ εὐθεῖα ΑΘΛ, ἐν τῶν ὁμοίων τριγώνων ΑΓΛ, ΘϑΛ προκύψει ΛΘ : ΛΑ :: Θϑ : ΑΓ :: $\frac{1}{3}\beta$: β :: 1 : 3· ἄρα ΛΘ $= \frac{1}{3}$ ΛΑ, ὅπερ ἀκριβῶς συνάδει τοῖς ἀρτίως προαποδεδειγμένοις (439).

448. ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ Β΄. Ὑποτεθείσθω ἡ ΑΠΜ ἐπιφάνεια ἀπόμοιρα κύκλου, οὗ διάμετρος α, καὶ κέντρον τὸ Κ· ὅθεν $\beta = \frac{1}{2}\alpha$· ἔστι δὲ $\upsilon = \sqrt{(\alpha\chi - \chi\chi)}$ (Ὑποψ. Γ. 12)· ἄρα $O.(\beta - \chi)\upsilon\delta\chi = O(\frac{1}{2}\alpha - \chi)\delta\chi\sqrt{(\alpha\chi - \chi\chi)} = O(\frac{1}{2}\alpha - \chi)\delta\chi(\alpha\chi - \chi\chi)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}(\alpha\chi - \chi\chi)^{\frac{3}{2}}$ (Ἀπειρ. 237), ὡτινι οὐδὲν ὅλως προσθεῖναι δεῖ ἄτρεπτον, εἴγε γίνεται τὸ ἄτρεπτον μηδὲν, ὄντος $\chi = o$·

ἄρα $\Theta\vartheta = \frac{\frac{1}{3}(\alpha\chi - \chi\chi)^{\frac{3}{2}}}{\text{ΑΠΜ}} = \frac{\frac{1}{3}(\text{ΠΜ})^3}{\text{ΑΠΜ}}$· ζητουμένου δὲ τοῦ ἀποσήματος $\Theta\vartheta^1$, ἐπείπερ $\upsilon = \sqrt{(\alpha\chi - \chi\chi)}$, ἡ δύναμις αὐτοῦ $\frac{O.\frac{1}{2}\upsilon^2\delta\chi}{\text{ΑΠΜ}}$ (445) ἔσαι $\Theta\vartheta^1 = \frac{O\frac{1}{2}.(\alpha\chi - \chi\chi)\delta\chi}{\text{ΑΠΜ}}$· ἀλλὰ μὴν $\frac{1}{2}(\alpha\chi - \chi\chi)\delta\chi =$

$O\frac{1}{2}.(\alpha\chi\delta\chi - \chi^2\delta\chi) = \frac{1}{2}(\frac{\alpha\chi^2}{2} - \frac{\chi^3}{3})$ (Ἀπειρ. 229)

$= \frac{1}{12}\chi^2(3\alpha - 2\chi)$· ἄρα $\Theta\vartheta^1 = \frac{\frac{1}{12}\chi^2(3\alpha - 2\chi)}{\text{ΑΠΜ}}$.

Ὅταν δὲ λόγος γίνηται περὶ τοῦ ὅλου τμήματος, ἐπεὶ δῆλον τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον Θ κεῖσθαι (χ. 30)

ἐπὶ τῆς ἀκτῖνος ΓΑ, ἥτις εἰς δύω ἰσάλληλα μέρη τὸ τόξον τέμνει, καὶ ἀπέχειν τῆς ΝΝ', ὅσον καὶ ἑκάτερον τῶν δυοῖν κέντρων τῆς βαρύτητος ἑκατέρα τῶν δυοῖν τμημάτων ΑΠΜ, ΑΠΜ, ἐντεῦθεν ἔσαι $\Gamma\Theta = \frac{\frac{1}{3}\Pi M^3}{A\Pi M} =$

$$\frac{\frac{1}{24}\cdot 8\cdot \Pi M^3}{A\Pi M} = \frac{\frac{1}{24}MM'^3}{A\Pi M} = \frac{\frac{1}{12}(MM')^3}{2A\Pi M} = \frac{\frac{1}{12}(MM')^3}{AMM'A^2},$$

ὅ ἐστι „τὸ τοῦ κυκλικοῦ κέντρου ἀπὸ τοῦ τῆς βαρύτητος ἐπι„φανείας παντὸς κυκλικοῦ τμήματος ἀπόσημα ἔστιν ἴσον „τῷ δωδεκάτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς χορδῆς κύβου, διαιρε„θέντι διὰ τῆς ἐπιφανείας τοῦδε τοῦ τμήματος.“

449. ΠΡΟΔΕΙΓΜΑ Γ'. Κείσθω εὑρεῖν τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον τοῦ κυκλικοῦ τομέως ΚΜΑΜ' (χ. 33). δῆλον ἦν, ὅτι τὸ Θ κέντρον τῆς βαρύτητος τοῦ τμήματος ΜΑΜ', καὶ τὸ τοῦ τομέως εἴτ' ἦν τὸ Θ', καὶ τὸ Θ'' τὸ τοῦ τριγώνου, πάντα κεῖται ἐπὶ τῆς ἀκτῖνος ΚΑ· καὶ δὴ ἡ τοῦ τομέως ῥοπὴ ἐξισοῦσθαι ὀφείλει τῇ τοῦ τμήματος συνάμα τῇ τοῦ τριγώνου· ἔστιν ἄρα $KMAM' \times K\Theta' = MAM' \times K\Theta + KMM' \times K\Theta''$· ἀλλαμὴν εὕρηται $K\Theta = \frac{\frac{1}{3}\Pi M^3}{A\Pi M}$, ὃ μεταβαλεῖν ἔχει εἰς $\frac{\frac{2}{3}\Pi M^3}{2A\Pi M} = \frac{\frac{2}{3}\Pi M^3}{MAM'}$· ἄρα $K\Theta \times MAM' = \frac{2}{3}\Pi M^3$· εἴδομεν δὲ παρὰ ταῦτα, ὅτι $KMM' = \Pi M \times K\Pi$, καὶ (439) $K\Theta'' = \frac{2}{3}K\Pi$, ὡς ὑπάρχειν $KMM' \times K\Theta'' = \frac{2}{3}\Pi M \times K\Pi^2$· ἀντικατασάσει ἄρα τούτων τῶν δυνάμεων, εὑρίσκεται $KMAM' \times K\Theta = \frac{2}{3}\Pi M^3 + \frac{2}{3}\Pi M \times K\Pi^2 = \frac{2}{3}\Pi M\,[(\Pi M)^2 + (K\Pi)^2] = \frac{2}{3}\Pi M \times (KM)^2$, διὰ τὸ ὀρθογώνιον τρίγωνον $K\Pi M$· ἄρα $K\Theta' = \frac{\frac{2}{3}\Pi M \times (KM)^2}{KMAM'}$· ἀλλ' ἡ

τῦ τομέως ἐπιφάνεια ἔξιν ἴση τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῦ τόξυ ΜΑΜ′ καὶ τῦ $\frac{ΚΜ}{2}$ (Γεωμ. 299. Τομ. Β′)· ἄρα ΚΘ′ =

$$\frac{\frac{2}{3}ΠΜ \times (ΚΜ)^2}{\frac{ΜΑΜ' \times ΚΜ}{2}} = \frac{\frac{4}{3}ΠΜ \times ΚΜ}{ΜΑΜ'} = \frac{\frac{2}{3}ΜΜ' \times ΚΑ}{ΜΑΜ'},$$

τῦτ' ἔξιν „τὸ τῦ κυκλικῦ κέντρυ ἀπὸ τῦ τῆς βαρύτητος „παντὸς κυκλικῦ τομέως ἀπόσημα ἔξιν εὐθεῖα τετάρτη „ἀνάλογος τῦ τόξυ, καὶ τῆς ἀκτῖνος, καὶ δυοῖν τῆς „χορδῆς τριτημορίων.“

450. ΣΧΟΛΙΟΝ. Τοῖς τύποις τέτοις δυνάμεθα χρήσασθαι ἐπὶ πάσης καμπύλης, φέρ' εἰπεῖν, τῆς παραβολῆς, κτλ.

451. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Εὑρεῖν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τῶν ἀπογεννωμένων ἐκ περιαγωγῆς καμπύλων γραμμῶν (χ. 34.).

ΛΥΣΙΣ. Ἐπεὶ ἑκάστη στοιχειώδης ζώνη, ὡς κύκλος ἐκλαμβανομένη, τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος ἔχει ἐπὶ τῦ ἑαυτῆς κυκλικῦ κέντρυ (435)· κεῖται ἄρα ἐπὶ τῦ τῆς περιαγωγῆς ἄξονος ΓΑ· ἔστω τοίνυν τυτὶ τὸ κέντρον τὸ Π· ἀλλὰ τύπος τῆς στοιχειώδους ζώνης ἔστι (Ἀπειρ. 258) $\frac{\pi}{\eta} υ \sqrt{(δχ^2 + δυ^2)}$, η : π ἐμφαινόντων τὸν τῆς ἀκτῖνος πρὸς τὴν περιφέρειαν λόγον· ἄρα (καλυμένυ ἀεὶ β τῦ ΑΓ ἀποσήματος τῆς τῶν ἀποτετμημένων ἀρχῆς ἀπὸ τῦ ΝΝ¹ ἄξονος τῶν ῥοπῶν) $\frac{\pi}{\eta}(β - χ) υ \sqrt{(δχ^2 + δυ^2)}$ ἔσαι ῥοπὴ ταύτης τῆς ζώνης· ὥστε τὸ τῦ Θ κέντρυ τῆς βαρύτητος τῆς ἐπιφανείας ἀπὸ τῦ Γ ἀπόσημα ΘΓ, ῥηθείσης

Σ τῆς ἐπιφανείας ταύτης, εἶναι $\frac{\text{O}\frac{\pi}{\eta}(\beta-\chi)\upsilon\sqrt{(\delta\chi^2+\delta\upsilon^2)}}{\Sigma}$.

452. ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ Α΄. Κείσθω εὑρεῖν τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας τοῦ ὀρθοῦ κώνου ΑΝΝ' (χ. 35)· τῆς δὲ ΑΠ ἴσης χ, καὶ τῆς ΠΜ, υ, καὶ τοῦ ὕψους ΑΓ, β, καὶ τῆς κατὰ τὴν βάσιν ἀκτῖνος ΓΝ, α, καὶ τῆς πλευρᾶς ΑΝ, ε, ἐπεὶ μὲν τῶν ὁμοίων τριγώνων ΑΓΝ, Μρμ προκύψει ΑΓ : ΑΝ :: Μρ : Μμ, τοῦτ' ἔστι $\beta:\varepsilon::\delta\chi:\sqrt{(\delta\chi^2+\delta\upsilon^2)}=\frac{\varepsilon\delta\chi}{\beta}$· ἐπεὶ τῶν ὁμοίων τριγώνων ΑΓΝ, ΑΠΜ προελεύσεται ΑΓ : ΓΝ :: ΑΠ : ΠΜ, τοῦτ' ἔστι $\beta:\alpha::\chi:\upsilon=\frac{\alpha\chi}{\beta}$· ἄρα $\text{O}\frac{\pi}{\eta}(\beta-\chi)\upsilon\sqrt{(\delta\chi^2+\delta\upsilon^2)}$ γίνεται $\text{O}\frac{\pi}{\eta}\times(\beta-\chi)\times\frac{\alpha\chi}{\beta}\times\frac{\varepsilon\delta\chi}{\beta}=\text{O}\frac{\pi\alpha\varepsilon}{\eta\beta^2}(\beta\chi\delta\chi-\chi^2\delta\chi)=\frac{\pi\alpha\varepsilon}{\eta\beta^2}\times(\frac{\beta\chi^2}{2}-\frac{\chi^3}{3})=\frac{\pi\alpha\varepsilon\chi^2}{6\eta\beta^2}\times(3\beta-2\chi)$· ἀλλ' ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μέρους ΑΜ'ΛΜΑ = Σ ἔστι (Γεωμ. 442. Τόμ. Α΄.) = $\frac{\text{AM}}{2}\times$ κυκλ. ΠΜ, ἔστι δὲ ΑΓ : ΑΠ :: ΑΝ : ΑΜ = $\frac{\text{ΑΠ}\cdot\text{ΑΝ}}{\text{ΑΓ}}$, ἄρα $\Sigma=\frac{\text{ΑΠ}\times\text{ΑΝ}}{2\text{ΑΓ}}\times$ κυκλ. $\text{ΠΜ}=\frac{\pi}{\eta}\times\frac{\alpha\varepsilon}{2\beta\beta}\chi\chi$· ἄρα τὸ τοῦ κέντρου τῆς βαρύτητος τῆς ἐπιφανείας ΑΜ'ΛΜΑ

ἀπὸ τῦ σημείυ Γ ἀπόσημα ἔσιν $\frac{\frac{\pi\alpha\varepsilon\chi^2}{6\eta\beta^2}(3\beta-2\chi)}{\frac{\pi\alpha\varepsilon}{2\eta\beta^2}\chi^2} =$ $\frac{1}{3}(3\beta-2\chi)=\beta-\frac{2}{3}\chi$· ἄρα, ὄντος $\chi=\beta$, ἡ ΑΠ $=$ ΑΓ, τὸ τῦ κέντρυ τῆς βαρύτητος τῆς ὅλης κωνικῆς ἐπιφανείας ἀπόσημα ΘΓ ἔσαι $=\beta-\frac{2}{3}\beta=\frac{1}{3}\beta$, τῦτ' ἔσι, τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος ταὐτὸν ἔσαι τῷ τῆς ἐπιφανείας τῦ τριγώνυ ΑΝΝ'.

453. ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ Β'. Κείσθω εὑρεῖν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τῆς σφαιρικῆς ἐπιφανείας (χ. 36)· ἔξομεν τοιγαρῦν $\upsilon=\sqrt{(\alpha\chi-\chi\chi)}$, τῦ α τὴν διάμετρον ὑποδηλῦντος· ᾗ $\sqrt{(\delta\chi^2+\delta\upsilon^2)}=\frac{\frac{1}{2}\alpha\delta\chi}{\sqrt{(\alpha\chi-\chi\chi)}}$· ἄρα

$$0.\frac{\pi}{\eta}(\beta-\chi)\,\upsilon\sqrt{(\delta\chi^2+\delta\upsilon^2)}=0\frac{\pi}{\eta}(\beta-\chi)\times\frac{1}{2}\alpha\delta\chi$$

· τιθεμένοις ἓν τὸ Κ κέντρον, ὅθεν γίνεται $\beta=\frac{1}{2}\alpha$, ἔσαι $0\frac{\pi}{\eta}(\beta-\chi)\times\frac{1}{2}\alpha\delta\chi=0\frac{\pi\alpha}{2\eta}(\frac{1}{2}\alpha\delta\chi-\chi\delta\chi)=\frac{\pi\alpha}{2\eta}(\frac{1}{2}\alpha\chi-\frac{1}{2}\chi\chi)=\frac{\pi\alpha\chi}{2\eta}(\frac{1}{2}\alpha-\frac{1}{2}\chi)$· ἀλλ' ἡ Σ ἐπιφάνεια τῦ σφαιρικῦ τμήματος ΑΜΛΜ'Α ἔσιν $=\frac{\pi\alpha\chi}{2\eta}$ (Α'πειρ. 259)· ἔσιν ἄρα τὸ τῦ κέντρυ Κ ἀπὸ τῦ Θ κέντρυ τῆς βαρύτητος ἀπόσημα $\mathrm{K}\Theta=\frac{\frac{\pi\alpha\chi}{2\eta}(\frac{1}{2}\alpha-\frac{1}{2}\chi)}{\frac{\pi\alpha\chi}{2\eta}}$

$= \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2}\chi = \text{ΚΑ} - \frac{1}{2}\text{ΑΠ}$, τȣ̃τ' ἔςι τὸ κέντρον Θ ἔςι κατὰ τὸ μέσον Θ τȣ̃ κατὰ τόδε τὸ τμῆμα ὕψȣς ΑΠ· ἐντεῦθεν ἐπαγαγεῖν ἐνγένει δυνάμεθα „ ἁπάσης σφαιρι-„ κῆς ζώνης ἀπολαμβανομένης ὑπὸ δυοῖν παραλλήλων ἐ-„ πιπέδων τῆς ἐπιφανείας τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον ἔςι „ κατὰ τὸ μέσον τȣ̃ τῆς ζώνης ὕψȣς."

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΑΚΟΣΤΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

Περὶ τȣ̃ κέντρȣ τῆς βαρύτητος τῶν ςερεῶν.

454. ΘΕΩΡΗΜΑ. Κέντρον βαρύτητος παντὸς πρίσματος ϗ κυλίνδρȣ ἔςι τὸ μέσον τῆς εὐθείας τῆς ἐπιζευγνύσης τὰ κέντρα τῆς βαρύτητος τῶν βάσεων τῆς τε ὕπερθεν ϗ τῆς ἔνερθεν.

ΔΕΙΞΙΣ. Πᾶν πρίσμα, ϗ κύλινδρος ἅπας, ἐπινοηθῆναι δύναται συγκείμενος ἐξ ἀπειραρίθμων ςιβάδων ἰσοβαρῶν, παραλλήλων, ϗ ἴσων ταῖς βάσεσι τῇ ὕπερθεν ϗ τῇ ἔνερθεν· εὐθεῖα δὲ ἀγομένη ἀπὸ τȣ̃ κέντρȣ τῆς βαρύτητος τῆς ὕπερθεν βάσεως ἐπὶ τὸ τῆς ἔνερθεν, προδήλως διήξει διὰ πάντων τῶν κέντρων τῆς βαρύτητος τῶν παραλλήλων ςιβάδων· ἔςαι ȣ̃ν αὕτη ζυγὸς ἰσομερῶς κατασπώμενος δι' ὅλȣ αὐτȣ̃ τȣ̃ μήκȣς, ȣ̃ τὸ μέσον ἔςαι ἑπομένως κέντρον τῆς βαρύτητος τȣ̃ πρίσματος, ἢ τȣ̃ κυλίνδρȣ. Ο.Ε.Δ.

455. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος ἁπάσης πυραμίδος τριγωνικῆς τῆς ΑΒΓΔ (χ. 37) κεῖται ἐν τῷ ι πέρατι τȣ̃ δι τεταρτημορίȣ τȣ̃ δΑ ἀποςήματος τȣ̃ κέντρȣ τῆς βαρύτητος δ τῆς ΒΓΔ βάσεως ἀπὸ τῆς κορυφῆς Α.

ΔΕΙΞΙΣ. Ε᾽πινενοείωθω ἡ πυραμὶς συγκειμένη ἐξ ἀπειραρίθμων τριγωνικῶν σιβάδων, παραλλήλων τῇ ΒΓΔ βάσει, μειωμένων κατὰ πρόοδον ἀριθμητικὴν μέχρι τῆς κορυφῆς Α (Γεωμ. 420. Τόμ. Β΄.)· σαφὲς δὲ, ὡς πάντων τέτων ὁμοίων ὄντων, ϗ ὁμοίως κειμένων, ἡ εὐθεῖα δΑ ἡ διὰ τᾶ δ κέντρε τῆς βαρύτητος τῆς βάσεως διήκεσα, διήξει ϗ διὰ τῶν κέντρων τῆς βαρύτητος πασῶν τέτων τῶν σιβάδων, ϗ δὴ ϗ διὰ τᾶ κέντρε τῆς βαρύτητος ὅλης τῆς πυραμίδος.

Ε᾽πινένοείωθω αὖθις ἡ πυραμὶς συγκειμένη ἐξ ἀπειραριθμων σιβάδων τριγωνικῶν παραλλήλων τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ, μειωμένων ἔς γε τὸ Γ· ἐὰν ᾖ ἐν τᾷ τῆς βαρύτητος τᾶ ΑΒΔ τριγώνε κέντρε τ μέχρι τᾶ Γ εὐθεῖα ἀχθῇ ἡ τΓ, διήξει διὰ τᾶ ἰδιαιτέρε κέντρε τῆς βαρύτητος πασῶν τῶν παραλλήλων τῷ ΑΒΔ σιβάδων, εἴτ᾽ ἔν διὰ τᾶ κέντρε αὐτῆς τῆς πυραμίδος· δῆλον ἔν ὡς τὸ σημεῖον, καθ᾽ ὃ τέμνονται αἱ εὐθεῖαι Αδ, ΙΓ, ἔσι τὸ κέντρον αὐτῆς τῆς πυραμίδος· φημὶ δὴ ὡς ἔσι δι $= \frac{1}{4}$ τῆς δΑ· ἤχθωσαν γὰρ ἐκ τᾶ μέσε σημείε Θ τῆς ΒΔ πλευρᾶς αἱ ΘΑ, ΘδΓ· ϗκεῖν ἔσαι Θδ $= \frac{\Theta\Gamma}{3}$ (439)· ἄρα, ἐπεὶ ϗ Θδ : Θτ :: ΘΓ : ΘΑ (Συμβ. Λογ. 234. Τόμ. Α΄.), ϗ ἡ Θ γωνία, κοινὴ, τὰ Θδτ, ΘΓΑ τρίγωνα εἰσὶν ὅμοια (Γεωμ. 337. Τόμ. Β΄.)· ἐπεὶ ἓν ἡ τ γωνίᾳ, ἡ ὑπὸ τῆς τδ συνισαμένη, ἔσιν ἴση τῇ Α γωνίᾳ, ἡ εὐθεῖα τδ ἔσαι παράλληλος τῇ ΑΓ (Γεωμ. 137. Τόμ. Β΄.) ἄρα τὸ δτι τρίγωνον ὅμοιόν ἐσι τῷ ΙΑΓ (Γεωμ. 220. Τόμ. Β΄.)· ϗκεῖν ἐν τοῖς ὁμοίοις τριγώνοις Θδτ, ΘΓΑ ἔσι δτ : ΓΑ :: Θδ : ΘΓ· ἀλλὰ Θδ $= \frac{\Theta\Gamma}{3}$, ὡς ἤδη εἴδομεν· ἄρα δτ $=$

$\frac{ΓA}{3}$· ἐν δὲ τοῖς ὁμοίοις τριγώνοις δτι, ιΑΓ ἔσι δι : ιΑ :: δτ : ΓΑ· ἀλλ᾽ δι = $\frac{ιA}{3}$· ἄρα δι = $\frac{δA}{4}$. Ο. Ε. Δ.

456. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Εὑρεῖν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τῶν ἐκ περιαγωγῆς ἐπιφανείας ἀπογεννωμένων σερεῶν.

ΛΥΣΙΣ. Νοηθήτω πᾶν τοιῦτο σερεὸν (κ. 34) συγκείμενον ἐξ ἀπειροσῶν κ᾽ παραλλήλων σιβάδων· ἑκάσης δ᾽ν τέτων γενικὸς τῆς ἐπιφανείας ἐσὶ τύπος ὁ $\frac{πυ^2}{2η}$ (Α᾽πειρ. 293), κ᾽ ἑκάσης σιβάδος ὁ $δχ\frac{πυ^2}{2η}$· τῆς δὲ ῥοπῆς ἑκάσης τέτων ἀναφερομένης πρὸς ἐπίπεδον παράλληλον ταῖς σιβάσι, κ᾽ ἀπέχον τῆς κορυφῆς Α ἀποσήματι = β, ἔσι $\frac{πυ^2}{2η}(β-χ)δχ$· καλυμένης δ᾽ν Σ τῆς ὅλης σερεότητος τ῀ προκειμέν῀ σερε῀, τὸ τ῀ κέντρ῀ τῆς βαρύτητος ἀπὸ τ῀ εἰρημέν῀ παραλλήλ῀ ἐπιπέδ῀ ἀπόσημα δηλώσει ἐν

$$Ο\ \frac{\frac{πυ^2}{2η}(β-χ)δχ}{Σ}$$

γένει ὁ τύπος (425).

457. ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ Α΄. Κείσθω εὑρεῖν τὸ τῆς βαρίτητος κέντρον κών῀ κολέρ῀ ὀρθ῀ (κ. 38)· ἔσω μ ἡ ἀκτὶς ΒΔ τῆς μείζονος βάσεως, κ᾽ ν ἀκτὶς ΑΓ τῆς ἐλάσσονος· ἐὰν ἓν ἐπινοηθῇ ἡ ΑΞ παράλληλος τῷ ὕψει ΓΔ συναντῶσα κατὰ τὸ Ο τῇ ἀκτῖνι ΠΜ τῆς σιβάδος ΜΛΜ᾽ ἴσῃ ἐπὶ τ῀ ἐπιπέδ῀ τ῀ τραπεζί῀ ΑΓΔΒ, ἔσαι ΑΞ, ἡ ΓΔ : ΒΞ :: ΑΟ, ἡ ΓΠ : ΜΟ, τ᾽τ᾽ ἔσι, κλιθεισῶν τῆς

μὲν ΓΔ, η, τῆς δὲ ΓΠ, χ, τῆς δὲ ΠΜ, υ, η : μ — ν :: χ : υ — ν· ἄρα $\chi = \frac{\eta}{\mu - \nu} \cdot (\upsilon - \nu)$, καὶ $\delta\chi = \frac{\eta\delta\upsilon}{\mu - \nu}$ ἀλλ' ἔστιν ἐνταῦθα β = η· ἄρα $\beta - \chi = \eta - \frac{\eta}{\mu - \nu}(\upsilon - \nu) = \frac{\eta}{\mu - \nu}(\mu - \upsilon)$· ἄρα $O \cdot \frac{\pi\upsilon^2(\beta - \chi)\delta\chi}{2\eta} = \frac{\pi\eta^2}{2\eta(\mu - \nu)^2} \cdot O\upsilon^2(\mu - \upsilon)\delta\upsilon = \frac{\pi\eta^2}{2\eta(\mu - \nu)^2}\left(\frac{\mu\upsilon^3}{3} - \frac{\upsilon^4}{4}\right) + \Gamma = \frac{\pi\eta^2}{24\eta(\mu - \nu)^2}(4\mu\upsilon^3 - 3\upsilon^4) + \Gamma.$

Εἰς δὲ διορισμὸν τῆς ἀμεταβλήτου ποσότητος Γ, παρατηρῆμεν, ὅτι τὸ ὁλόκληρον, εἴτ' ὢν τὸ ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν, ἐξαδενεῖσθαι ὀφείλει πρὸς τῷ σημείῳ Γ, τοῦτ' ἔστιν, ὅταν ἡ υ = ν· ἔστιν ἄρα $\frac{\pi\eta^2}{24\eta(\mu - \nu)^2}(4\mu\nu^3 - 3\nu^4) + \Gamma = 0$ εἴτ' ὢν $\Gamma = \frac{-\pi\eta^2}{24\eta(\mu - \nu)^2}(4\mu\nu^3 - 3\nu^4)$· ἄρα τὸ τῶν ῥοπῶν ἄθροισμα, ἐκ τοῦ Γ μέχρι παντὸς σημείου τοῦ Π, ἔστι $\frac{\pi\upsilon^2}{24\eta(\mu - \nu)^2} \cdot (4\mu\upsilon^3 - 3\upsilon^4 - 4\mu\nu^3 + 3\nu^4)$, καὶ ἑπομένως ἐκ τοῦ Γ μέχρι τοῦ Δ, ἔστι $\frac{\pi\eta^2}{24\eta(\mu - \nu)^2}(4\mu^4 - 3\mu^4 - 4\mu\nu^3 + 3\nu^4)$, εἴτ' ὢν $\frac{\pi\eta^2}{24\eta(\mu - \nu)^2}(\mu^4 - 4\mu\nu^3 + 3\nu^4)$, εἴτ' ὢν $\frac{\pi\eta^2}{24\eta}(\mu^2 + 2\mu\nu + 3\nu^2)$· οὐδὲν ὢν ἄλλο λοιπὸν, ἢ διελεῖν ταύτην τὴν ποσότητα διὰ τῆς τοῦ κολούρου κώνου στερεότητος, ὅπερ ῥᾳδίως ἐκπεραίνεται.

458. ΥΠΟΔΕΓΜΑ Β΄. Κελῶ εὑρεῖν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος σφαιρικῆ τμήματος· τῆς τοίνυν διαμέτρου ὄσης α, ᾗ τῆς ἀποτετμημένης ΑΠ = χ (χ. 39), ᾗ τῆς τεταγμένης ΠΜ = υ, ἔσιν υυ = αχ — χχ· τοιγαρῆν τὸ ἄθροισμα τῶν κατὰ τὰς ϛοιχειώδεις ϛιβάδας τῆ τμήματος ΑΜΛΜ'Α ῥοπῶν, ἀναφερομένων πρὸς ἄξονα τὸν NN^{I}, ἔσαι $O \frac{\pi}{2\eta} (\beta - \chi)(\alpha\chi - \chi\chi)\delta\chi$· ἄρα, ὡς πρὸς τὸ κέντρον, ἧ β = ½ α, ἔσαι $\frac{\pi}{2\eta} O (\frac{1}{2}\alpha - \chi)(\alpha\chi - \chi\chi)\delta\chi = \frac{\pi}{2\eta} . O (\frac{1}{2}\alpha\alpha\chi - \frac{3}{2}\alpha\chi\chi + \chi^3)\delta\chi = \frac{\pi}{2\eta} (\frac{1}{4}\alpha\alpha\chi^2 - \frac{1}{2}\alpha\chi^3 + \frac{1}{4}\chi^4)$, ὅπερ ἀναχθῆναι δύναται εἰς $\frac{\pi}{8\eta} \chi^2 (\alpha - \chi)^2$· ἀλλαμὴν $\frac{\pi}{8\eta} \chi^2$ ἐμφαίνει ἐπιφάνειαν κύκλε, ἧ διάμετρος τὸ τῆ τμήματος ὕψος ΑΠ· ἄρα $K\Pi^2 \times$ κυκλ. ΑΠ ἔσιν ἡ ῥοπὴ τῆδε τῆ τμήματος, ἀναφερομένη πρὸς τὸ κέντρον Κ· ταύτης ἓν διαιρεμένης διὰ τῆς ϛερεότητος τῆ τμήματος, ἥτις εὐχερῶς πορίζεται (*), εὑρεθήσεται τὸ τῆ κέντρε τῆς βαρύτητος τῆ σφαιρικῆ τμήματος ἀπὸ τῆ Κ σφαιρικῆ κέντρε ἀπόϛημα.

459. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἄλις ἔχει τὰ εἰρημένα πρὸς διήρευσιν τῆ τῆς βαρύτητος κέντρε παντὸς ϛερεῆ· ἄλλως

(*) Εἴ ϛι γὰρ εὑρεῖν τὸν σφαιρικὸν τομέα κατὰ τὰ εἰρημένα (Γεωμ. 464. Τόμ. Β΄.), ὡσαύτως ᾗ τὸν κῶνον (Γεωμ. 459). ὅς, μέρος ὢν τῆ σφαιρικῆ τομέως, βάσιν ἔχει τὸν κύκλον τὸν ἀποπερατοῦντα τὸ σφαιρικὸν τμῆμα· ἐὰν οὖν ὁ Κῶνος τῆ τομέως ἀφαιρεθῇ, κατάλοιπον ἔσαι τὸ σφαιρικὸν τμῆμα.

τε, ἐπεὶ πᾶν σῶμα ἐννοηθῆναι ἔχει συγκείμενον ἐκ πολλῶν τριγωνικῶν πρισμάτων καὶ πυραμίδων, λαμβανομένων τῶν κέντρων τῆς βαρύτητος ἑκάστου πρίσματος, ἢ ἑκάστης πυραμίδος (457, 458), καὶ ἐπιζευγνυμένων εὐθείαις, εὑρεθήσεται τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τοῦ ὅλου σώματος.

460. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Εὑρεῖν μηχανικῶς τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος παντὸς σώματος ἀκανονίστου τοῦ Αδεη (κ. 17).

ΛΥΣΙΣ. ά. Προσηρτήσθω μίτῳ τῷ Βζ διά τινος τῶν αὐτοῦ σημείων δ, καὶ σημειωθήτω ἐπ' αὐτοῦ ἡ εὐθεῖα δζ ἐμφαίνουσα τὴν κάθετον, τὴν ἀπηωρημένην ἐκ τοῦ ἥλου Β· β'. προσηρτήσθω εἶτα τὸ αὐτὸ σῶμα τῷ αὐτῷ μίτῳ Βζ δι' ἄλλου τινὸς σημείου, ὃ μὴ εἴη ἀντίθετον τῷ προτέρῳ δ, διὰ τοῦ ε, καὶ σημειωθήτω αὖθις ἐπ' αὐτοῦ ἡ εὐθεῖα εη, ἡ ἐμφαίνουσα τὴν κάθετον· αὕτη δὴ διατεμεῖ τὴν προτέραν κατὰ τὸ Γ, ὃ ἔσαι τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος αὐτοῦ τοῦ σώματος (412).

461. ΟΡΙΣΜΟΣ. Βάσις παντὸς βαρέος καλεῖται τὸ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου μέρος, ᾧ ἀντισοιχεῖ ἡ τοῦ βαρέος ἐπιφάνεια, ἡ καθαπτομένη αὐτοῦ τοῦ ἐπιπέδου· οἷον ὁ ἄνθρωπος ἵσαται ἐπὶ τῶν ἑαυτοῦ ποδῶν· ὥκουν τὸ ὁριζόντιον διάσημα τὸ ὑπὸ τὰς πόδας, καὶ μεταξὺ τῶν ποδῶν αὐτοῦ κείμενον, καλεῖται βάσις τοῦ ἀνθρώπου.

462. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἐὰν μὲν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τῆς βάσεως ἐντὸς ᾖ, τὸ σῶμα ἵσαται, ἐὰν δ' ἐκτὸς, πίπτει.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐπεὶ ἡ βαρύτης πάντων τῶν μερῶν τοῦ σώματος συνηθροισμένη ἐστὶ ἐπὶ τοῦ τῆς βαρύτητος κέντρου (411)· ἐὰν μὲν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος ἐντὸς ᾖ τῆς βάσεως, βασάζεται πᾶσα ἡ βαρύτης τοῦ σώματος· καὶ ἐπεὶ βαρὺ ἅπαν πίπτει κινούμενον ὑπὸ μόνης τῆς βαρύτητος,

δῆλον, ὡς τὸ σῶμα ἀ πίπτει· τἀναντίον δὲ, ἐὰν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος ἐκτὸς ᾖ τῆς βάσεως, πᾶσα ἡ βαρύτης τᾶ σώματος ἀφεθήσεται· ᾗ τὸ σῶμα ἀναγκαίως καταπεσεῖται. Ο. Ε. Δ.

463. ΠΟΡΙΣΜΑ ΓΕΝΙΚΟΝ. Τὸ σῶμα οὐ μὴ πεσεῖται, ἕως ἡ εὐθεῖα τῆς εὐθύνσεως διήκῃ διὰ τῆς βάσεως· ἐὰν δ' ἐκτὸς τῆς βάσεως, πεσεῖται τὸ σῶμα· ᾗ γὰρ ἐκείνως μὲν, ἐπεὶ ἡ εὐθεῖα τῆς εὐθύνσεως ἐκ τᾶ κέντρα τῆς βαρύτητος ἐς τὸ τῆς γῆς νοεῖται διήκουσα, ᾗ δὲ αὐτῆς μόνης τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος κατελθεῖν ἐπείγεται, ἐὰν αὕτη διήκῃ διὰ τῆς βάσεως, τὸ κέντρον τηνικαῦτα τῆς βαρύτητος βασάζεται ὑπὸ τῆς βάσεως· ᾗ δὴ ἀ μὴ πεσεῖται τὸ σῶμα· ἕτω δὲ, τᾶ τῆς βαρύτητος κέντρα μὴ βασαζομένα ὑπὸ τῆς βάσεως, τὸ σῶμα ἀναγκαίως πεσεῖται.

464. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Κατανοεῖται ἐντεῦθεν, δι' ὅ,τι πύργοι ἐντῇ Ἰταλίᾳ, ὡς ἐν Πίσᾳ, ἀ καταπίπτουσι, καίτοι τῆς ἀπὸ τῆς κορυφῆς τᾶ πύργα τῷ ὁρίζοντι καθιεμένης πρὸς ὀρθὰς, ἀπεχούσης τᾶ πύργα πόδας πολλούς· τοῖς γὰρ οἰκοδομοῦσι τὰ τοιαῦτα πυργώματα ἐμέλησε βάρη τοῖς ἐναντίοις μέρεσιν ἐνθεῖναι ἱκανὰ, ὡς τὴν ἀπὸ τᾶ κέντρα τῆς βαρύτητος καθιεμένην πρὸς ὀρθὰς τῷ ὁρίζοντι ἐμπίπτειν αὐτῶν τῇ βάσει.

465. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄. Ὅσῳ μείζων ἡ βάσις τᾶ σώματος, τοσούτῳ δυσχερέστερον περιτραπῆναι τὸ σῶμα· ᾗ γὰρ εὐθεῖα τῆς εὐθύνσεως πολὺ διατρέξει διάστημα, ἔστ' ἂν ἐκτὸς γένηται τῆς βάσεως.

466. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ΄. Δῆλον ἄρα, δι' ὅ,τι τὸ ζωϊκὸν σῶμα νῦν μὲν πίπτει, νῦν δ' ἑδράζεται ἐπὶ τᾶς ἑαυτᾶ πόδας, κατὰ τὰς διαφόρας κινήσεις· ἐν γένει γὰρ τὸ

σῶμα τῶν ζώων ἵσαται ἑδραίως ἐπὶ τὰς ἑαυτῶ πόδας, ἕως ἡ εὐθεῖα τῆς εὐθύνσεως διήκη, ἢ δι' ἑνὸς, ἢ διὰ μέσω τῶν αὐτῶ ποδῶν· τἐναντίον δὲ, ὅταν πίπτη ἐκτὸς (463).

Οὐκῦν ά. ἅπαν ζῶον δίπου, ὁ ἄνθρωπος φέρε, ἀεὶ ἵσταται ὄρθιος, τῆς εὐθείας τῆς εὐθύνσεως ἔσης ἐντὸς τῶν ποδῶν αὐτῶ· ἐὰν δὲ τύχη νεῦσαν τὸ σῶμα αὐτῶ πρὸς δεξιὰν τυχὸν, ἐκτείνει πρὸς ἀριστερὰν τὴν χεῖρα, ἢ μέρος ἄλλο τῶ σώματος, τὰς πόδας τυχὸν, τὴν κεφαλὴν, ἵν' ἡ ἐκτραπεῖσα εὐθεῖα τῆς εὐθύνσεως ἐπανέλθη ἐπὶ τὴν προτέραν αὐτῆς θέσιν· διὰ ταῦτα οἱ χοινοβάται ῥαβδίον τι φέρυσι, κλίνοντες αὐτὸ πρὸς τἀναντία τοῖς, ἐφ' ἃ πεσεῖν κινδυνεύυσι· διὰ ταῦτα δὲ καὶ οἱ δρόμῳ θέοντες, ἐὰν οἱ πόδες αὐτῶν λίθῳ, ἢ ἑτέρῳ τοιύτῳ προσκόψωσιν, ἐπείπερ τὸ μὲν σῶμα αὐτῶν ἔτι τὸ ἐνδόσιμον ἔχει τῆς κινήσεως, ἵσανται δ' οἱ πόδες, τῆς εὐθείας τῆς εὐθύνσεως τῶν ποδῶν πρὸς τὰ ἔμπροσθεν ἐξιύσης, ἐπὶ κεφαλὴν πίπτυσι· πρὸς τὰ ὀπίσω δὲ ἀναγκαίως πεσοῦνται, ἐὰν πατήσωσιν ἐπὶ σώματος, ξύλυ φέρε, ἡρεμοῦντος μὲν τὸ πρῶτον, ἄφνω δὲ πρὸς τὰ ἔμπροσθεν κινηθέντος· τῶν γὰρ αὐτῶ ποδῶν ἐπερειωθέντων τῶ κινηθέντι ξύλῳ, καὶ εἰς τὰ ἔμπροσθεν χωρησάντων, τῶ λοιπῶ σώματος ἡρεμοῦντος, ἡ εὐθεῖα τῆς εὐθύνσεως ἐξελεύσεται τῆς βάσεως ὄπισθεν τῶν ποδῶν· καίτοι δυνατὸν τάχισα τὸν πόδα μεταγαγεῖν πρὸς τἀναντία τῆς νεύσεως, καὶ τὴν εὐθεῖαν τῆς εὐθύνσεως μετακομίσαι πάλιν ἐπὶ τὴν βάσιν· καὶ μὴ ὑποσῆναι τὴν πτῶσιν.

β'. Οἱ κεκυφότες, οἱ κατωμαδόν τι ἄχθος φέροντες, ἢ οἱ κεκλιμένον ἐπίπεδον ἀνιόντες, μέρος ἱκανὸν τῶ ἑαυ-

τῶν σώματος εἰς τὰ ἔμπροσθεν κλίνεσι, χωροῦντες ἀεὶ κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἧττον κεκαμπυλωμένοι.

γ΄. Ὅτε τὸ δίπουν αἴρει τὸν ἕτερον πόδα, ἐπεὶ ὅλη αὐτοῦ ἡ βάσις τηνικαῦτα ἐςὶ τὸ ὁριζόντιον διάςημα, ἐφ' ἅπτεται ἄτερος πούς, ἀνάγκη ὅλον τὸ σῶμα μετενεχθῆναι καὶ ἐπερειωθῆναι τῷ πατοῦντι ποδὶ, ὡς τὴν εὐθεῖαν τῆς εὐθύνσεως διήκειν δι' αὐτοῦ, βάσεως γενομένου· ἐπεὶ δὲ ἐν τῷ περιπατεῖν ἑκάτερον αἴρουσι τὸν πόδα ἀμοιβαδὸν, τούτου χάριν ἐκ δεξιῶν πρὸς ἀριςερὰ καὶ ἀνάπαλιν συνδοῦσι τὸ σῶμα· ἐὰν δὲ πλεῖςον ἀλλήλων ἀπέχωσιν οἱ τοῦ δίποδος πόδες, ὡς οἱ τῶν χηνῶν, καὶ νηςσῶν, ἡ ἀμοιβαία συνδόνησις μᾶλλον καταφαίνεται.

έ. Τὰ δὲ τετράποδα πορευόμενα κινοῦσι τοὺς πόδας κατὰ διάμετρον (*)· μετὰ γὰρ τὸν δεξιὸν τῶν ἔμπροσθεν, τὸν ἀριςερὸν τῶν ὄπισθεν κινοῦσιν· εἶτα τὸν ἀριςερὸν τῶν ἔμπροσθεν, μετὰ δὲ τοῦτο τὸν δεξιὸν τῶν ὄπισθεν· οὕτω γὰρ μέρος τοῦ σώματος αὐτῶν μεταφέρεται πρὸς τὸν ἔτι ἐπερειδόμενον τῇ γῇ πόδα, ἵνα τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τοῦ σώματος αὐτῶν μετενεχθῇ ἐπὶ τὴν διάμετρον τῶν

(*) Παντὸς τετράποδος, ἵππου, φέρε, ἐπὶ τοῖς τέσσαρσιν αὐτοῦ ποσὶν ἱσαμένου, ἡ ςάσις αὐτοῦ παραλληλόγραμμον ποιεῖ· γραμμὴ δὲ εὐθεῖα ἐπιζευγνῦσα τὸν δεξιὸν τῶν ἔμπροσθεν, καὶ τὸν ἀριςερὸν τῶν ὄπισθεν ποδῶν, ἢ καὶ τοὐναντίον, ἔσαι, ἧπου δῆλον, τοῦ παραλληλογράμμου διαγώνιος (Γεωμ. 237, 238. Τόμ. Β΄.)· ἔδει τοίνυν καὶ ἐνταῦθα, κατὰ διαγώνιον, ἀλλὰ μὴ κατὰ διάμετρον κινεῖσθαι τοὺς τετραπόδων ζώων πόδας ἐντῇ αὐτῶν βαδίσει φάναι· ἐπεὶ δ' Ἀριςοτέλης (περὶ ζώων πορ.) ἐχρήσατο τῇ φράσει, κατὰ διάμετρον, φάσκων, κινεῖ τὰ

ἔτι ἡρέμων δύω ποδῶν· ὅτως ἓν πορευομένῳ τῷ ζώῳ, τὸ μὲν ἔμπροσθεν αὐτῷ μέρος ἐκ δεξιῶν ἐπ' ἀριστερὰ τρέπεται, τὸ δ' ὄπισθεν ἐξ ἀριστερῶν ἐπὶ τὰ δεξιὰ, εἶτα τ' ἀναπάλιν, καὶ ἐξῆς ὡσαύτως.

τετράποδα τοὺς πόδας, ἐμιμησάμην καὶ αὐτὸς τὸν ἐκ Σταγείρων, κἂν εὐθὺς μὴ δοκοίη συνήθης τις οὖσα καὶ πρόσφορος ἡ ἔκφρασις.

ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.

Προλεγόμενα.

1. ΟΡΙΣΜΟΣ. Μηχανική ἐσιν ἐπισήμη τῶν νόμων, οἷς ὑπόκεινται αἱ ἐνέργειαι καὶ κινήσεις τῶν ἐν ταῖς μηχαναῖς σωμάτων.

2. α'. Διὰ τῆς ἐμαυτοῦ ἰσχύος ἆραι δύναμαι σῶμα, βάρος ἔλκον 100 λιτρῶν· ἕλκει δὲ τὸ Α (σχ. 40) βάρος 1000 λιτρῶν, καί μοι βέλησίς ἐσιν ἀνακινῆσαι αὐτὸ καὶ πρὸς τὰ ἄνω βασάσαι· μεταχειρίζομαι τοίνυν τὸν ΒΓ μοχλὸν, καὶ τὸ ἄκρον αὐτοῦ ὑποτιθεὶς τῷ Α, ἐπερείδω αὐτὸν τῷ ἐγγὺς τοῦ Α σημείῳ Δ· ἐκ δὲ τούτου ἀπάσῃ τῇ 100 λιτρῶν δυνάμει καταθλίβων τὸ ἄκρον Β, αἴρω τὸ Α, εἰ μόνον τὸ τοῦ μέσου σημεῖον Δ ἀπ' ἐμοῦ ἀπόσημα δεκαπλάσιον εἴη, καίτι πρὸς, τοῦ ΔΓ, καθ' ὃ ἀπέχει τοῦ Δ τὸ τοῦ Α μέσον σημεῖον· ὁ δὲ τούτου λόγος φανήσεται ὕσερον.

3. β'. Τὐναντίον δὲ τὴν σώματος σώματι ἐπίδρασιν ἐπὶ πολὺ βέλομαι διαρκεῖν· οἷον βαρὺ σῶμα περισρέφον τὸ κρέας περὶ τὸν ὀβελὸν, ἐπὶ πολὺν χρόνον τοῦτο ποιεῖν, μηδεμιᾶς δεόμενον ἀναβάσεως· μεταχειρίζομαι δ' ἂν βαρὺ σῶμα ἀσυγκρίτως μεῖζον τοῦ, ὃ ἂν ἐκίνει τὸ κρέας, λίθον φέρ' εἰπεῖν μέγαν, καὶ τοῦτον παρασκευάζω καταβαί-

νειν βραδύτατα, ἐπενεργοῦντα τῷ ὀβελῷ ἐμμέσως διὰ τοῦ πολυτροχίου, ὃ καλεῖται ὀβελοσρόφιον.

4. γ΄. Βούλομαι ἐλατῆρα ἀναπτυσσόμενον, ἢ βαρὺ σῶμα καταφερόμενον κινεῖν τὸν δείκτην, ὃς δείκνυσι τὰς ὥρας τῆς ἡμέρας, τὰς ἡμέρας τῶν μηνῶν, τοὺς μῆνας τοῦ ἐνιαυτοῦ, ἢ καὶ τοὺς ἐνιαυτοὺς τοῦ αἰῶνος· ἐφαρμόζω δὴ τὸν ἐλατῆρα ἢ τὸ βάρος τῷ πολυτροχίῳ, ὃ καλεῖται ὡρολόγιον ἢ ὡροσκόπιον, ἵν' ἀναπτυσσομένου τοῦ ἐλατῆρος, ἢ τοῦ βάρους κατιόντος βραδύτατα καὶ κανονικῶς, ἀποτελῆται τὸ σκοπούμενον.

5. δ΄. Βούλομαι ἀναγαγεῖν πολλὰ ἑξῆς βαρέα σώματα τὰ Γ (κ. 41.) ἕως τοῦ Α· χρῶμαι δὴ πρὸς τοῦτο τῇ ἁπλῇ τροχιλίᾳ Β.

6. ΠΟΡΙΣΜΑ. Η΄ ἄρα Μηχανικὴ οὐ ποιεῖ μόνον τὴν ζητουμένην κίνησιν δι' ἐλάττος ἰσχύος, καὶ ἐν βραχυτέρῳ χρόνῳ, ἢ ἀπῃτεῖτο ἄνευ τῶν μηχανῶν· ἢ, ἄλλως, οὐκ αὔξει τὴν ἐνέργειαν τῆς δυνάμεως, μείζονος κινήσεως γινομένη παραίτιος· τοῦτο γὰρ ἐν μόνῳ τῷ Α΄. ὑποδ. ἀληθεύει λεγόμενον· ἐν δὲ τοῖς ἑφεξῆς δυσὶ τοὐναντίον ἐπιβραδύνει τὴν κίνησιν τῆς δυνάμεως, ἐνισαμένη τῇ κινήσει· ἐπὶ δὲ τοῦ Δ, ὑποδείγ. οὐτ' αὔξει, οὐτ' ἐλαττοῖ τὴν ἐνέργειαν· ὃ γὰρ ἂν ἡ χεὶρ Ζ ἐνεργείᾳ, τοῦτο ἀποτελεῖ τὸ προσαρτώμενον βάρος, τῆς τριβῆς καὶ τοῦ βάρους τοῦ καλωδίου ἐξαιρουμένων κατ' ἐπινοίαν.

7. ΣΧΟΛΙΟΝ. Πῶς ἆρα ἡ Μηχανὴ αὔξει τὴν ἰσχὺν τῆς δυνάμεως; γίνεται γὰρ ἡ ἰσχὺς ἐκ τῆς ταχύτητος καὶ τῆς μάζης· ἡ δὲ μηχανὴ ἐπισικῶς οὐκ αὔξει τὴν μάζαν τῆς δυνάμεως· ἀλλὰ, πῶς ἐμποιήσει τῇ δυνάμει, ἣν οὐκ ἔχει ταχύτητα, ὕλη ἴσα ἀδρανὴς καὶ ἥρεμος; ἢ οὐκ ἔσαι τὸ ἀποτέλεσμα μεῖζον τῆς αἰτίας; ἐμοὶ γὰρ ἔσι δύναμις

αἴρειν λίτρας 100· αἴρω δὲ διὰ τοῦ μοχλοῦ, ᾧ ἐπ ἔστιν ὑδεμία ἰσχὺς, ὑδεμία ἀρχὴ κινήσεως, βάρος λιτρῶν 1000·

Α᾽λλὰ ταλιηθὲς φάναι ὐδέ ποτε ἡ μηχανὴ ὐδ᾽ αὔξει τὴν ἰσχὺν τῆς δυνάμεως· ὅτε μὴν, ἐξαιρεμένων τοῦ βάρους τῆς μηχανῆς, ᾧ τῆς τριβῆς, ἐλαττοῖ· ἀεὶ γὰρ τὸ ἀποτέλεσμα ἀνάλογον γίνεται τῇ αἰτίᾳ· τὰ δὲ προτεθέντα ὑποδείγματα διαλευκανοῦσι τὸ λεγόμενον (κ. 40).

Ε᾽λκέτω γὰρ πρῶτον τὸ Α λίτρας 100· ἕλκων ἓν ἐγὼ ἀμέσως εἰς τὰ ἄνω ἁπάσῃ τῇ ἐμαυτοῦ δυνάμει, ἥτις ἐσὶν 100, δύναμαι ἆραι αὐτὸ εἰς τὰ ἄνω πόδα ἕνα ἐν ἑνὶ λεπτῷ δευτέρῳ.

8. Ε᾽λκέτω εἶτα τὸ Α λίτρας 1000, ᾧ ἕσω ΒΔ = 10 ΔΓ· ἐπενεργῶν ἓν τῷ Β ἁπάσῃ τῇ ἐμαυτοῦ δυνάμει 100, κατάγω τὸ ἄκρον Β ἐν ἑνὶ λεπτῷ πόδα ἕνα, ὥσπερ πρῶτον ἑκατονταλίτρου ὑποτεθέντος τοῦ βάρους, πόδα ἕνα ἐν ἑνὶ λεπτῷ αὐτὸ ἀνύψωσα· ἀλλὰ γὰρ (Φυσ. 416) τοῦ ἄκρου Β πόδα ἕνα καταχθέντος, ἐπείπερ ἔσι ΒΔ = 10 ΔΓ, τὸ βάρος Α ἦρται ποδὸς $\frac{1}{10}$· ἐπάναγκες ἄρα ἐν λεπτοῖς δευτέροις 10 κατάγεσθαι τὸ Β πέρας, ἵν᾽ ἔχῃ τὸ Α πόδα ἀνάγεσθαι· α΄. ἄρα, ἵνα βάρος, ἑκατὸν ἕλκον λίτρας, τὸ Α πόδα ἕνα ἀρθῇ, δέκα ὠθήσεων χρεία, εἴτ᾽ ἓν ἐν ἑκάστῳ δευτέρῳ λεπτῷ καινῆς ὠθήσεως ἴσης τῇ, ἥπερ ἐχρησάμεθα διὰ χειρὸς ἀνέλκοντες ἐπὶ τὰ ἄνω ἀμέσως τὸ βάρος Α, ἑκατοντάλιτρον ὑποτεθέν· ἐὰν ἓν βάρος χιλιόλιτρον ἕτως ὑψοῦ ἀνάγωσιν ὠθήσεις δέκα, ὡς ὤθησις μία ἀνάγει βάρος ἑκατοντάλιτρον· ὐδὲν ἐντεῦθεν συμβαίνει καινὸν ὐδ᾽ ἀπεικός· ἀνάγκη γὰρ ἕτω γίνεσθαι, ἵνα τὸ ἀποτέλεσμα τῇ αἰτίᾳ κατ᾽ ἀναλογίαν ἕποιτο· β΄. δῆλον ἐντεῦθεν, ὅτι τὸ ἄκρον τοῦ μοχλοῦ ὐδόλως ἤυξησε, κυρίως εἰπεῖν, τὴν ἐμὴν ἰσχύν· ἔδει γὰρ ἐν λεπτοῖς δέ-

κα ἐπενεργῆσαι, ὃ ἐκ ἂν ἐγένετο ἐν ἑνὶ, διὰ τῶν ἐμῶν χειρῶν· διὰ δὲ τοῦ μοχλοῦ ᾗ μάλα· δ'. ἐντεῦθεν συνάγεται τὸ ἀξίωμα.

9. „Ἐν ταῖς μηχαναῖς, ὅπερ ἀπόλλυσιν ὁ χρό-„νος, τοῦτο τῇ ἰσχύϊ προσγίνεται". δεῖ γάρ μοι δευτέρων λεπτῶν δέκα, ἵνα πόδα βάρος χιλιόλιτρον ἄρω, δέον λεπτοῦ μόνου, ἵνα δίχα μοχλοῦ τῇ χειρὶ δηλονότι μόνῃ πρὸς ποδιαῖον ὕψος βάρος ἑκατοντάλιτρον ἄρω· ἐκ τῶν εἰρημένων καταδηλον γίνεται, ὅτι ἡ μηχανὴ ἔντε τῷ δευτέρῳ κἂν τῷ τρίτῳ τῶν προεκτεθέντων ὑποδειγμάτων οὐδόλως ἀπομειοῖ τὴν ἰσχὺν τῆς δυνάμεως· τὸ ὀβελοσρόφιον ἔσιν ἡ μόνη αἰτία τοῦ μὴ τὸ βαρὺ σῶμα, ᾧ χρώμεθα πρὸς κινήσεως ἐκτέλεσιν, ἐμποιεῖν τῷ ὀπτωμένῳ κρέατι πᾶσαν τὴν ἑαυτοῦ ἰσχὺν ἐν ἑνὶ λεπτῷ, ἀλλὰ μόνον φέρε τὸ τριακοσὸν μέρος τῆς ἐν ἑνὶ λεπτῷ ἐμποιηθείσης ἂν κινήσεως· διὸ πᾶσαν τὴν ἰσχὺν ταύτην ἐμποιῆσαι δυνήσεται ἐν λεπτοῖς τριάκοντα· ἀλλὰ τὸ ἄθροισμα τῶν κινήσεων, ἃς ἐνεργάσεται τῇ ἐνσάσει ἐπὶ λεπτῶν 30, ἰσωθήσεται ἀεὶ τῇ ὅλῃ κινήσει, ἣν ἂν αὐτῇ ἐμποιήσειεν ἐν ἑνὶ λεπτῷ, εἴπερ ἀμέσως ἐπενεργοίη τῇ ἐνσάσει, ἄρα α'. ἡ μηχανὴ ἥκισα τὴν ἰσχὺν τῆς δυνάμεως ἐλαττοῖ· β'. τὸ ἀποτέλεσμα γίνεται ἀνάλογον τῇ αἰτίᾳ· γ'. εἴπερ ἡ τῆς δυνάμεως ἰσχὺς ἠλαττοῦτο ἐφ' ἑκάστου χωρὶς λεπτοῦ, ἡ δύναμις τηνικαῦτα προσεκτᾶτό τι ἐκ τοῦ χρόνου, ᾧ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ἐπεὶ δὲ ἡ τῇ ἐνσάσει ἐμποιουμένη δύναμις ἐφ' ἑκάστου λεπτοῦ ἔσιν $\frac{1}{30}$ τῆς ἐμποιηθείσης ἂν ἐν ἑνὶ λεπτῷ κατὰ πᾶσαν τὴν ἑαυτῆς ἰσχὺν ἐπενεργησάσης, δύναται τὴν μηχανὴν κινῆσαι ἐν λεπτοῖς 30, ἀντὶ τοῦ κινεῖν αὐτὴν ἐν ἑνί· ἐντεῦθεν τὸ „μεγεθύ-„νεται ὁ χρόνος, ᾧ ἐλαττοῦται ἡ ἰσχύς".

10. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ε'κ πάντων τῶν ἤδη εἰρημένων καταφαίνεται, ὅ,τι ποτὲ νοεῖν χρὴ, ἀκόντας ὡς αὔξει, ἢ ἐλαττοῖ, τὴν τῆς δυνάμεως ἰσχὺν ἡ μηχανή.

Τῶν δὲ μηχανῶν, αἱ μὲν εἰσὶν ἁπλαῖ, αἱ δὲ σύνθετοι· καὶ τῶν μὲν ἁπλῶν εἴδη δύω· α'. ὁ μοχλὸς, ᾧ τινι προσανήκει καὶ ὁ τροχὸς, καὶ ὁ ἐντρόχιος ἄξων, καὶ ἡ τροχιλαία· β'. τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, ᾧ τινι προσανήκει ὅ,τε σφὴν, καὶ ὁ κοχλίας.

Αἱ δὲ σύνθετοι ἐκ δύω ἢ πλειόνων ἁπλῶν μηχανῶν συναπτομένων γίνονται, καὶ ἐπ' ἄπειρον ἔχουσι ποικίλλεσθαι· ἀλλ' ἐν ἁπάσαις ὁ τῶν ἰσχύων λογισμὸς θεωρίαν ἄλλην ἐκ ἀπαιτεῖ· τὸ γὰρ συνθέτου μηχανῆς ἀποτέλεσμα ὐδέν ἐστιν, ἀλλ' ἢ τὸ ἄθροισμα τῶν μερικωτέρων ἀποτελεσμάτων, ὅπερ ἂν ἀποτελέσειαν αἱ ἁπλαι, ἐξ ὧν ἡ σύνθετος· τὸ δὲ λεγόμενον ὀψόμεθα τηλαυγῶς ἐν τῷ περὶ Πολυτροχίων κεφαλαίῳ.

Ε'πινοήσομεν δὲ τὰς μηχανὰς, πρῶτον μὲν βάρος παντὸς, καὶ πάχος, ἀμοίρους, καὶ τριβῆς ἀνεπιδέκτους· ἐπεὶ μέντοι τοιαύτας εἶναι τῷ ὄντι ἀνένδεκτον, ἐξ ξύλων γινομένας, καὶ ἄλλης ὕλης, τὰς εἰρημένας ἰδιότητας μὴ ἔχειν ἥκιστα δυναμένης, ἀποδώσομεν ὕστερον κανόνας, καθ' οὓς ἂν ἔχοιμεν ἰδίᾳ ἑκάστην ὑπολογίζεσθαι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Περὶ Μοχλοῦ.

11. Μοχλός ἐστι ῥάβδος ἡ ΠΡ, ἄκαμπτος, ἀβαρὴς, καὶ πυκνότητος ἄμοιρος (κ. 42)· τὸ δὲ σημεῖον Α,

ἐφ' ᾧ ἐπισηρίζεται, καλεῖται ὑπομόχλιον· παντὶ δὲ μοχλῷ πέντε ταῦτα ἐνθεωρεῖται· ἡ δύναμις Π, ἡ ἀντίσασις Ρ, τὸ ὑπομόχλιον Α, καὶ τὰ ἀποσήματα ΠΑ, ΡΑ, καθ' ἃ ἥτε δύναμις καὶ ἡ ἀντίσασις ἀπέχουσι τοῦ ὑπομοχλίου.

12. Σημειωτέον μέντοι, ὅτι τὰ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἀντισάσεως (*) ἀπὸ τοῦ ὑπομοχλίου ἀποσήματα μετροῦνται ὑπὸ καθέτου ἀγομένης ἐκ τοῦ ὑπομοχλίου τῇ τῆς δυνάμεως, ἢ τῆς ἀντισάσεως φορᾷ· ἐν ἁπάσῃ δὲ μηχανῇ, ἐφ' ἧς ἡ τῆς δυνάμεως ἐνέργεια μεταδίδοται τῇ ἐνσάσει διὰ καλωδίων, πρὸς ὧν τῷ ἄκρῳ ἑνὸς ἡ δύναμις ἐφαρμόζεται, τῆς ἀντισάσεως θατέρῳ προσηρτημένης, οὐδὲν ὅλως ἐστὶ διάφορον, ἐπινοίᾳ τοῦ βάρους ἀφαιρουμένου τῶν καλωδίων, ὅσον ἂν εἴη ἑκατέρου τὸ μῆκος· ἔστω γὰρ τὸ καλώδιον ΔΖ (κ. 41), δι' οὗ ἡ Ζ δύναμις ἕλκει τὴν ἀντίσασιν Γ, >, ἢ < ΑΓ· οὐδὲν οὖν ἐκ τούτου παρέψεται τὸ διάφορον· τὸ γὰρ τῆς Ζ δυνάμεως ἀπὸ τοῦ ἐν τῇ ἁπλῇ τροχιλαίᾳ ὑπομοχλίου Β ἀπόσημα, ἔστιν ἀεὶ ἡ ἀπὸ τοῦ ὑπομοχλίου τῇ τῆς δυνάμεως φορᾷ ΔΖ πρὸς ὀρθὰς ἀγομένη ΒΔ· εἴγε πᾶσα ἡ τῆς δυνάμεως ἰσχὺς συνείλεκται κατὰ τὸ Δ πέρας τοῦ ΔΑ μοχλοῦ, εἴτ' ἐν τοῦ τῆς τροχιλαίας ἄξονος, ὅπερ ὑπομόχλιόν ἐστι τὸ Β.

13. Ὅταν μὲν τὸ ὑπομόχλιον Α (κ. 42, 43) με-

(*) Ἀντίσασιν, ἢ ἔνσασιν, ὀνομάζομεν ἐν γένει πᾶν σῶμα, ὃ ἡ μηχανὴ, ἤτοι ἀνασπᾶσαι, ἢ μετακινῆσαι, ἢ περιαγαγεῖν, διορίζεται, οἷον λίθος, ὕδωρ, φορτία, κτλ. δύναμιν δ' ἐν γένει τὴν κινοῦσαν τὴν μηχανὴν, ὅ,τι ποτ' ἂν ᾖ αὐτὴ, εἴτε ἔμψυχος, οἷον ἄνθρωπος, ἵππος, κτλ. εἴτε ἄψυχος, οἷον λίθος ἀντιταλαντευόμενος, ἄνεμος ἐμπνέων, ὕδωρ φερόμενον κτλ.

ταξὺ κέηται τῆς δυνάμεως Π ϗ τῆς ἀντισάσεως P, ὁ μοχλὸς καλεῖται πρωτογενής· ὅταν δὲ ἡ μεταξὺ τᾶ ὑπομοχλίᾳ A ϗ τῆς ἀντισάσεως P ἡ δύναμις Π (χ. 44), δευτερογενής· τριτογενὴς δὲ, ὅταν ἡ δύναμις Π (χ. 45) μεταξὺ κέηται τᾶ ὑπομοχλίᾳ A καὶ τῆς ἀντισάσεως P (*).

14. ΣΧΟΛΙΟΝ. Μάζαν ὀνομάζομεν ἐν τῇ Μηχανικῇ τὴν ἰσχὺν τῆς βαρύτητος, καθ' ἣν σῶμα ἕτερον σῶμα εἰς κίνησιν κατεπείγει· ἔστι γὰρ ἐπιεικῶς αὕτη τῇ μάζῃ ἀνάλογος (Φυσ. 163)· ὅταν ἓν ἐν μηχανῇ κατίῃ ἡ δύναμις π, ἵν' ἄρῃ τὴν ἀντίσασιν P (χ. 42, 43), τὴν μάζαν εὐθέως τυτὶ ποιεῖν ἐκλογιζόμεθα· ἀλλ' ὅταν ἡ δύναμις φορὰν ἄλλην, ἢ τὴν ἐκ τῆς βαρύτητος, φέρεσθαι ὀφείλῃ, ὥσπερ ἐν 45, ϗ 46 χήματι, ἔνθα δεῖ τὴν δύναμιν Π ἀνελθεῖν, ἵν' ἄρῃ ὑψᾶ τὴν ἀντίσασιν P, μάζαν τηνικαῦτα ἐκλῃπτέον ἰσχὺν ἰσαμένην τῇ, ἣν ἂν ἐνεργάσαιτο μάζα βάρος διωρισμένᾳ πρὸς κατέλευσιν· ἐκᾶν, ἐὰν

(*) Ἄλλοι δὲ τὸν μὲν ἡμῖν δευτερογενῆ κληθέντα μοχλὸν, ὁμόδρομον πρῶτον ὀνομάζᾳσι· τὸν δὲ τριτογενῆ, ὁμόδρομον δεύτερον· τὸν δ' ἡμέτερον πρωτογενῆ ὀνομάσαι ἠξίωσαν ἑτερόδρομον, ὅτι τῶν μὲν, φασὶν, ἥτε δύναμις ϗ ἡ ἀντίσασις ἐπὶ τὰ αὐτὰ φέρεται· ἀναστρωμένη γὰρ συναναστρᾶται ϗ κατασπωμένη συγκατασπᾶται τῇ δυνάμει ἡ ἀντίσασις· τᾶ δ' ἑτεροδρόμᾳ ἐναντίως ἡ δύναμις τῇ ἀντισάσει φέρεται· ἐκείνης γὰρ ἀναστρωμένης, αὕτη κατασπᾶται, ϗ τἐναντίον· ἐκ τᾶ αὐτᾶ ἦν, ϗ τᾶ ἑτέρᾳ τῶν δρόμων, ἀφωσίωται τοῖς μοχλοῖς τὰ ὀνόματα· ἡμεῖς δὲ ταῦτα ἀφέντες, τὸ πρωτογενὴς, δευτερογενὴς, τριτογενὴς, διὰ βραχυλογίαν, καὶ ἄλλως, ὡς ἐπισήσασι δῆλον, προσφυῶς ἔχοντα τοῖς πράγμασιν, ἀνθειλόμεθα.

εἴπωμεν, ὅτι ἐν τῷ δευτερογενεῖ μοχλῷ (κ. 44) ἡ μάζα τῆς δυνάμεως Π πρὸς τὴν τῆς ἀντισάσεως Ρ ἀντιπεπονθότως ἀνάλογον ἔχειν ὀφείλει πρὸς τὰ ἀπὸ τῆ ὑπομοχλίῳ ἑκατέρας αὐτῶν ἀποσήματα ΠΑ, ΡΑ, ἵνα γένηται ἰσορροπία, εἴπερ ἀνθρωπίνη εἴη χεὶρ φέρε, ἢ προσηρμοσμένη τῷ Π, ἐθέλοι τὴν δύω λιτρῶν ἀντίσασιν Ρ ἀνυψῶσαι, καὶ ἡ μὲν ἀντίσασις πόδα ἕνα τῆ ὑπομοχλίῳ ἀπέχοι, ἡ δὲ χεὶρ δύω· ἡ τῆς χειρὸς ἰσχὺς ἰσοδυναμεῖν ὀφείλει ἰσχύϊ βάρος λίτρας, ἵνα γένηται ἰσορροπία.

15. ΘΕΩΡΗΜΑ Α΄. Ὅταν αἱ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἀντισάσεως φοραὶ κάθετοι ὦσι τῷ μοχλῷ, ἔσαι ἀντιρροπία, α΄. ἐὰν, τῶν ἀπὸ τῆ ὑπομοχλίῳ ἑκατέρας αὐτῶν ἀποσημάτων ἰσαλλήλων ὄντων, καὶ αἱ μάζαι αὐτῶν ἰσάλληλοι ὦσι· β΄. ἐὰν τῶν ἀποσημάτων ὄντων ἀνίσων, αἱ αὐτῶν μάζαι ἐν ἀντιστρόφῳ λόγῳ ὦσι τῶν ἀπὸ τῆ ὑπομοχλίῳ ἀποσημάτων.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἡ μὲν γὰρ ἀντιρροπία ἠρεμία ὑπάρχει τῶν ἀντιθέτων καὶ ἴσων ἰσχύων (Φυσ. 410)· αἱ δὲ ἰσχῦς ἡ ποσότης ἐσὶ τῆς κινήσεως, εἴτ' ὦν τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆς μάζης καὶ τῆς ταχυτῆτος (Φυσ. 115), ἐντεῦθεν ἄρα ἐν οἱῳδήποτε μοχλῷ ἰσορροπία οὐκ ἔσαι, εἰμὴ τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆς μάζης καὶ τῆς ταχυτῆτος τῆς δυνάμεως ἰσῶτο τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῆς μάζης καὶ τῆς ταχυτῆτος τῆς ἀντισάσεως· ἀλλαμὴν ἐν τῷ πρωτογενεῖ μοχλῷ, ἰσυμένων τῶν ἀπὸ τῆ ὑπομοχλίῳ ἀποσημάτων ΑΠ, ΑΡ (κ. 42) τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἀντισάσεως, ἰσῦνται αἱ αὐτῶν ταχυτῆτες (Φυσ. 416)· ἄρα καὶ τὰς μάζας αὐτῶν ἐπάναγκες ἰσῦσθαι, ἵν' εἴη ἰσορροπία· ἀλλὰ τῶν ΑΠ, ΑΡ ἀποσημάτων ἀνίσων ὄντων (κ. 43), αἱ ταχύτητες αὐτῶν εἰσὶν ὡς τὰ ἀποσήματα· ἄρα τὰς μάζας ἐν ἀντιπεπονθότι λό-

γφ τῶν ἀποσημάτων ὑπάρχειν ἀνάγκη, ὡς ἂν γένηται ἰσορροπία.

Περὶ δὲ τῆ δευτερογενῆς ϗ τριτογενῆς τῶν μοχλῶν (χ. 44, 45) δέδεικται ὡσαύτως (Φυσ. 416), ὅτι δύω σωμάτων, ἅπερ ἐνταῦθά εἰσιν ἡ δύναμις ϗ ἡ ἀντίσασις, περισρεφομένων περί τι σημεῖον, ὡς περὶ κινήσεως κέντρον, ὅπερ νῦν ὑπάρχει τὸ ὑπομόχλιον, αἱ ταχύτητες εἰσὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῆ σημείῳ τέτῳ ἀποσήματα· ἵν' ἄρα γένηται ἰσορροπία, τὰς μάζας αὐτῶν ἐπάναγκες ἔχειν ἀντιπεπονθότως, ἢ ὡς τὰ ἀποσήματα. Ο. Ε Δ.

16. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Ὅσον πότ' ἂν εἴη ἄρα τὸ βάρος, μικροτάτη δύναμις, δραχμὴ φέρε, κινῆσαι δύναται, εἴπερ δοθείη ὑπομόχλιον τὸ Α, ϗ μοχλὸς ὁ ΠΡ ἐπιμήκης, ἐφ' ᾧ τὸ τῆς δραχμῆς ἀπὸ τῆ Α ἀπόσημα πρὸς τὸ τῆ βάρῳς βραχύτι μεῖζον εἴη, ἢ ὥσε ἔχειν ἀντιπεπονθότα λόγον τῆς μάζης Ρ πρὸς τὴν τῆς δραχμῆς. „Δός μοι „πᾶ σῶ, Ἀρχιμήδης ἔλεγε, ϗ τὸ πᾶν κινήσω."

17. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Ὁ πρωτογενὴς μοχλὸς, νῦν μὲν αὔξει τὴν ἰσχῦν τῆς δυνάμεως (7. κτλ.), νῦν δὲ σμικρύνει, ἄλλοτε δὲ ἑδέτερον τέτων δρᾷ· α΄. ὅταν μὲν γὰρ τὸ ὑπομόχλιον μεταξὺ κέηται τῆς δυνάμεως ϗ τῆς ἀντισάσεως (χ. 43), τὸ δ' ἀπόσημα ΑΠ ἧ > ΑΡ, ἡ δύναμις καταγράφει τόξον μεῖζον, ϗ ἑπομένως τάχιον φέρεται, ἢ ἡ ἀντίσασις, ϗ ἡ ἰσχὺς αὐτῆς αὔξεται· β΄. ὅταν δ' ἐπὶ τῆ αὐτῆ χήματος, ἡ μὲν Π ἧ ἐν τῷ χώρῳ τῆς Ρ, ἡ δὲ ἐν τῷ τῆς Π, ἡ ἰσχὺς τῆς δυνάμεως μειῆται· γ΄. τελευταῖον δὲ, τῆ ὑπομοχλίῳ κειμένῳ ἀκριβῶς κατὰ τὸ μέσον τῆς δυνάμεως Π ϗ τῆς ἀντισάσεως Ρ (χ. 42), ὁ μοχλὸς, ἧπερ δῆλον, ἤτε μεγαλύνει, ἤτε σμικρύνει τὴν ἰσχῦν τῆς δυνάμεως.

18. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄. Ε᾽ν τῷ δευτερογενεῖ μοχλῷ (χ. 44) ἡ δύναμις Π ἀναγκαίως ἀπέχει μᾶλλον τῆ ὑπομοχλίῳ Α, ἥπερ ἡ ἀντίσασις Ρ· καταγράφει ἄρα ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ τόξον μεῖζον τὸ ΠΟ, ἢ τὸ ὑπὸ τῆς ἀντισάσεως καταγραφόμενον Ρτ, ᾧ δὴ πλείω ταχυτῆτα ἔχει, ἥπερ ἡ ἀντίσασις· ᾧ ὁ δευτερογενὴς ἄρα μοχλὸς μεγαλύνει τὴν ἰσχὺν τῆς δυνάμεως.

19. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ΄. Ε᾽πείπερ τἐναντίον ἐν τῷ τριτογενεῖ μοχλῷ (χ. 45) ἀναγκαίως ἔσι ΠΑ < ΑΡ, ἡ ἰσχὺς τῆς δυνάμεως ἐλαττωθήσεται.

20. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε΄. Βαλομένοις ἄρα, ἔτε ἐλάττονα, ἔτε μεῖζονα, τὴν ἰσχὺν ἀπεργάσαθαι, ἀλλ᾽ ἀναιρίναι φέρ᾽ εἰπεῖν μόνον τὸ δυοῖν σωμάτων ἰσοβαρὲς, χρησέον ἐσὶ τῷ πρωτογενεῖ μοχλῷ (χ. 42)· εἰς δὲ τῆς ἰσχύος μὲν αὔξησιν, τῆ δὲ χρόνου ἐλάττωσιν (9), τῷτε πρωτογενεῖ, ᾧ τῷ δευτερογενεῖ (χ. 42, 43)· τελευταῖον δὲ τὴν μὲν αὔξησιν τῆ χρόνῳ, μείωσιν δὲ τῆς ἰσχύος (9) ὅ,τε πρωτογενὴς ᾧ ὁ τριτογενὴς μοχλὸς ἀπεργάσονται.

Ε᾽ν γένει δὲ διαφόρων γενῶν μοχλοὶ εἰς χρῆσιν ἥκυσι, καθ᾽ ἅπερ ἂν ἦ βαλομένοις ἀποτελέσαι· ὁ γὰρ ἐργάτης τῷ σιδηρῷ χρῆται μοχλῷ, ὥς τε πρωτογενεῖ, βάρος τι τὸ Α αἶραι βαλόμενος (χ. 40), καταβλίβων αὐτὸν ἐκ τῆ Β πέρατος, ᾧ ὡς δευτερογενεῖ, αἴρων ἐκ τῆ Β τὸν τῇ γῇ κατὰ τὸ Ε ἐπερειδόμενον μοχλὸν, ἵν᾽ ἐπὶ τῆ ἐρίζοντος κινήσῃ βάρος τι μέγα τὸ Α, ὅπερ ὠθεῖ διὰ τῆ κατὰ τὸν μοχλὸν σημείῳ δ.

21. ΠΟΡΙΣΜΑ ς΄. Α᾽λλὰ γὰρ τῆς δυνάμεως ᾧ ἀντισάσεως κατὰ κάθετον ἐπενεργεσῶν τῷ μοχλῷ, ὐδὲν μέντοι κωλύει τὸν μοχλὸν εὐθὺν ὑπάρχειν ἢ καμπύλον

ἢ γωνιώδη, συγκείμενον ἀμέλει ὑπὸ δυοῖν μοχλῶν, γωνίαν τυχοῦσαν περιεχουσῶν (κ. 46)· ἀεὶ γὰρ αἱ ἀκτῖνες ΒΑ, ΒΓ ἐμφανοῦσι τὰ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἀντισάσεως ἀπὸ τοῦ ὑπομοχλίου ἀποσήματα (12), καὶ δὴ τὰς αὐτῶν ταχυτῆτας· ἐὰν οὖν ἡ μὲν δύναμις Θ ἕλκῃ τὸ σῶμα Α κατὰ τὴν ΘΙ φορὰν, τὴν τῷ τοῦ γωνιώδους μοχλοῦ ΑΒΓ βραχίονι ΑΒ κάθετον, ἡ δὲ ζ ἕλκῃ τὸ Γ κατὰ τὴν Γζ φορὰν, τὴν ἑτέρῳ βραχίονι ΒΓ κάθετον, ἀντιῤῥοπία ἔσαι, ἐὰν ᾖ Θ : ζ :: ΒΓ : ΑΒ, ἢ καὶ ἐν ἀντιστρόφῳ λόγῳ, εἴτ' οὖν Θ : ζ :: ΑΒ : ΒΓ.

22. ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ'. Ζητεῖν τὸ πλείοσι σώμασι κοινὸν κέντρον τῆς βαρύτητος, ὐδέν ἐσιν ἄλλο, ἢ ζητεῖν ἐπὶ μοχλοῦ, ᾧ τὰ σώματα ταῦτα προσεφαρμόζονται, τὸ σημεῖον, περὶ ὃ ταῦτα ἐν ἰσορῥοπίᾳ καθίσαται. Ζητεῖν ἄρα τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος πλειόνων σωμάτων, ζητεῖν ἐσι τὸ ὑπομόχλιον, περὶ ὃ ἂν ταῦτα ἰσορῥοποῖεν· τοιγαροῦν ἁπάντων τούτων, εἴτ' οὖν τῆς μάζης τῆς δυνάμεως, τῆς μάζης τῆς ἀντισάσεως, τοῦ ἀπὸ τοῦ ὑπομοχλίου τῆς δυνάμεως ἀποσήματος, τοῦ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ τῆς ἀντισάσεως, καὶ ἑπομένως τοῦ ὑπομοχλίου αὐτοῦ τοῦ τῆς δυνάμεως ἀπὸ τῆς ἀντισάσεως ἀποσήματος, τούτων φημὶ τῶν τεσσάρων τριῶν δοθέντων, εὐπετῶς τὸ τέταρτον θηρεύεται· τούτῳ καὶ δὴ ἐφαψόμεθα διὰ τῶν ἐφεξῆς προβλημάτων κατὰ τὰ εἰρημένα (Φυσ. 411) περὶ τοῦ κέντρου τῆς βαρύτητος.

23. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α'. Δοθέντων ἐν τῷ πρωτογενεῖ μοχλῷ (κ. 42, 43) τριῶν ἐκ τούτων, τῆς μάζης τῆς δυνάμεως, τῆς κατὰ τὴν ἀντίσασιν, τοῦ ἑκατέρας αὐτῶν ἀπὸ τοῦ ὑπομοχλίου ἀποσήματος, εἴτ' ἓν τοῦ ἀπ' ἀλλήλων ἀποσήματος, εὑρεῖν τὸ τέταρτον.

ΛΥΣΙΣ. ά. Ε'ὰν ᾖ γνωσὸν τὸ ΠΡ, ὃ, τὰ αὐτὰ ὁ.

νόματα τοῖς τεθεῖσι (Φυσ. 422) τηρῶντες, καλῶμεν $\nu + 1$, γνωσὸς δὲ ἡ ϗ ὁ τῶν μαζῶν λόγος ν, μετρηθήτω ἐκ τῆς Π δυνάμεως ἐπὶ τῆ ΠΡ μοχλῆ μέρος τῆς ΠΡ, ὅπερ δηλωθήτω, διὰ μὲν $\frac{\nu}{\nu+1}$, εἴπερ εἴη ἡ δύναμις ἐλάττων τῆς ἀντισάσεως, διὰ δὲ $\frac{1}{\nu+1}$, εἴπερ μείζων· φημὶ δή, ὅτι τὸ πέρας Α, ἧ ἐφικνεῖται τὸ μέρος τό δε, ἀπὸ τῆ Π ἀρχόμενον, ἔσι τὸ ὑπομόχλιον, περὶ ὃ ἡ δύναμις Π ϗ ἡ ἀντίσασις Ρ ἐν ἰσορροπίᾳ καθίσανται· ἔσω ΠΡ = 15 ποσὶ, ϗ ἡ δύναμις = 10 λίτραις, ὡσαύτως δὲ ϗ ἡ ἀντίσασις· ᾗ ἂν ἔσαι $\frac{\nu}{\nu+1} = \frac{1}{2}$· τοιγαρῆν γενομένου $\Pi A = \frac{\Pi P}{2}$, ϗ Α, πέρας τῆ μέρους ΠΑ, ἔσαι τὸ ὑπομόχλιον· ἐὰν δὲ ἡ Π = 5 λίτραις, ϗ Ρ = 10 (κ. 43), γενέσθω $\Pi A = \frac{\nu}{\nu+1} = \frac{2}{3} = 10$ ποσὶ, ϗ, τἀναντίον, ἐὰν ἡ Π = 10 λίτραις, ϗ Ρ = 5 λίτραις.

β΄. Δοθέντων ΠΡ = 10, τῆς κατὰ τὴν δύναμιν μάζης Π = 10 λίτραις, ϗ τῆ ἀπὸ τῆ ὑπομοχλίου Α ἀποσήματος, ἡ μέθοδος τῶν τριῶν ΠΡ — ΠΑ (ΑΡ) : ΠΑ :: 10 : χ ἀποδώσει τὴν τῆς ἀντισάσεως μάζαν· ὡσαύτως δὲ ζητηθήσεται ἡ δύναμις Π, γινωσκομένων ΠΡ, ΠΑ, ϗ τῆς ἀντισάσεως 20.

γ΄. Δοθέντων τῆς κατὰ τὴν δύναμιν μάζης = 10 λίτραις φέρ' εἰπεῖν, καὶ τῆς κατὰ τὴν ἀντίσασιν = 15 λίτ., ϗ τῆ ἀπὸ τῆ ὑπομοχλίου ἀποσήματος = 9, εὑρεθήσεται, ὅπου δέοι θεῖναι τὴν ἀντίσασιν, ἐκ τῆς ἀναλογίας

15 : 10 :: 9 : χ = 6 = ΑΡ· ὡσαύτως δὲ ϑηρευθήσεται τὸ μῆκος ΠΑ, δοθέντων τῦ ΑΠ ἀποσήματος, καὶ τῶν μαζῶν Π, Ρ.

ΔΕΙΞΙΣ. Ε"σι γὰρ ἰσορροπία, ἤτοι ἰσαμένων τῶν μαζῶν, καὶ τῶν ἀπὸ τῦ ὑπομοχλίου ἀποσημάτων, ἢ τῶν μαζῶν ἐν ἀντισρόφῳ λόγῳ ἐσῶν τῶν ἀποσημάτων (15).

24. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β΄. Τριῶν δοθέντων ἐκ τῶν εἰρημένων (23), εὑρεῖν τὸ τέταρτον ἐν τῷ δευτερογενεῖ μοχλῷ.

ΛΥΣΙΣ. ά. Ε'ὰν γνωσὰ ὦσι τὸ ΠΑ μῆκος καὶ αἱ μάζαι Π, Ρ, ἐκ τῆς ἀναλογίας Ρ : Π :: ΠΑ : χ εὑρεθήσεται τὸ ἀπὸ τῦ ὑπομοχλίου ἀπόσημα τῆς ἀντισάσεως· ἐὰν γὰρ ἦ Π = 10 λίτραις καὶ Ρ = 30 λίτ. καὶ ΠΑ = 15 ποσὶ, ἔσαι 30 : 10 :: 15 : χ = 5, ἀπόσημα τῆς ἀντισάσεως ἀπὸ τῦ ὑπομοχλίου· ὡσαύτως δὲ πραχθήσεται, ἐὰν, δοθέντων τῶν μαζῶν Π, Ρ, καὶ τῦ ἀποσήματος ΑΡ, ζητῆται ὁ τόπος τῆς δυνάμεως, ἵνα γένηται ἀντιρροπία.

β΄. Γνωσῶν ὄντων τῶν ἀπὸ τῦ ὑπομοχλίου ἀποσημάτων ΠΑ, ΡΑ, καὶ τῆς ἑτέρας τῶν μαζῶν Π, εὑρεθήσεται ἡ μάζα Ρ ἐκ τῆς ἀναλογίας ΡΑ : ΠΑ :: Π : χ· ὡσαύτως πραχθήσεται, εἰ ζητεῖται ἡ μάζα Π.

γ΄. Ε'ὰν, γνωσῶν ὄντων τῆς μάζης Π = 5, καὶ τῆς Ρ = 15, καὶ τῦ ἀποσήματος ΠΡ = 8 ποσὶν, εὑρεῖν βαλλώμεθα τὸ ὑπομόχλιον Α, ὑποτεθείσθω πρῶτον ὡς γνωσὸν τὸ ΡΑ, καὶ γενέσθω ἡ ἀναλογία 5 : 15 :: ΡΑ : ΠΑ· ἄρα 15 — 5 : 5 :: ΠΑ — ΡΑ : ΡΑ· (Συμβ. Λογ. 245. Τόμ. Α΄.), εἶτ' ἦν 10 : 5 :: ΠΡ : ΡΑ· ἄρα $\text{ΡΑ} = \frac{\text{ΠΡ}}{2}$· γενομένυ τοίνυν ΡΑ = 4 ποσὶ, τεθείσθω τὸ ὑπομόχλιον πρὸς τῷ αὐτῆς πέρατι Α.

Η δὲ δεῖξις ἡ αὐτή ἐσι τῇ προτέρᾳ.

ΣΧΟΛΙΟΝ Α΄. Δῆλον, ὅτι τὸ προτεθὲν πρόβλημα ὡσαύτως ἐπιλυθήσεται ἐπί τε τῆ τριτογενῆς ϗ τῆ δευτερογενῆς μοχλῆ, ἀντικαθισᾶσι μόνον τὴν δύναμιν ἐν τῷ χώρῳ τῆς ἀντισάσεως.

ΣΧΟΛΙΟΝ Β΄. Ἐξῆς δ' ἀνασκοπήσομεν τὸ τῆ μοχλῆ βάρος.

25. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Γ΄. Ἐκ τῶν τεσσάρων τέτων, τῆ βάρες τῆ πρωτογενῆς μοχλῆ ΠΡ, τῆς πρὸς ἰσορροπίαν ἱκανέσης δυνάμεως ὡς πρὸς τὸ βάρος τῆ μοχλῆ, τῆς ἀντισάσεως, ϗ τῆ ὑπομοχλίε Δ, τῆ κοινῆ τῷ βάρει ϗ τῇ δυνάμει ϗ τῇ ἀντισάσει, τριῶν δοθέντων, εὑρεῖν τὸ τέταρτον. (κ. 47).

ΛΥΣΙΣ. Ἔ"σω Λ τὸ τῆ μοχλῆ ΠΡ βάρος, ἧ τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον ὑποτεθείσθω κατὰ τὸ Λ· ἀ. φημὶ τοίνυν· $\Delta P : \Delta \Lambda :: \Lambda : \chi = \frac{\Delta \Lambda \times \Lambda}{\Delta P}$· τῆτ' ἔσι „τὸ „μέρος τῆς ἀντισάσεως P, τὸ βασαχθῆναι δυνάμενον ὑπὸ „τῆ βάρες τῆ μοχλῆ, ἴσον ἐσὶ τῷ πηλίκῳ, τῷ προϊόντι ἐκ „τῆ γενομένε ὑπὸ τῆ ἀπὸ τῆ κέντρε τῆς βαρύτητος τῆ „μοχλῆ ἀποσήματος τῆ ὑπομοχλίε, ϗ τῆ βάρες τῆ μο„χλοῦ, διαιρεθέντος διὰ τοῦ τῆς ἀντισάσεως ἀποσήμα„τος ΔP."

β΄. Τῆ μέρες τῆς ἀντισάσεως P, τῆ βασαχθῆναι δυναμένε ὑπὸ τῆς κατὰ τὸ Π κειμένης δυνάμεως, ὄντος $P - \frac{\Delta \Lambda \times \Lambda}{\Delta P}$, φημὶ ἔτι, $\Pi\Delta : \Delta P :: P - \frac{\Delta \Lambda \times \Lambda}{\Delta P} : \chi =$

$\Delta P \times P - \frac{\Delta \Lambda \times \Lambda}{\Delta P}$ (ὅτι $\frac{\Delta \Lambda \times \Lambda}{\Delta P} \times \Delta P = \Delta \Lambda \times$

Λ)· ὁ δὲ τέταρτος ὅρος τῆς ἀναλογίας ταύτης δίδωσι τὴν κατὰ τὸ Π τεθησομένην δύναμιν, ἥτις βασάσει τὸ κατάλοιπον τῆς ἀντισάσεως Ρ, ἵνα, τηρεμένῳ τῷ κατὰ τὸν μοχλὸν βάρει Λ, γένηται ἀντιῤῥοπία περὶ τὸ ὑπομόχλιον Δ.

Ἔστω Ρ = 200 λίτραις, ᾗ Λ = 10, ᾗ ΔΡ = 1 ποδὶ, ᾗ ΔΛ = 4 ποσὶ, ᾗ ΠΔ = 10· ἡ μὲν οὖν πρώτη ἀναλογία δίδωσι 40 λίτρας μέρος τῆς ἀντισάσεως, ὃ βασαχθήσεται ὑπὸ τοῦ κατὰ τὸν μοχλὸν βάρους· λείπονται δὲ 160 λίτραι, αἳ βασαχθήσονται ὑπὸ τῆς κατὰ τὸ Π κειμένης δυνάμεως· ἡ δὲ δευτέρα ἀναλογία, 10 ποδ. : 1 ποδ. :: 160 : χ = 16 τὴν κατὰ τὸ Π τεθησομένην δύναμιν λίτρας ἔλκειν 10 παρακελεύεται.

26. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἀλογουμένου μὲν τοῦ κατὰ τὸν μοχλὸν βάρους, ἡ κατὰ τὸ Π τιθεμένη δύναμις ἔσαι = 20 λίτραις· εἴγε ἔσι 10 : 1 :: 200 : 20· τηρουμένου δὲ, ἔσαι = 16 λίτραις· ἐντεῦθεν ἄρα γίνεται δῆλον Α΄. Ὅσον ἂν εἴη ὁ μοχλὸς ἐπιμηκέσερος, τηρῶν ἅμα τὴν αὐτὴν βαρύτητα, τοσοῦτον ἡ Π δύναμις, ἡ ἀπαιτουμένη πρὸς τὸ βασάσαι τὸ κατάλοιπον τῆς ἀντισάσεως μέρος, ἔσαι ἐλάττων· τελευταῖον δὲ ἔσαι τι μῆκος ΠΔ τοῦ μοχλοῦ, ἐφ' ᾧ αὐτὸ μόνον τὸ τοῦ μοχλοῦ βάρος βασάσει πᾶσαν τὴν ἀντίσασιν Ρ, τῆς ἀπαιτουμένης δυνάμεως γινομένης τηνικαῦτα = 0· ἐὰν δὲ προαχθῇ ἔτι ὁ μοχλὸς πέραν τοῦ σημείου τοῦδε, τηνικαῦτα ἡ δύναμις ἔσαι λειπτική· τοῦτ' ἔσιν ἐπενεργήσει ἐναντίως, ἢ πρότερον· οἷον, εἰ πρότερον ἡ δύναμις Π πρὸς τὰ κάτω τὸν μοχλὸν ὤθει, ἵνα τὴν ὑπεροχὴν, ἣπερ ἡ ἀντίσασις τοῦ κατὰ τὸν μοχλὸν βάρους ὑπερέχει, βασάσειε· τἐναντίον ἤδη, τῷ μήκει τοῦ μοχλοῦ, ᾧ τὸ βάρος βασάζει τὴν ἀντίσασιν Ρ, ὠθισμοῦ δεῖ

πρὸς τὰ ἄνω, ἵνα βασαχθῇ ἡ ὑπεροχὴ, ἥπερ τὸ βάρος τοῦ μοχλοῦ ὑπερέχει τῆς ἀντισάσεως, ἵνα γένηται ἰσορροπία.

Β΄. Ε'ὰν ᾖ γνωστὴ ἡ δύναμις Π, ὑποτιθεμένου τοῦ καταλοίπου ὡς ἀνωτέρω, ᾧ ζητῆται τὸ βάρος τῆς ἀντισάσεως Ρ, ἡ ἀναλογία ΔΡ : ΔΛ :: Λ : χ ἀποδώσει πρῶτον, ὡς ᾧ πρότερον, τὸ μέρος τῆς ἀντισάσεως Ρ, ὅπερ ἂν βασαχθείη ὑπὸ τοῦ κατὰ τὸν μοχλὸν βάρους· γενέσθω εἶτα ἡ ἐφεξῆς μέθοδος ΔΡ : ΔΠ :: Π : χ· ὅθεν πρόεισι τὸ μέρος τῆς ἀντισάσεως, ὅπερ βασάσαι δύναται ἡ δεδομένη δύναμις Π· τὸ δὲ ἄθροισμα τῶν δύω τούτων μερῶν ἔσαι τὸ ζητούμενον βάρος τῆς ἀντισάτεως· παραληφθέντων γὰρ τῶν αὐτῶν τοῖς πρότερον ἀριθμῶν, ἔσαι πρῶτον 1 πῆς : 4 ποδ. :: 10 : χ = 40 λίτραις· ἐξῆς δέ, 1 πῆς : 10 ποδ. :: 16 : χ = 160 λίτραις· τὸ δὲ ἄθροισμα ἔσαι = 200.

Γ΄. Α'λλ' ἐὰν, γνωστῶν ὄντων τῆς δυνάμεως ᾧ τῆς ἀντισάσεως, βουλώμεθα εὑρεῖν τὸ ὑπομόχλιον, περὶ ὃ ἡ δύναμις ᾧ ἡ ἀντίσασις ᾧ τὸ βάρος τοῦ μοχλοῦ εἶεν ἐν ἰσορροπίᾳ, ἀ. ζητηθήτω τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τ, τὸ κοινὸν τῶτε Λ βάρει τοῦ μοχλοῦ ᾧ τῇ δυνάμει Π· β΄. ἀφαιρεθήτω τὸ ΠΤ τοῦ ΠΔ· γ΄. ἐκληφθέντος τοῦ κατὰ τὸν μοχλὸν βάρους ᾧ τῆς δυνάμεως Π ὡς συνειλεγμένων κατὰ τὸ κοινὸν ἀμφοῖν τῆς βαρύτητος κέντρον τ, ᾧ γνωστοῦ ὑποτεθέντος τοῦ ὑπομοχλίου Δ, γενέσθω ἡ μέθοδος τῶν τριῶν τΔ : ΔΡ :: Ρ : Π + Λ· ἄρα τΔ + ΔΡ : ΔΡ :: Ρ + Π + Λ : Π + Λ (Συμβ. Λογ. 244).

Τοιγαροῦν ἔσω τὸ τοῦ μοχλοῦ μῆκος ΠΡ = 24 ποσίν, ὅθεν ΠΛ = 12 ποσί· ᾧ τὸ τοῦ μοχλοῦ βάρος ἔσω = 10 λίτραις· ὅθεν ΠΛ = 5 λίτραις.

Ὑποτεθείσθω ἡ δύναμις Π = 30 λίτραις, καὶ ἡ ἀντίσασις P = 280· εἰς ἣν εὕρεσιν τῆ ὑπομοχλίῳ Δ, ζητηθήτω τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον τ, τὸ κοινὸν τῆτε δυνάμει καὶ τῷ τῆ μοχλῆ βάρει, λαμβάνεσι Λτ = $\frac{3ΠΛ}{4}$ (Φυσικ. 422), εἶγε τηνικαῦτα $\frac{ν}{ν+1} = \frac{3}{4}$ = 9 ποσίν· ἐκεῖν τP = 21 ποσίν· ἡ δὲ ὅλη δύναμις, ἡ συνειλεγμένη κατὰ τὸ τ, ἔσιν = 40 λίτραις· τῆς δὲ ἀντισάσεως ἴσης = 280 λίτραις, περιΐσαται εὑρεῖν τὸ ὑπομόχλιον Δ μεταξὺ τῆς δυνάμεως τ = 40 λίτραις, καὶ ἀντισάσεως τῆς P = 280 λίτραις· ἐπεὶ τοίνυν $\frac{280}{40} = 7$, $\frac{ν}{ν+1} = \frac{7}{8}$, καὶ $\frac{1}{ν+1} = \frac{1}{8}$· τεθήσεται ἄρα τὸ ὑπομόχλιον Δ ἐν τῷ σημείῳ Δ, ἀπέχοντι τῆς ἀντισάσεως P κατὰ τὸ ΔP = $\frac{1}{8}$ τῆς τP, εἴτ' ἴσην $2\frac{5}{8}$ πόδας.

27. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Δ'. Ἐκ τῶν ἀνωτέρωθι εἰρημένων τεσσάρων τριῶν δοθέντων ἐν τῷ δευτερογενεῖ μοχλῷ, εὑρεῖν τὸ τέταρτον, ὑποτιθεμένης τῆς κατὰ τὴν δύναμιν φορᾶς παραλλήλε τῇ τῆ κατὰ τὸν μοχλὸν βάρες.

ΛΥΣΙΣ Α'. Εἰς εὕρεσιν τῆς ἴσης δυνάμεως, ἥτις, τιθεμένη κατὰ τὸ Π (κ. 48), βασάσαι ἂν ἔχοι τό, τε τῆ μοχλῆ βάρος καὶ τὴν ἀντίσασιν P, ζητηθήτω ἰδίᾳ ἡ τὴν ἀντίσασιν βασάζουσα δύναμις, εἶτα ἡ τὸ βάρος, διὰ τῶν ἀναλογιῶν ΠΔ : PΔ :: P : χ = $\frac{PΔ \times P}{ΠΔ}$, καὶ ΠΔ :

$\Lambda\Delta :: \Lambda : \chi = \frac{\Lambda\Delta \times \Lambda}{\Pi\Delta}$· τελευταῖον δὲ συνήφθωσαν αἱ δύω αὗται ποσότητες.

Ἔστω ΠΔ = 20 ποσὶν· ὅθεν ΛΔ = 10 ποσὶ, καὶ ΔΡ = 1 ποδί· Ρ = 500 λίτραις· Λ = 10 λίτραις· τοιγαροῦν ά. 20 : 1 :: 500 : χ = 25 λίτραις· β΄. 20 : 10 :: 10 : χ = 5· ἵνα τοίνυν ἡ δύναμις βασάσαι δυνηθῇ, ά. τὴν 500 λιτρῶν ἀντίσασιν Ρ· β΄. τὸ 10 λιτ. βάρος τοῦ μοχλοῦ, καὶ ἰσορροπία γένηται, τὴν ἰσχὺν αὐτῆς ἐπάναγκες εἶναι = 30 λίτραις

Β΄. Γνωσῆς ὅσης τῆς δυνάμεως, εἰς εὕρεσιν τῆς ἀντισάσεως ζητηθήτω ά. ὅ,τι δήποτε μέρος τῆς δυνάμεως κατήργηται, ἵν' ἀνάσχῃ τὸ τοῦ μοχλοῦ βάρος· β΄. τούτου δὲ ἀφαιρεθέντος τῆς δυνάμεως, ζητηθήτω, ἥτις ἐστὶν ἡ ἀντίσασις, ἡ τὸ κατάλοιπον τόδε δυναμένη βασάσαι.

Ἁπάντων δὲ ὑποτεθέντων ὡς ἐν τῷ προτέρῳ ὑποδείγματι, εὑρίσκεται ά., ὅτι τῆς 30 λιτρῶν δυνάμεως ἀφελεῖν δεῖ λίτρας 5, αἵτινες βασάσουσι τὸ τοῦ μοχλοῦ βάρος· β΄. ὑπὲρ τῶν καταλειπομένων 25 λιτρῶν τῆς δυνάμεως γενέσθω ἡ μέθοδος τῶν τριῶν ΔΡ : ΠΔ :: 25 : χ = 500 λίτραις, ἃς ἔλκει ἡ ἀντίσασις.

Γ΄. Δοθεισῶν τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἀντισάσεως, εἰς εὕρεσιν τοῦ ὑπομοχλίου, ά. ζητηθήτω τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον, τὸ κοινὸν τῷτε τοῦ μοχλοῦ βάρει Λ καὶ τῇ ἀντισάσει Ρ, ὥσπερ καὶ ἀνωτέρωπου (26. Β) β΄. ζητηθήτω τὸ ὑπομόχλιον, ὡς εἴπερ μία μόνη εἴη ἀντίσασις (24).

28. ΣΧΟΛΙΟΝ Α΄. Δυνατὸν ὡσαύτως ὑπολογίσασθαι τὰ εἰρημένα ταῦτα τέσσαρα κἀπὶ τοῦ τριτογενοῦς μοχλοῦ, ἀντικαθισᾶσι τὴν δύναμιν ἐν τῷ τῆς ἐνσάσεως χώρῳ, καὶ τ' ἀνάπαλιν.

29. ΣΧΟΛΙΟΝ Β΄. Διακριτέον δὲ ἐν τῷ ὑπολογισμῷ τὰς τῦ δευτερογενῦς μοχλῦ χρήσεις· ἤτοι γὰρ αἴρομεν δι' αὐτῦ βάρος τὸ P, ἀναστπῶντες, ἢ συνθλίβομεν σῶμα τὸ τ, καταστπῶντες αὐτόν· κἀκείνως μὲν τὸ τῦ μοχλῦ βάρος τῇ δυνάμει ἀντίκειται· ὕτω δὲ συνεφάπτεται αὐτῆς, μέρος ταύτης ἀποκαθισάμενον.

30. ΣΧΟΛΙΟΝ Γ΄. Ὅταν δευτερογενεῖ μοχλῷ χρώμεθα πρὸς ἄρσιν βάρυς τῦ P, πρῶτον μὲν ὁ μοχλὸς βοηθεῖ τῇ δυνάμει· ἔσι γάρτι τῦ μοχλῦ μῆκος, ᾧ ἂν χρησαίμεθα πρὸς τὸ ἰσορῥοπίαν ποιῆσαι, ὡς οἷόντε ἐλαχίσην ἰσχὺν τιθέμενοι· ἐξῆς δὲ, τῦ μοχλῦ μηκυνομένυ, ἀεὶ πλείονος ἰσχύος δεησόμεθα διὰ τὸ τῦ μοχλῦ βάρος· ἀεὶ γὰρ πλείων ἰσχὺς ἀπόλλυται διὰ τὸ τῦ μοχλῦ μῆκος, ἀντὶ τῦ προσαυξηθῆναι· καταφανὲς ἓν ἐντεῦθεν ὡς εἴπερ ὁ δευτερογενὴς μοχλὸς ληφθείη πρὸς σωμάτων βαρέων ἄρσιν, τοσύτῳ μᾶλλον βοηθεῖ τῇ δυνάμει, ὅσῳπερ ἐπιμηκέσερος γίνεται, ἀφαιρυμένυ κατ' ἐπίνοιαν τῦ κατ' αὐτὸν βάρυς, ταὐτὸν μέντοι ἥκισα κρατεῖ, προσεπιλογιζομένυ.

31. ΣΧΟΛΙΟΝ Δ΄. Αἰείποτε μὲν ὑπεθέμεθα τῷ μοχλῷ καθέτυς τὰς φορὰς τῆς δυνάμεως ᾗ τῆς ἀντισάσεως· ὁ αὐτὸς δὲ γενήσεται λογισμὸς, κἂν ὦσι πλάγιαι αὐτῷ, κληθέντων ἀποσημάτων τῆς δυνάμεως ἢ ᾗ τῆς ἀντισάσεως ἀπὸ τῦ ὑπομοχλίυ τῶν καθέτων, αἵπερ ἄγονται ἀπὸ τῦ ὑπομοχλίυ ἐπὶ τὰς φορὰς τῆς τε δυνάμεως ᾗ τῆς ἀντισάσεως, ὥσπερ αὐτίκα φανήσεται.

32. ΘΕΩΡΗΜΑ Β΄. Ε'ὰν αἱ φορὰι ΠΟ, ΔΡ (χ. 49) τῆς δυνάμεως Π ᾗ τῆς ἀντισάσεως P πλάγιαι ὦσι τῷ μοχλῷ ΟΔ, ἡ δύναμις ᾗ ἡ ἀντίσασις ἔσονται ἐν ἰσορῥοπίᾳ, ὅταν αἱ αὐτῶν μάζαι ἐν ἀντιστρόφῳ λόγῳ ὦ-

σι τῶν καθέτων νΕ, τΕ, τῶν ἀγομένων ἀπὸ τῆ ὑπομοχλίῳ Ε ἐπὶ τὰς ἑαυτῶν φορὰς ΠΟΑ, ΡΔΑ προαχθείσας.

ΔΕΙΞΙΣ. ά. Ἐσάωθω ἡ ΟΒ ληφθεῖσα = ΕΔ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΟΔ, καὶ ἡ ΔΞ ὁμοίως γενομένη = ΟΕ· καὶ ἤχθωσαν παράλληλοι τῇ ΟΔ αἱ ΠΒ, ΞΡ· καὶ ἠγέρθωσαν ταῖς φοραῖς κάθετοι αἱ νΕ, Ετ, ὡς αἰτεῖ τὸ θεώρημα.

β΄. Τὰ τρίγωνα ΠΒΟ, νΟΕ εἰσὶν ὅμοια· παρὰ γὰρ τὰς ὀρθὰς γωνίας ν, Β ἔσι Π = νΟΕ, διὰ τὰς παραλλήλους ΟΔ, ΠΒ· διὰ δὲ τὸν αὐτὸν λόγον καὶ τὰ τρίγωνα ΔΞΡ, ΔΕτ εἰσὶν ὅμοια.

γ΄. Τῆς ΠΟ φορᾶς πλαγίως ἐφισαμένης τῷ μοχλῷ ΟΔ, ἡ ἰσχὺς αὐτῆς ΠΟ ἀναλύεται εἴς τε τὴν κάθετον ΟΒ, καὶ εἰς τὴν παράλληλον ΠΒ· σαφὲς δ᾽ ἂν, ὅτι κατὰ μόνην τὴν κάθετον ΟΒ ἐπενεργεῖ τῷ μοχλῷ, ἡ δὲ ΠΒ ἀδεμίαν ἐμποιεῖ ἐνέργειαν· μονίμου γὰρ ὄντος τοῦ κατὰ τὸν μοχλὸν σημείου Ε, ἀδόλως ὁ μοχλὸς πειθαρχήσει τῇ φορᾷ ΠΒ· τοιγαροῦν, ἐπεὶ τὰ τρίγωνα ΠΟΒ, νΟΕ εἰσὶν ὅμοια, ἡ ΟΒ ὁμόλογός ἐσι τῇ νΕ.

Ὡσαύτως ἡ ἀντίσασις Ρ κατὰ μόνην τὴν ΔΞ ἐπενεργεῖ τῷ μοχλῷ, ἡ δὲ ΞΡ διατελεῖ ἀνενέργητος· ἔσι τοίνυν, διὰ τὰ ὅμοια τρίγωνα ΔΞΡ, ΔΕτ, ἡ ΔΕ ὁμόλογος τῇ Ετ, ἴσων τῶν μαζῶν ὑποτιθεμένων.

Τοιγαροῦν ἡ τῆς Π δυνάμεως πρὸς τὸν ΟΔ μοχλὸν ἐνέργεια, καὶ ἑπομένως ἡ αὐτῆς κατὰ τῆς ἀντισάσεως δράσις, ἔσι πρὸς τὴν τῆς ἀντισάσεως κατὰ τοῦ μοχλοῦ, καὶ δὴ καὶ κατὰ τῆς δυνάμεως, ἀντίδρασιν, ὡς ἡ ἐπὶ τοῦ ὑπομοχλίου ἐπὶ τὴν φορὰν τῆς δυνάμεως ἀγομένη κάθετος νΕ πρὸς τὴν ἐπὶ τοῦ ὑπομοχλίου ἐπὶ τὴν τῆς ἀντισάσεως φορὰν ἀγομένην κάθετον Ετ· ἐπεὶ ἄρα ἡ τῆς ἀντισάσεως Ρ κατὰ τῆς δυνάμεως Π δράσις μείζων ἐσὶν, ἤπερ ἡ τῆς δυνά-

μεως κατὰ τῆς ἀντισάσεως ἐν τῷ λόγῳ Ετ: Εν, ἵνα γένηται ἀντιῤῥοπία, ἐπάναγκες τὴν τῆς δυνάμεως μάζαν ὑπερέχειν τῆς κατὰ τὴν ἀντίσασιν ἐν τῷ λόγῳ Ετ: Εν, τοῦτ' ἔστιν ὑπάρχειν ἐν ἀντιῤῥόφῳ λόγῳ τῶν ἀπὸ τοῦ ὑπομοχλίου ταῖς φοραῖς τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἀντισάσεως πρὸς ὀρθὰς ἀγομένων. Ο. Ε. Δ.

33. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ε'ὰν ἡ ὑπὸ χΟΠ γωνία ἀπειροστὴ ᾖ, ἢ, ὃ ταὐτὸν, ἐὰν ἡ δύναμις Π ἕλκῃ τὸν μοχλὸν διὰ τοῦ καλῳδίου ΠΟ κατὰ τὴν Οχ φορὰν τοῦ μοχλοῦ, ἡ δύναμις ἐξυθενωθήσεται ὑπὸ τῆς ἀντισάσεως τοῦ μονίμου σημείου Ε· ἡ δὲ κάθετος, ἡ ἀπὸ τοῦ ὑπομοχλίου ἐπὶ τὴν αὐτῆς φορὰν ἀγομένη, ἔσαι ο· ἀλλ' ὅσον ἡ ὑπὸ χΟΠ γωνία αὔξῃ, ἔστ' ἂν γένηται = χΟΒ = 90°, ἔλαττον ἀπόλλυσιν ἀεὶ ἡ δύναμις· τῆς γωνίας ἄρα χΟΠ γενομένης = 90°, ἡ δύναμις οὐδὲν ὅλως ἀπολέσει, τῆς καθέτου νΕ γινομένης τηνικαῦτα ΟΕ, εἴτ' ἂν μεγίστης τῶν ἀχθῆναι δυναμένων ἐπὶ τῆς διὰ τοῦ Ο διηκούσης φορᾶς· ἐὰν ἄρα ἡ δύναμις Π, τοῦ καλῳδίου ΠΟ περιενεχθέντος περὶ τὸ Ο ἐκ τοῦ χ μέχρι τοῦ Β, προσάγηται πρὸς τὰ ἐπὶ τὸ Δ, ἡ κάθετος νΕ, γενομένη ΟΕ ἐπὶ τῆς ΟΒ θέσεως τοῦ καλῳδίου, μειωθήσεται ἕως γε τὸ Δ, καθ' ὃν λόγον ἤυξηται ἐκ τοῦ χ μέχρι τοῦ Β, παρ' ὅσον ἐκείνως μὲν ἦγετο ἐπὶ τὴν φορὰν τοῦ καλῳδίου ὕπερθεν τοῦ μοχλοῦ προαγομένην, ὕτω δὲ ἄγεται ἔνερθεν τοῦ ΟΔ μοχλοῦ, ὥσπερ ἡ Ευ· τελευταῖον δὲ, ἡνίκ' ἂν γένηται ἐπὶ τοῦ Δ ἡ δύναμις, τῆς καθέτου πάλιν ἐξυδενωμένης, ἡ δράσις τῆς δυνάμεως αὖθις ἐξαφανίζεται.

34. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ε'ν γένει δὲ ἡ τῆς δυνάμεως κατὰ τῆς ἀντισάσεως ἀληθὴς ἐπίδρασις, ἣν ἐπιδρᾷ τῷ μοχλῷ πλαγίως, ἔστι πρὸς τὴν ὅλην αὐτῆς δράσιν, ὥσπερ

τὸ ἡμίτονον τῆς τῦ πλαγιασμῦ γωνίας πρὸς τὸ ὅλον ἡμίτονον· ἔσι γὰρ ἡ νΕ ἡμίτονον (Γεωμ. 482. Τόμ. Γ΄.) τῆς ὀξείας γωνίας νΟΕ, = χΟΠ, ϗ ἑπομένως τῆς ἀμβλείας γωνίας ΕΟΠ (Γεωμ. 491), ϗ ἡ ΟΕ ἡμίτονον τῆς ὀρθῆς γωνίας ΕνΟ = χΟΒ· ἀλλαμὴν νΕ μὲν ἐμφαίνει τὴν πραγματικὴν τῆς δυνάμεως κατὰ τῆς ἀντιςάσεως δράσιν, τελυμένην κατὰ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν νΟΕ, ἢ τὴν ἀμβλεῖαν ΕΟΠ (32 ἐν τῇ δείξει)· ΟΕ δὲ τὴν ὅλην ἰσχῦν τῆς δυνάμεως ἐπιδρώσης κατὰ κάθετον, ἢ κατὰ τὴν ὀρθὴν γωνίαν χΟΒ = ΟνΕ· ἄρα κτλ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Περὶ τῶν χρησιμωτέρων μοχλῶν.

35. Χρῶνται δ' ἐν ταῖς ἐργασίαις αὐτῶν οἱ ἄνθρωποι Α΄. τῷ σιδηρῷ μοχλῷ πρὸς ἀνακίνησιν, ἢ ἀνάσπασιν βαρέων σωμάτων· συντελεῖ δ' αὐτοῖς ὡς πρωτογενὴς, ἢ δευτερογενὴς, ἢ ϗ τριτογενὴς, καθ' ἅπερ ἂν αὐτοῖς ἐκτελέσαι προκέοιτο, ϗ ὡς ἂν τὰ πράγματα συγχωροῖεν.

Β΄. Ἡ ψαλὶς διπλῦς ἐσι μοχλὸς πρωτογενὴς, περιαγόμενος περὶ τὸν ἄξονα Α (χ. 43)· ἡ δὲ ἀντίςασις Ρ, οἷον τὸ διατμηθησόμενον ὕφασμα, τίθεται μεταξὺ τῶν δύω ἀκμῶν Ατ, ΑΡ· οἱ δὲ τῦ ἐργάτυ, τῦ ῥάπτυ φέρε, δάκτυλοι, προσαρμοζόμενοι τοῖς δυσὶν ἄκροις Π, Ο τῶν δυοῖν μοχλῶν ΠΡ, Οτ, ϗ κατ' ἀλλήλων ταῦτα ὠθῦντες, εἰσὶν ἡ δύναμις, ἥτις ὅσον ἔλασσον τόξον κύκλυ, ἧ ἀκτὶς ἡ ΠΑ, καταγράφει περὶ τὸν ἄξονα Α, καταναγκάζει τὰς δύω ἀκωκὰς τ, Ρ, εἰς τὸ γράψαι τόξον ὅμοι-

ον τὸ τΡ, κύκλȣ ἐλάσσονος, ϗ ȣ̃ ἀκτὶς εἴη ἡ Ατ· ὅσῳ δὲ ἡ ἀντίςασις τίθεται ἔγγιον τῷ ὑπομοχλίῳ Α, τοσȣ́τῳ, ἐκ τῶν ἤδη εἰρημένων, ἡ δύναμις αὔξεται· διὸ δὴ τῶν ψαλίδων, αἷς χρῶνται εἰς τομὴν σκληροτάτων σωμάτων, οἷαί εἰσιν αἱ τῶν χρυσοχόων, τὰς μὲν λαβὰς Π Α, ΟΑ μακροτάτας κατασκευάζȣσι, βραχυτάτας δὲ τὰς ἀκμὰς Ατ, ΑΡ, τὴν δ' ἀντίςασιν περὶ τὸ Α τιθέασι.

Ἡ δὲ ἡλάγρα, ὥσπερ καὶ ἡ ψαλὶς, διπλȣ̃ς ἐςι ϗ αὕτη μοχλὸς πρωτογενὴς, παρ' ὅσον ταύτῃ ἐξαιρȣ̃σιν, ἀλλ' ȣ̓ τέμνȣσι, τὰ ὑποκείμενα σώματα· ἔχει δὲ αὕτη τὰ μέρη Ατ, ΑΡ βραχύτητα, ϗ καμπύλα πρὸς ἄλληλα· ἡνίκα δὲ πρόκειται συνοχήν τινα ϗ ἀντίςασιν ἐκταράξαι, ἧλον φέρε ἐξελεῖν, αὐτὴ μὲν καθ' ἑαυτὴν τὴν τῆς δυνάμεως ἰσχῦν ȣ̓δόλως αὔξει· ἐὰν μέντοι τὸ κυρτὸν μέρος ΑΡ σημείῳ τινὶ τῷ Ρ ἐπιςηριχθῇ, ϗ ἰσχυρῶς καταπιεσθῇ ὁ μοχλὸς τῆς ἡλάγρας ΠΡ ἐκ τȣ̃ ἄκρȣ Ρ, ἅλις ἐπαύξεται ἡ ἰσχὺς τῆς δυνάμεως, θατέρȣ μοχλȣ̃ Οτ ȣ̓δὲν ἕτερον συμβάλλοντος, ἢ πρὸς τὸ τὴν ἀντίςασιν ἐντὸς τῶν ἄκρων τ, Ρ συνέχεσθαι· ἐπεὶ μέντοι ὁ μοχλὸς ΠΡ ȣ̓κ ἐπενεργεῖ τῇ ἀντιςάσει, καθ' ἣν φορὰν πρόκειται τὴν ἀντίςασιν ἐξελεῖν, ἀναγκαίως ἤτοι καμπυλοῖ αὐτὴν σιδηρᾶν ȣ̃σαν, ἢ συνθλᾷ, τῶν ἐυθραύςων, οἷα τὰ ξύλα, ὑπάρχȣσαν· ἵν' ȣ̃ν τȣτὶ μὴ γένηται, περιφέρειν ἀνάγκη τὰ ἄκρα Π, Ο τῆς ἡλάγρας περὶ τὸ σημεῖον ι· ἐντεῦθεν ȣ̃ν θάτερα τῶν ἄκρων τὰ τ, Ρ καταναγκάζȣσι τὴν ἀντίςασιν, ἧς ἡ διάμετρος ἀεί ἐςιν < Π Ο, περιάγεσθαι περὶ τὸν ἑαυτῆς ἄξονα· ἡ δὲ, συντρίβȣσα τὰ μερίδια, δι' ὧν συγκεκόλληται τῷ ὑποκειμένῳ σώματι, κατὰ βραχὺ ἐξαιρεῖται.

Αἱ ὀδοντάγραι ϗ αἱ ἄλλαι λαβίδες, αἷς χρῶνται

χρυσοχόοι καὶ τέκτονες, καὶ ἄλλοι τεχνίται, παρεμφερεῖς εἰσὶ ταῖς ἡλάγραις, καὶ αὗται μοχλοὶ ὄσαι πρωτογενεῖς.

Ἡ δὲ πυράγρα ΑΒΓ (χ. 50) ἔσι μοχλὸς τριτογενής· οἱ μὲν ἓν δάκτυλοι κατὰ τὰ Δ, Ε τιθέμενοι καταναγκάζουσι τὰ σκέλη ΑΒ, ΑΓ, ἵνα τὰ ἄκρα αὐτῶν, πελάζοντα ἀλλήλοις πρὸς ἄνθρακος φέρε κατάχεσιν, γράφωσι περὶ τὸ μένον σημεῖον Α τῆς τῶν σκελῶν συναφῆς τὰ τόξα Βο, Γτ· οἱ δὲ περὶ τὸ αὐτὸ μένον σημεῖον Α γράφουσι τόξα ὅμοια τὰς Δμ, Εν, ὧν μέντοι ἡ ἀκτὶς ΑΔ ἔσιν ἐλάττων.

Αἱ μάχαιραι, δι' ὧν κατατέμνονται παντοῖαι ὕλαι, ὡς ἡ νικοτιανὴ, κτλ. εἰσὶ μοχλοὶ δευτερογενεῖς· καὶ τὸ μὲν ἄκρον αὐτῶν Α (χ. 51) προσαρμόζεται ἄξονι τῷ Α, περὶ ὃν ἐλευθέρως περιάγεται, ὑπομοχλίου χρῆσιν παρεχόμενον· αἱ δὲ καταλεανθησόμεναι ὕλαι τίθενται ἐν τῷ Β· καὶ ἡ μὲν χεὶρ ἐπισηριζομένη τῇ λαβῇ Γ γράφει περὶ τὸν ἄξονα Α τὸ τόξον Γρ, οὗ ἀκτίς ἐσιν ἡ ΓΑ· τὸ δὲ Β, ἔνθα ἐσὶν ἡ ἀντίσασις, τὸ τόξον Πχ κύκλου, οὗπερ ἀκτίς ἐσιν ἡ ΠΑ.

Ἡ δέγε τραπεζίτις μάχαιρα, ἀεί ποτε χεδὸν ὡς τριτογενὴς ὑπηρετεῖ μοχλός· ἡ γὰρ αὐτῆς λαβὴ χειρὶ κατεχομένη ἐν τοῦ τ μέχρι τοῦ Π, ἀναγκάζεται γράψαι περὶ τὸ τ τόξον τὸ Πχ, ἡ δ' ἀντίσασις τοῦ τεμνομένου σώματος, κειμένη ἐν τῇ ἀκμῇ τῆς μαχαίρας κατὰ τὸ Γ φέρε, γράφει τόξον τὸ Γρ δι' ἀκτῖνος μείζονος τῆς ΓΑ.

Ἐπωφελέσατα δὲ χρῶνται τῷ τριτογενεῖ μοχλῷ καὶ ἐν τοῖς ὑφαντικοῖς ὀργάνοις· τοῦ γὰρ ὑφάντου οἱ δύω πόδες ἐπερειδόμενοι τοῖς δυσὶν ἰσόποσι (χ. 52) αβ, γδ, ἀμοιβαδὸν ἀναφέρουσι καὶ καταφέρουσι διὰ τῶν καλωδίων δε, ζδ ἑκάτερον τῶν κτενῶν, δι' ὧν διϊσι τὰ τοῦ κήμονος

γήματα· καὶ ὑπομόχλιον μὲν τοῦ αβ ἰσόπους ἐστὶ τὸ α, περὶ ὃ κινεῖται ἐλευθέρως, ἀντίστασις δέ ἐστιν ἡ κατὰ τὸ β, δύναμις δὲ, ἡ μεταξὺ τοῦ ὑπομοχλίου καὶ τῆς ἀντιστάσεως κειμένη, ἔστιν ὁ τοῦ ὑφάντου πούς.

Καὶ ἡ κώπη δὲ μοχλός ἐστι πρωτογενής, οὗ ὑπομόχλιον μὲν ὁ σκαλμός· μένει γὰρ δὴ ἔτος· ἀντίστασις δὲ ἡ θάλασσα, ἣν ἀπωθεῖ ἡ κώπη· ἡ δὲ κινοῦσα τὸν μοχλὸν δύναμις ὁ ναύτης ἐστίν· ὅθεν οἱ μεσόνεοι, ἐπειδὴ κατὰ τὸ μέσον εὐρυτάτη ἐστὶν ἡ ναῦς, καὶ διὰ τοῦτο μέγιστον εἶναι δύναται ἐν μέσῃ τῇ νηΐ τὸ ἀπὸ τοῦ σκαλμοῦ τῆς κώπης μῆκος, ἐκ τῶν προειρημένων, δύνανται μάλιστα τὴν ναῦν κινῆσαι· διαιρεῖ γὰρ ὁ μεσόνεος πλεῖστον μέρος τῆς θαλάσσης· κινεῖ δὲ τὴν ναῦν ἡ κώπη προσδεδεμένη τῷ σκαλμῷ· εἰς τὴν θάλασσαν γὰρ ἐπερειδομένης τῆς κώπης, τὸ ἄκρον αὐτῆς τὸ ἐντὸς τῆς νηὸς πρόεισιν εἰς τὸ πρόσθεν· διὸ ἡ ναῦς προσκεκολλημένη τῷ σκαλμῷ πρόεισιν, ὅπου τὸ ἄκρον τῆς κώπης (*).

Καὶ τὸ πηδάλιον δὲ ΠΑΘΖ (σχ. 53) μοχλός ἐστι πρωτογενής· καὶ ὑπομόχλιον μὲν ὁ κροῖκος, διὸ καὶ τὸ ἐν τῷ πηδαλίῳ ἄγκιστρον διέρχεται· μένει γὰρ ἔτος· ἡ δὲ κινοῦσα τὸν μοχλὸν δύναμις ὁ οἰακοστρόφος ἐστίν· ἐὰν ἓν τὸ ὑπομόχλιον ἐν τῷ Α ᾖ, ὁ δὲ οἰακοστρόφος ἐν τῷ οἴακι ΠΝ, ἡ δύναμις τοῦ οἰακοστρόφου πρὸς τὴν ἀντίστασιν, ἥτις ἡ θάλασσα ἡ κινουμένη ὑπάρχει, λόγον ἕξει ἀντίστροφον τῶν ἀπὸ τοῦ ὑπομοχλίου ἀποσημάτων, εἴτ' ἓν οὖν ΘΑ : ΑΠ· κλίνει δὲ πλαγίως ἡ ναῦς διὰ τὴν ἐπ' αὐτὴν τῆς θαλάσσης προσβολήν· βία γὰρ φερόμενον τὸ ὕδωρ εἰς τὸν τό-

---

(*) Ἀριστοτ. Μηχανικ. Ε'., ὅθεν τό, τε περὶ τῆς κώπης καὶ τὸ περὶ τοῦ πηδαλίου αὐτόθεν ἐνταῦθα μετηνεγκάμην.

πον, ἐν ᾧ ἦν ἡ θάλασσα ἡ παρὰ τῦ πηδαλίυ ἀπωθεῖσα, προσβάλλον τῇ νηΐ, ερέφει αὐτήν.

Δῆλον ὑπάρχει τοῖς περὶ τὰς ἀνατομὰς τῦ τε ἀνθρωπείυ σώματος, ϗ τῶν ἄλλων ζώων, ἐναχολυμένοις, ὅτι πᾶσαι αἱ σωματικαὶ κινήσεις ἀεὶ διὰ μοχλῶν ἐκτελῦνται· ὀσῦν γὰρ διηρθρωμένον πρὸς ἕτερον ὀσῦν διὰ τῦ καλυμένυ γιγγλυμῦ οὐδὲν ἕτερόν ἐσιν, ἢ μοχλός· ϗ ὑπομόχλιον μέν ἐσιν ὁ γιγγλυμός· μένει γὰρ ἕτος· οἱ δὲ μῦς οἱ τὸ ὀσῦν κατέχοντες, διὰ τῶν τενόντων ἕλκοντες αὐτό, ἀνάγυσι ϗ κατάγυσι, καθ' ἃς ἂν κινήσεις ἀποτελέσαι βυληθείημεν.

Χρήσιμον ἔτι ϗ ἕτερόν ἐσιν εἶδος μοχλῦ πρωτογενῦς τὸ ΠΡΟ (χ. 54), ὃς ἐπισηρίζεται διπλῷ λοφίσκῳ, οἳς καλεῖται δορκάς, ϗ τίθεται ἐπὶ τῆς γῆς, ἵν' ἄρῃ μεγάλα βάρη, οἷον ἁμάξας φορτηγὰς κτλ.· τῦ γὰρ μοχλῦ ὑποβληθέντος τῇ ἀντισάσει Ρ, αἴρεται τὸ ἄκρον Π ὑπὸ πολλῶν ἅμα αἱρόντων.

Περὶ δὲ τῶν λοιπῶν χρησιμωτέρων μοχλῶν ἑκάστυ ἰδίᾳ ἐν τοῖς ἐφεξῆς κεφαλαίοις λέξομεν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

Περὶ τῦ Ζυγῦ.

36. Ζυγὸς καλεῖται ὁ πρωτογενὴς μοχλὸς ΑΒ (χ. 55), ὁ περὶ σημεῖον τὸ Γ κινέμενος, δι' ὃ σαθμῶμεν τὰ βάρη τῶν σωμάτων, ἐντιθέντες αὐτὰ τοῖς κοίλοις δίσκοις Δ, Ε, τοῖς προσηρτημένοις τοῖς ἄκροις Α, Β· ὅλον μὲν ὖν τὸ ὄργανον ἀκέει ζυγὸς, τὰ δὲ μέρη ΑΓ,

ΓΒ βραχίονες τῦ ζυγῦ· οἱ δὲ Δ, Ε κοῖλοι δίσκοι, πλάσιγγες· τὸ δὲ Γ σημεῖον, ἄξων· ἡ δὲ ΓΖ λαβή, ἐν ᾗ τίθεται πρὸς ὀρθὰς τῷ ζυγῷ, ᾗ αὐτῷ προσκεκολλημένη, ἡ γλῶσσα, ἢ ἀνάκρισις.

37. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Δύω δὲ βάρη τὰ Π, π τιθέμενα ἐν ταῖς πλάσιγξιν, ἴσα κρίνεται τὴν ὁλκήν, ὅταν ὦσιν ἰσόῤῥοπα· χρὴ μέντοι, ἀπάσης ἄλλης ἐξαιρυμένης αἰτίας, ἴσον ἀπέχειν τὰ βάρη τῦ ἄξονος Γ· χρὴ ἄρα τὺς δύω βραχίονας τῦ ζυγῦ ΑΓ, ΒΓ, πρὸς ὧν τοῖς πέρασι προσαρτῶνται αἱ πλάσιγγες, ἰσῦσθαι ἀλλήλοις τὸ μῆκος.

Φημὶ δέ: ἐξαιρυμένης ἀπάσης ἄλλης αἰτίας· καὶ γὰρ τὰ δύω βάρη Π, π δύνανται ἀντίῤῥοπα εἶναι, ἰσαλλήλων μὲν ὄντων τῶν βραχιόνων, ἀνισοβαρῶν δὲ τῶν σωμάτων Π, π, εἴτ' ὦν, εἴπερ τὸ βάρος θατέρυ βραχίονος, ᾗ τὸ τῶν νημάτων, ᾗ ἔτι τὸ τῆς πλάσιγγος, ἅμα εἰλημμένα, βαρύτερα εἶεν τῶν ἐν θατέρᾳ ἀντισοίχων· ἵν' ἄρα δίκαιος εἴη ὁ ζυγὸς ἀναγκαίως ἀπαιτῦνται τὰ ἑφεξῆς· α΄. ἀμφοτέρας τὰς τῦ ζυγῦ πλάσιγγας, πρὶν ἂν αὐταῖς ἐντεθείη τὰ βάρη, ἐν τῇ αὐτῇ κεῖσθαι ὁριζοντίῳ ἐπιφανείᾳ· β΄. τὺς βραχίονας ἰσαλλήλυς εἶναι τῷ μήκει, ᾗ ἰσοπαχεῖς. Τὸ πρῶτον τέτων ἀναπληρωτικὸν γενέσθαι θατέρυ ἀδυνάτως ἔχει· κἂν γὰρ ἄμφω αἱ πλάσιγγες μένοιεν ἐπὶ τῆς αὐτῆς ὁριζοντίυ θέσεως, τετὶ μέντοι συμβῆναι δύναται, ἐκ τῦ τὸ ὅλον βάρος θατέρυ βραχίονος ΑΓ, ᾗ τὸ τῶν αὐτῦ νημάτων, ᾗ ἔτι τῆς πλάσιγγος, μεῖζον εἶναι τῦ ὅλυ βάρυς θατέρυ βραχίονος, καθ' ὃν λόγον ὁ ΑΓ βραχίων ἐλάττων ὑπάρχοι τῦ ΒΓ· ἐλάττονος δὲ ὄντος θατέρυ βραχίονος, τὸ προσαρτηθησόμενον βάρος τῷ μείζονι βραχίονι ἀνάγκη πρὸς ἀντιῤῥοπίαν ἔλαττον ὑπάρχειν θατέρυ· ἔκεν συνακτέον ἰσάλληλα εἶναι τὰ

βάρη ἐν τῷ τὰς πλάσιγγας ἐπὶ τῆς αὐτῆς μένειν ὁριζοντίᾳ ἐπιφανείας πρὶν ἐντεθῆναι αὐταῖς τὰ βάρη, ἀλλὰ πρὸς τούτῳ καὶ ἐν τῷ ἰσοῦσθαι ἀλλήλοις τὰ τῶν βραχιόνων μήκη.

Ἀλλὰ γὰρ ὀκ ἔσιν ἀπολύτως ἀναγκαῖον τὸς δύω βραχίονας ἰσοβαρεῖς ἀλλήλοις ὑπάρχειν· ἐλκέτω γὰρ ἔλαττον ὁ βραχίων ΑΓ, ἢ ὁ ΒΓ· ἐὰν ὖν τὸ τῆς πλάσιγγος καὶ τῶν νημάτων βάρος ἀναπληρώσῃ τὸ ἐλλεῖπον τῷ βραχίονος· ἐὰν, οὕτω φάναι, τὸ ἐν τοῖς δεξιοῖς βάρος τῷ ζυγῷ ἰσωθῇ τῷ ἐν τοῖς ἀριστεροῖς, τὰ δύω μέρη ἀντίῤῥοπα διαμενοῦσι, πρὶν ἂν αὐτοῖς τὰ σταθμηθησόμενα βάρη ἐντεθείη· καὶ τῶν κατὰ τὸς βραχίονας μηκῶν ἰσαμένων ἀλλήλοις, τὰ τιθέμενα βάρη ὀκ ἂν εἶεν ἀντίῤῥοπα, εἰμὴ ἰσῶντο ἀλλήλοις τὰς μάζας.

Ε'ἀν ὖν ἴδωμεν πρὶν ἢ θεῖναι τὰ βάρη τὰς δύω πλάσιγγας, τὴν αὐτὴν τηρήσας ὁριζόντιον θέσιν, συναγαγεῖν ἔχομεν, ὅτι τὸ ὅλον βάρος τῶν δύω τοῦ ζυγοῦ μερῶν ἴσον ἐσὶν, εἰ μόνον οἴδαμεν τὸς δύω τοῦ ζυγοῦ βραχίονας ἰσαλλήλους τῷ μήκει ὑπάρχοντας.

Δυνατὸν ὖν τὴν τῶν βραχιόνων ἰσαλληλίαν οὕτω βασανίσαι· ἐὰν γὰρ τὰ βαρη Π, π ἐν ἀντιῤῥοπίᾳ ὑπάρχωσι, τεθείσθω τὸ μὲν Π ἐν τῇ πλάσιγγι Ε, θάτερον δὲ ἐν τῇ Δ· κἂν ᾖ οὕτως ἐν ἀντιῤῥοπίᾳ ὦσι, τὸς βραχίονας ΑΓ, ΒΓ ἰσαλλήλες εἶναι συμπερανθήσεται· ἔσω γὰρ φέρε ΑΓ < ΒΓ· τὸ ἄρα Π ὀκ ἂν ἀντιῤῥοπήσειε τῷ π, εἰ μὴ εἴη βαρύτερον τοῦ π (15)· ὅταν ὖν, τὸ μὲν Π μετατεθῇ ἐν τῇ πλάσιγγι Ε, τὸ δὲ π ἐν τῇ Δ, τῷ Π ἀναστασθήσεται τὸ π ἀμφοτέρων ἕνεκα· α'. ὅτι τὸ Π τοῦ π βαρύτερον· β'. ὅτι ΒΓ > ΑΓ.

38. Τρίτον, ἀπαιτεῖται ἐν τῷ ζυγῷ τὸν ἄξονα, καὶ τὰς τῆς λαβῆς ὀπὰς, δι' ὧν ὁ ἄξων διεισιν, ὡς λεῖα καὶ

ὁμαλὰ ὑπάρχειν, ἵν' ἡ τριβὴ ἐλαχίση γίνηται· ἵνα γὰρ τῷ βάρυς Π κατενεχθέντος ἀναστραφθῇ τὸ π, δεήσει τῷ Π διττῷ βάρυς, τῷ μὲν, ἵνα τὸ π ἀνελκύσῃ, θατέρῳ δὲ, ἵνα τὴν ἀντίσασιν τῆς τριβῆς, ἣν ὑφίσαται ἡ ῥάβδος κατὰ τὸν ἄξονα, καταργήσῃ· ἐντεῦθεν ἄρα· α'. ἀμήχανον συναγαγεῖν ἀκριβῶς τὴν τῶν βάρεων ἰσαλληλίαν, ἐκ τῷ ἀντιῤῥοπεῖν ἀλλήλοις ἐν τῷ ζυγῷ· β'. ὡς οἷόν τε τὴν ἀντίσασιν τῆς τριβῆς ἀπομειωτέον, ἐξομαλίζοντας τόν τε ἄξονα, καὶ τὰς ὀπὰς, δι' ὧν δίεισι, καὶ ἐλαίῳ δὲ ὑπαλείφοντας.

39. Δεῖ δὲ καὶ τὰς τῆς ῥάβδου ὀπὰς, δι' ὧν δίεισι τὰ νήματα, τὰ τὰς πλάσιγγας κατέχοντα, μὴ λίαν εἶναι μεγάλας· ἢ τῆς ῥάβδου ἐπὶ θάτερα κλινούσης, τὸ νῆμα τῷ κατιόντος βραχίονος, πρὸς τὸ ἄκρον τῆς ὀπῆς διολισθαίνον, μεγαλύνει αὐτῷ τὸ μῆκος, τῷ κατὰ τὸν ἀναστρώμενον βραχίονα νήματος τῷ τῆς βαρύτητος κέντρῳ πελάζοντος, καὶ τὸ μῆκος αὐτῷ ἐξ ἐναντίας ὑπελαττοῦντος· ὁ ἀνιὼν ἄρα βραχίων θατέρου ἀποτελεῖται βραχύτερος, καὶ ὅτι αὐτὸς ἐλάττων ἀποκαθίσαται, καὶ ὅτι ἄτερος, ὡς εἴρηται, μεγαλύνεται.

40. Τὸ τῆς κινήσεως τοῦ ζυγοῦ κέντρον, ὃ κληθήτω τ, δύναται κεῖσθαι, ἤτοι ἐπ' αὐτοῦ τοῦ τῆς βαρύτητος κέντρου (χ. 56), ὅπερ ἐστὶ τὸ τῆς ῥάβδου μέσον σημεῖον Κ, ἢ ὕπερθεν (χ. 57), ἢ ἔνερθεν (χ. 58) αὐτοῦ· πρὸς ὀρθὰς δὲ τῇ ῥάβδῳ ὕπερθεν τοῦ τῆς βαρύτητος κέντρου Κ ἴσαται ἡ καλουμένη ἀνάκρισις, ἥτις, τῆς ῥάβδου ὁριζόντιον διασωζούσης ἀκριβῶς θέσιν, κρύπτεται ἐν τῇ λαβῇ, δι' ἧς δίεισιν ὁ τοῦ ζυγοῦ ἄξων· ὅταν δ' ἡ κατ' αὐτὴν κορυφὴ ἐξέχῃ τῆς λαβῆς, τὴν τῶν δύω βάρεων κατηγορεῖ ἀνισότητα· ἐὰν μὲν ᾧ ὁ ἄξων διέρχηται τὴν ἀνάκρισιν διὰ σημείου καθ-

ἑτϐ τῷ μέσῳ τῆς ῥάϐδϐ κατὰ τὸ τ, τὸ τῆς κινήσεως κέντρον τ κείσεται ὕπερθεν τῦ τῆς βαρύτητος κέντρϐ Κ (χ. 57)· ἐὰν δὲ ἡ ἀνάκρισις κάθετος ᾖ ὑπὸ τῷ μέσῳ τῆς ῥάϐδϐ (ὃ γενέσθαι ὐκ ἔστιν ἀδύνατον), τῦ ἄξονος ταύτην διαπερῶντος (χ. 58), τὸ τῆς κινήσεως κέντρον τ κείσεται ἔνερθεν τῦ τῆς βαρύτητος κέντρϐ Κ.

41. Τῦ τῆς κινήσεως κέντρϐ τ συμπίπτοντος τῷ τῆς βαρύτητος κέντρῳ Κ (χ. 56), ἐὰν ἴσα βάρη ταῖς πλάσιγξιν ἐντεθῶσιν, ὁ ζυγὸς ἐν ὁποιᾳῦν θέσει ἠρεμήσει· ᾗ γὰρ τῶν φορῶν ΑΠ, Βπ, ἢ αΠ', βπ' παραλλήλων ὐσῶν, τῶν δυεῖν γωνιῶν Α, Β, ἢ α, β ἀναπλήρωμα ἔσαι ἡ ἑτέρα θατέρᾳ· τὸ ἄρα τῆς κατὰ τὴν ἔγκλισιν γωνίας ἡμίτονον ἔσαι τὸ αὐτὸ (Γεωμ. 491. Τόμ. Γ') ἐφ' ἑκατέρϐ τῶν βάρεων, ὁποιαδήποτ' ἂν εἴη ἡ τῦ ζυγῦ θέσις· ἐὰν ἄρα ἰσάλληλα ὦσι τὰ βάρη, ἴσην ἰσχῦν ἑκάτερον ἀλλήλοις ἐνεργάσονται· ταῦτα μὲν ἄρα ἀντιῤῥοπήσουσιν, ἠρεμήσει δὲ ὁ ζυγός.

α'. Ἆρα τῦ τῆς κινήσεως κέντρϐ τῷ τῆς βαρύτητος συμπίπτοντος, ἢ, ὃ ταὐτὸν, τῦ κέντρϐ τῆς κινήσεως, ᾗ τῦ τῆς βαρύτητος, ᾗ τῶν σημείων Α, Β, ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας κειμένων, εἴπερ ὁ ζυγὸς τὴν ὁριζόντιον θέσιν ἐξ αἰτίας τινὸς ἀπολέσειε, ἀναλαϐεῖν αὐτὴν ἥκιστα πεύσει· β'. Βραχεῖα ἀνισότης τοῖς βάρεσιν ἐπιγενομένη, διὰ τὴν, περὶ ἧς εἴρηται, τριϐὴν, τὸν ζυγὸν ἀνασρέψει, εἴτ' ἐν πρὸς ὀρθὰς ποιήσει τῷ ὁρίζοντι τὴν ῥάϐδον· δύω τοίνυν ἐλλείμματα ταῦτα ἐν τῷ ὅτω κατεσκευασμένῳ ζυγῷ.

42. Ὅταν δὲ τὸ τῆς κινήσεως κέντρον τ ὕπερθεν ᾖ τῦ τῆς βαρύτητος κέντρϐ Κ (χ. 57), ἰσοϐαρῶν σωμάτων ταῖς πλάσιγξιν ἐντεθέντων, ἀεὶ ὁ ζυγὸς ἕξει θέσιν τὴν ΑΒ παράλληλον πρὸς τὸν ὁρίζοντα· κινηθεὶς γὰρ λα-

βέτω ἐξ ὑποθέσεως τὴν αβ θέσιν· τοιγαρῦν τὸ τῆς βαρύτητος αὐτῦ κέντρον Κ ἀναγκαθήσεται περιαγόμενον περὶ τὸ τ ἀνελθεῖν ἐς τὸ ο, ϗ τόξον γράψαι τὸ Κο· ἐκ δὲ τῦ ο διὰ τὴν ἑαυτῦ βαρύτητα κατελθεῖν διὰ τῦ τόξυ Κο, ἐξῆς δὲ ἀνελθεῖν διὰ τῦ τόξυ ΚΨ ταχυτῆτι τῇ αὐτῇ, ἣν ἐκτήσατο κατελθὸν ἐκ τῦ Ο· τελευταῖον δὲ μετά τινας ἀναλικνίσεις καθηρεμήσει πρὸς τῷ σημείῳ Κ τῆς καθέτυ Κτ· ἡ ἄρα ῥάβδος ΑΒ ἡ τῇ Κτ βελόνῃ κάθετος, ἕξει τελευταῖον θέσιν τῷ ὁρίζοντι παράλληλον.

α΄. Ἆρα ἐξωτερικῆς τινος αἰτίας τὸν ζυγὸν τῦτον ΑΒ παρατρεψάσης ἐκ τῆς πρὸς τὸν ὁρίζοντα παραλλήλυ θέσεως εἰς τὴν πλαγίαν αβ, τοσῦτον ἰσχυρότερον ἐπανακάμψει εἰς τὴν προτέραν ἑαυτῦ παράλληλον θέσιν, ὅσῳ μείζω μὲν εἶεν τὰ βάρη, ὑψηλότερον δ' ἀρθείη τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον Κ· β΄. τῶν σωμάτων ἰσοβαρῶν ὄντων, ἡ μὲν ΑΒ ῥάβδος ἀεὶ ἕξει θέσιν παράλληλον τῷ ὁρίζοντι, ἡ δ' ἀνάκρισις Κτ ὐδέποτε τῆς λαβῆς ἐξελεύσεται· τῦ μέντοι πρὸς τῷ Α ἠρτημένυ σώματος ὄντος βαρυτέρυ ἢ τὸ πρὸς τῷ Β, τὸ μὲν τῆς βαρύτητος κέντρον ἀνασπᾶται πρὸς τὸ ο, τὸ δὲ ἄκρον τῆς ἀνακρίσεως γράψει περὶ τὸ τ τόξον κυκλικὸν τὸ δυ πρὸς ἀριστερὰν τῆς λαβῆς, τοσύτῳ μεῖζον, ὅσῳ βαρύτερον ἂν ᾖ τὸ πρὸς τῷ Α σῶμα τῦ πρὸς τῷ Β.

Ι΄να δ' ἐπὶ τῦ κατὰ τὸν δεύτερον τῦτον τρόπον κατασκευαζομένυ ζυγῦ ἡ ἀνάκρισις διὰ τῆς ἰδίας ἑαυτῆς κινήσεως ἀναγγέλλῃ ϗ τὴν βραχυτάτην ἀνισότητα τῶν κατὰ τὰ σώματα βάρεων, ἐπάναγκες τὸ κέντρον τῆς κινήσεως τ βραχύτι ὕπερθεν κεῖσθαι τῦ κατὰ τὴν βαρύτητα κέντρυ Κ· τηρήσει γὰρ ὕτω τὴν πρὸς τὸν ὁρίζοντα παράλληλον θέσιν, ϗ τύτῳ ὑπερέξει τῦ κατὰ τὸν πρῶ-

τον τρόπον κατασκευαζομένυ ζυγῦ· τύτῳ τοίνοιν κοινῶς χρῶνται οἱ ἄνθρωποι, τῦ πρώτυ αὐτὸν προελόμενοι.

43. Τὐναντίον δὲ ἔσω τὸ τῆς κινήσεως κέντρον τ ἔνερθεν τῦ κατὰ τὴν βαρύτητα κέντρυ Κ (χ. 58)· τοιγαρῦν ἡ ῥάβδος ΑΒ τὴν πρὸς τὸν ὁρίζοντα παράλληλον θέσιν τηρήσει, τῶν σωμάτων Π, π ἰσοβαρῶν ὄντων· ἐὰν μέντοι παρεκτραπῇ εἰς τὴν πλαγίαν θέσιν αβ, τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον Κ, γράψαν περὶ τὸ τ τὸ τόξον Κυ, ἐπείπερ ὐκ ἀντισοιχεῖ τῇ καθέτῳ Κτ, ὐβασαχθήσεται ὑπὸ τῦ κέντρυ τῆς κινήσεως τ· κατελεύσεται ἄρα μέχρι τῦ σημείυ τῆς ἠρεμήσεως Ο, ϗ ἀνελεύσεται πρὸς δεξιὰν τῦ Ο, δι' ἧς προσεκτήσατο ταχυτῆτος, ϗ μετά τινας ἀναλικνίσεις καθηρεμήσει πρὸς τῷ Ο· ϗ τηνικαῦτα ἡ ῥάβδος ΑΒ εὑρεθήσεται ἐν τῇ πρὸς τὸν ὁρίζοντα παραλλήλῳ θέσει βα.

44. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ε'κ τῶν μέχρι τῦδε εἰρημένων μανθάνομεν κατασκευάζειν ζυγὸν δίκαιον ϗ εὔχρηςον κατὰ τὸν ἀκόλυθον τρόπον· ά. ῥάβδυ τῆς ΑΒ (χ. 57) ζητηθήτω τὸ μεσαίτατον σημεῖον Κ· β. πρὸς ὀρθὰς τῷ Κ ἠγέρθω ἡ βελόνη Κδ, ἧς κατὰ τὸ τ, τὸ ἐγγὺς κείμενον τῷ Κ, διηκέτω ἄξων, κατέχων διὰ τῶν ἑαυτῦ περάτων τὴν λαβήν· ἵνα δὲ ἡ τριβὴ ἐλαχίςη εἴη, γενέσθω ὁ ἄξων πρίσμα τριγωνικὸν, ἵνα ῥᾷςα περιάγηται περὶ τὰς τῆς λαβῆς ὀπάς· γ. γενέσθωσαν τὰ νήματα ϗ ἡ πλάςιγξ τὰ ἐν δεξιᾷ ἰσοβαρῆ τοῖς ἐν ἀριςερᾷ, ὡς ἔχειν ἀεὶ τὸν ζυγὸν θέσιν τῷ ἄξονι παράλληλον, πρὶν ἂν ἐντεθεῖεν τὰ βαρέα σώματα· ὅτι δὲ ὁ ὕτω κατασκευασθεὶς ζυγὸς ὑπάρχει δίκαιος ἐκ τῶν προειρημένων κατάδηλον γίνεται.

45. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Εὑρεῖν τὸ ἀληθὲς βάρος ὠνίυ ἐν δολίῳ ςαθμηθέντος ζυγῷ.

ΛΥΣΙΣ. Τεθέντος τῦ ὠνίϑ Π ἐν Δ (χ. 55), σημειωθήτω τὸ βάρος π, τὸ τεθὲν ἐν τῷ Ε, ϗ ἀντίῤῥοπον φανὲν τῷ Π· τεθέντος εἶτα τῦ ὠνίϑ Π ἐν Ε, σημειωθήτω τὸ βάρος ν, τὸ τεθὲν ἐν Δ, ϗ ἀντιῤῥοπῆσαν τῷ Π· τελευταῖον δὲ πολλαπλασιαϑήτω ϑάτερον βάρος ἐπὶ ϑάτερον, ϗ τῦ γινομένϑ ἐξήχθω ῥίζα ἡ τετραγώνειος.

ΔΕΙΞΙΣ. Τῦ γὰρ ὠνίϑ Π κειμένϑ μὲν ἐν Δ, ἔϛι Π : π :: ΒΚ : ΑΚ· κειμένϑ δὲ ἐν Ε, ἔϛι ν : Π :: ΒΚ : ΑΚ· ἄρα Π : π :: ν : Π· ἄρα π × ν = Π²· ἄρα Π = $\sqrt{\pi \times \nu}$. Ο. Ε. Δ.

Ἔϛω π = 21 λίτραις, ϗ ν = 20· ὅθεν 21 × 20 = 420· ἡ δ' ὡς ἔγγιϛα τετραγωνικὴ ῥίζα τῦ 420 ἔϛιν = 20, 49 λίτραις, βάρος πραγματικὸν τῦ ὠνίϑ Π.

46. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Τῦ πραγματικῦ βάρϑς εὑρεθέντος, εὑρεθήσεται ϗ ὁ τῶν βραχιόνων λόγος· ἐν γὰρ τῷ προτεθέντι παραδείγματι ἔϛι Π : π :: ΒΚ : ΑΚ· ἀλλὰ Π : π :: 20, 49 : 21· ἄρα ΒΚ : ΑΚ :: 20, 49 : 21.

47. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Γνωϑέντος τῦ τῶν βραχιόνων λόγϑ, εὑρεθήσεται πόσῳ ἔσφαλται ὁ ϛαθμὸς τῦ δολίϑ ζυγῦ ἐπὶ δεδομένϑ τινὸς ὠνίϑ· ἐπεὶ γὰρ ΒΚ : ΑΚ :: 20, 49 : 21, τιθεμένϑ ἀντὶ Π ὠνίϑ ἕλκοντος λίτρας 50 φέρε, ἔϛαι ἡ ἀναλογία 20, 49 : 21 :: 50 : χ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

Περὶ Φάλαγγος.

48. Ζυγὸς ὁ ἀνίϑϑς ἔχων τὺς βραχίονας φάλαγξ καλεῖται· ϛαθμῶνται δὲ δι' αὐτῆς βάρη μεγάλων μαζῶν,

διὰ βάρος ϑατέρῳ βραχίονι προσηρτημένου, ὅ ἐστι τοῦ σαθμωμένου μακρῷ ἔλαττον, καλούμενον σαθμὸν, ἢ σφαίρωμα.

Ἔστω γοῦν ῥάβδος ἡ ΑΒ (κ. 59), καὶ τετμήσθω εἰς μέρη πολλὰ ἕκαστον ἴσον τῷ ΑΓ· τὸ δὲ ΑΓ εἰλήφθω ὡς οἷόντε μικρὸν, ἵνα πολλάκις ἐπαναληφθῆναι ἔχοι δι' ὅλου τοῦ μήκους τῆς ῥάβδου ΑΒ· καὶ διήχθω διὰ τοῦ Γ ἄξων, ᾧ προσηρμόσθω λαβή, τὴν ἀνάκρισιν περιέχουσα, ὡς κἂν τῷ ζυγῷ· καὶ τὸ μέρος ΑΓΘ τὸ πρὸς ἀριστερὰν, προσαρτηθείσης αὐτῷ ἤτοι πλάστιγγος, ἢ κροίκου, ἐξ οὗ κρεμάνυνται τὰ σαθμώμενα, ἀντίῤῥοπον γενέσθω τῷ κατὰ δεξιὰν βραχίονι ΓΒ· προσαρτηθήτω δὲ τῷ δεξιῷ βραχίονι σφαίρωμα τὸ Π, ἔλκον βάρος γνωστὸν καὶ ὡρισμένον, φέρ' εἰπεῖν λίτραν, καὶ εὐκίνητον ὂν περὶ τὴν ῥάβδον ΒΓ· αὕτη δ' ἂν εἴη ἡ καλουμένη φάλαγξ.

49. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἐὰν προσαρτηθῇ τῷ Θ σῶμα τὸ Π καὶ τὸ σαθμὸν Η, κείμενον ἐπὶ τοῦ 2, φέρ' εἰπεῖν, καὶ λίτρας βάρος ἔλκον, ἀντιῤῥοπίας ὔσης, τὸ σῶμα Π ἔσαι λιτρῶν δύω· ἐπεὶ γὰρ τὸ μέρος ΑΓ τῆς ῥάβδου ἀντιῤῥοπεῖ τῷ μέρει ΒΓ, ἐκληπτέον ἐστὶ τὴν φάλαγγα ὡς μοχλὸν ἀβαρῆ, οὗ ὑπομόχλιον μέν ἐστι τὸ Γ, δύναμις δὲ τὸ τῷ Α προσηρτημένον σῶμα, ἀντίσασις δὲ τὸ ἐν 2 κείμενον σφαίρωμα· ἐπεὶ τοίνυν τὸ βαρὺ σῶμα, τὸ τῷ Α προσηρτημένον, καὶ ἡ ἀντίσασις ἡ ἐκ τοῦ 2 κρεμαμένη κατὰ φορὰς καθέτους τῷ μοχλῷ ΑΒ, ἀντιῤῥοποῦσιν, ἔσεται ἡ δύναμις καὶ ἡ ἀντίσασις ἐν ἀντιστρόφῳ λόγῳ τῶν ἀπὸ τοῦ ὑπομοχλίου ἀποσημάτων (15)· εἴτ' οὖν Π : Η :: Γ2 : ΓΑ.

50. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Δυνάμεθα δὲ τῇ φάλαγγι διὰ τοῦ αὐτοῦ σαθμοῦ Η σαθμῆσαι πράγματα τοσούτῳ βα-

ρύτερα, ὅσῳ τὸ τῦ ϛαθμωμένυ πράγματος ἀπὸ τῦ ὑπομοχλίυ ἀπόϛημα ΑΓ ἔλαττόν ἐϛι, παρατιθέμενον τῷ τῦ μοχλῦ μήκει ΒΓ· δῆλον γὰρ ἐκ τῶν ἄρτι εἰρημένων, ὡς εἴπερ εἴη ΒΓ = 100 ΑΓ, τὸ δὲ λίτραν ἕλκον ϛαθμὸν, κείμενον ἐν τῷ Β, ἀντιῤῥοπον εἴη τῷ σώματι Π, τὸ Π ἔϛαι λιτρῶν 100· ἐὰν δὲ τὸ ϛαθμὸν Η ἕλκῃ βάρος λιτρῶν 10 φέρ' εἰπεῖν, καὶ ὁ μὲν μοχλὸς ΒΓ ἄλις ἦ ἐπιμήκης, ὁ δὲ ΑΓ βραχὺς πάνυ, ὥϛε τὸ ΑΓ ἑκατονταάκις ἐπαναληφθῆναι ἐπὶ τῦ ΒΓ, τὸ ϛαθμὸν Η, κείμενον ἐπὶ τῦ Β, ἀντιῤῥοπεῖν δύναται βάρει χιλιολίτρῳ· ϛαθμηθῆναι ἄρα δύνανται φορτία βαρύτατα, εἰ μόνον τὰ μέρη τῆϛ φάλαγγος ϛερῤὰ εἶεν ϗ ἀλίγυϛα.

51. ΠΟΡΙΜΑ Γ'. Ὅσῳ ἐλάττων ἂν ἦ ἡ τῦ μοχλῦ περὶ τὸν ἄξονα τριβὴ, τοσύτῳ δικαιοτέρα, τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μενόντων, ἔϛαι ἡ φάλαγξ· ἵνα γὰρ τὸ τῷ Α προσηρτημένον βάρος καταϛαθῇ, ἀναϛαθέντος τῦ ἐν τῷ 2 φέρε κειμένυ ϛαθμῦ, ἐπάναγκες, ὡς προσεσημείωται, τὸ βάρος αὐτῦ ὑπάρχειν μεῖζον λιτρῶν δύω· α'. ὑπεροχῇ δεξιᾷ κίνηϛιν ἐπαιωθητὴν ἐνεργάϛαωθαι τῷ ϛαθμῷ Η· β'. ὑπεροχῇ ἄλλῃ, δι' ἧς ἂν ἐξαφανίϛειε τὴν ἀντίϛαϛιν τῆϛ τριβῆϛ, ἣν ὁ μοχλὸς ὑφίϛαται περὶ τὸν κατὰ τὸ Γ ἄξονα (36).

52. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Ἡ φάλαγξ δολία δύναται εἶναι, α'. ἀνιϛοβαρῶν ὄντων τῶν πρὸς δεξιὰν τῆϛ μηχανῆϛ τοῖς πρὸς ἀριϛεράν· β'. διὰ τὸ ϛαθμὸν, ἐὰν ἀκριβῶς μὴ ἕλκῃ τὸ βάρος, ὃ ὑποτίθεται, λίτρας φέρ' εἰπεῖν μιᾶς· γ'. ἐὰν τῶν διαϛημάτων Γ1, 12, 13 κτλ. ἕκαϛον ἄνιϛον ᾖ τῷ ΑΓ· διὰ ταῦτ' ἄρα χαράϛϛειν εἰώθαϛι τὴν φάλαγγα ἕτω· τιθεμένων γὰρ ἐν τῇ πλάϛιγγι τῆϛ φάλαγγος ἀλληλοδιαδόχως βάρεων λίτρας, δυεῖν, τριῶν,

κτλ., οἷς ἀμέλει χρῶνται ἐπὶ τῆ ζυγῆ, χαράσσουσιν ἄλλο μετ' ἄλλο τὰ σημεῖα 1, 2, 3 κτλ., ἐν οἷς δηλονότι τὸ σαθμὸν Η (ἧ τηνικαῦτα ἡ τῆ ἰδίᾳ βάρος ἐξέτασις παροράται) ἀντιῤῥοπεῖ βάρει λίτρας, δυεῖν, κτλ. Τυτὶ ἦν ἔχει δυχερὲς ἡ φάλαγξ, ὅτι ἐκ εὐχερῶς ἀπελέγχεται αὐτῆς ἡ δολιότης, τῆ ζυγῆ εὐμαρέσατα βασανιζομένη (37. κτλ.).

53. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Ε'ὰν τὸ ἔνερθεν τῆς ΑΒ σημεῖον Ο λιφθῇ ἔτως, ὡς τὴν ΑΟ ὑπέρπολυ ἐλάττω εἶναι τῆς ΑΓ, ϗ πρὸς αὐτῷ ἁρμοσθῇ ἄξων ἕτερος, δι' ἧ διαχθείη λαβὴ ἄλλη, ϗ χαραχθῶσιν ἐπὶ τῆ ἔνερθεν μέρος τῆς ΑΒ μέρη, ὧν ἕκασον εἴη ἴσον τῷ ΑΟ, κατασκευασθήσεται ἐντεῦθεν ὥσπερ καινήτις ἄλλη φάλαγξ, ἐφ' ἧς τὸ σαθμὸν Η ἀντιῤῥοπήσει βάρει μείζονι, ϗ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἐν ᾧ ἔσιν ΑΓ : ΑΟ· τὰ μὲν ἧ μεγάλα βάρη σαθμῶνται ἐκ τῆ Οτ μέρους τῆ μοχλῆ, πρὸς τὰ ἄνω ἐσραμμένου, ὃ καλεῖται πρόσωπον τῆ πλείονος, τὰ δὲ μικρὰ ἐκ τῆ ΑΓ πρὸς τὰ ἄνω σρεφομένη, ὃ διὰ τῆτο καλεῖται πρόσωπον τῆ ἐλάττονος βάρους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΚΤΟΝ.

Περὶ ἐντροχίου ἄξονος ϗ ὄνου ϗ ἐργάτου.

54. Κύλινδρος ὁ ΑΒΓΔ (χ. 60), περὶ τὸν ἐαυτῆ ἄξονα ΕΖ περιαγόμενος, ϗ κίοσι δυσὶ τοῖς ΘΙ, ΛΜ, διὰ τῶν τῆ ἄξονος ἄκρων ἐπισηριζόμενος, ϗ κατὰ τὸ μέσον αὐτῆ ταῖς δυσὶ σκυτάλαις, εἴτ' ἓν μοχλοῖς ΟΠ, ΞΤ, τοῖς ὑπ' ἀλλήλων διατεμνομένοις κατ' ὀρθὰς γωνίας

διαπερώμενος, ϗ προσαρτώμενος καλῴδιον τὸ Σβ, ἐξ' ἧ τὴν ἀντίσασιν Ρ κρεμῶσι, ϗ τοῦτο ἐνειλισσόμενος, τῆς δυνάμεως τὰ ἄκρα Ο, Π, Ξ, Τ τῶν σκυταλῶν ὠθέσης πρὸς τὰ κάτω, ϗ τὸν κύλινδρον περὶ τὸν ἄξονα περιφέρεσθαι καταναγκαζέσης, ὁ ἔτω φημὶ παρεσκευασμένος κύλινδρος, ἄξων ἐντρόχιος (*) ὀνομάζεται· ϗ ἐὰν μὲν ὁ κύλινδρος ΑΒΓΔ παράλληλος ᾖ τῷ ὁρίζοντι, καλεῖται Ὄνος, ἐὰν δὲ πρὸς ὀρθὰς αὐτῷ ἐφεστήκῃ (κ. 61), Ἐργάτης.

55. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἐὰν ἐν τῷ ἐντροχίῳ ἄξονι ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίσασιν λόγον ἔχῃ, ὃν ἡ τοῦ κυλίνδρου ἀκτὶς Στ πρὸς τὸ τῆς σκυτάλης ἥμισυ Οχ, εἴτ' ἐν τὸ τοῦ ἑκάσης σκυτάλης ἄκρου ἀπὸ τοῦ κατὰ τὸν κύλινδρον ἄξονος ΕΖ ἀπόσημα, ἔσεται ἀντιῤῥοπία.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἡ μὲν δύναμις προσαρμοζομένη τῷ Ξ, εἶτα τῷ Ο, ϗ τῷ Τ, ϗ τῷ Π, διὰ τῆς τῶν σκυταλῶν περιαγωγῆς κύκλον ὅλον γράφει τὸν ΞΠΤΟ περὶ τὸ τοῦ ἄξονος σημεῖον χ· τὸ δὲ καλῴδιον Σβ, ἐνελισσόμενον τῷ κυλίνδρῳ, κύκλον ὅλον γράφει τὸν Σνυξ, οὗ ἀκτίς ἐσιν αὐτὴ ἡ τοῦ κυλίνδρου ἀκτὶς Στ· γράφονται δὲ ἀμφότεροι ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ· ἡ μὲν οὖν δύναμις, ἐφαρμοζομένη τῷ ἄκρῳ ἑκάσου μοχλοῦ Ξχ, ϗ κατασπῶσα αὐτὸν, πρὸς

(*) Τοῦτ' ἔσιν ἄξων ἐν τῷ τροχῷ· τροχὸς μὲν γάρ ἐσι πᾶσα ὑλικὴ περιφέρεια κύκλου, οἷα ἡ ξυλίνη, ἢ μεταλλίνη ΟΞΠΤ· τὸ δὲ προκείμενον ὄργανον κινεῖται πάντως ἐν τοιούτῳ τροχῷ· εἰ γὰρ ϗ τροχοῦ ἄτερ ἔχει περιάγεσθαι, ὡς ὁ ἐνταῦθα ἐργάτης (κ. 61)· ἀλλὰ τὰ ἄκρα τῶν σκυταλῶν περιφερόμενα, νοητὸν ἡμῖν τὸν τροχὸν παρέχεται· ὥσε ὀρθῶς ἂν ἐντρόχιος ἄξων κληθείη τὸ ὄργανον διὰ γενικοῦ ὀνόματος.

ὀρθὰς αὐτῷ φέρεται, ϗ ἁπτομένη γίνεται τοῦ κύκλου πρὸς τῇ ἀκτῖνι Ξχ· τὸ δὲ καλφώδιον, τεῖνον τὴν ἀντίσασιν P, ϗ αὐτὸ πρὸς ὀρθὰς ἐφέσηκε τῇ τοῦ ἄξονος ἀκτῖνι κατὰ τὸ σημεῖον ξ, πρὸς ᾧ τείνεται ὑπὸ τῆς ἀντισάσεως κατὰ τὴν φορὰν ξP, ἥτις ἁπτομένη γίνεται, ἢ δῆλον, τοῦ κύκλου Σνυξ· ὁδὲν δὲ διαφέρει ὅλως, εἴτε ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω κάθετος ἐφίσαται τῇ ἀκτῖνι τοῦ ἄξονος ἡ φορὰ τῆς ἀντισάσεως, ὡς ἐπὶ τοῦ ὄνου (54), εἴτε ϗ παραλλήλως τῷ ὁρίζοντι, ὡς ἐπὶ τοῦ ἐργάτου (αὐτ.)· ἐπεὶ τοίνυν ἅμα γράφονται, ὅ,τε μέγας κύκλος ΞΠΤΟ, ϗ ὁ μικρὸς Σνυξ, ἡ ταχυτὴς τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν τῆς ἀντισάσεως λόγον ἕξει, ὃν ἡ Ξχ ἀκτὶς τοῦ μεγάλου κύκλου, εἴτ' ἴσον τὸ τῆς σκυτάλης ἥμισυ, πρὸς τὴν τοῦ μικροῦ ἀκτῖνα Στ, εἴτ' ἴσην τὴν ἡμιδιάμετρον τοῦ κυλίνδρου (Γεωμ. 393. Τόμ. Β΄.)· ἄλλως τε, εἴπερ ἡ ὑπὸ τῆς δυνάμεως γραφομένη κυκλικὴ περιφέρεια εἴη φέρε = 12 ποσὶ, ϗ Ξχ = 4Στ, ἡ ἀντίσασις P, ἀνιοῦσα, διανύσει πάντως διάσημα ὑποτετραπλάσιον τοῦ μήκους τῆς μείζονος κυκλικῆς περιφερείας, εἴτ' ἴσον = 3 ποσὶν, ἢ δῆλον καθίσαται, βραχὺ τὸν νοῦν ἐπισήσασι τῇ ἐνταῦθα τελουμένῃ κινήσει· τοιγαροῦν ἡ ταχύτης τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν τῆς ἀντισάσεως :: Ξχ : Στ· ἐπεὶ δὲ ἥτε δύναμις ϗ ἡ ἀντίσασις πρὸς ὀρθὰς φέρονται τῷ μοχλῷ, ὁδέντι μέρος τῆς αὐτῶν ἐνεργείας φθείρεται (15)· ἵνα τοίνυν ἀντιῤῥοπία γένηται, ἐπάναγκες τὴν μάζαν τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν τῆς ἀντισάσεως λόγον ἔχειν :: Στ : Ξχ (15)· ἄρα τὐναντίον, κτλ. Ο. Ε. Δ.

56. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Τὸν ἐντρόχιον ἄξονα ἐκδέξασθαι δυνάμεθα ὡς μοχλὸν γωνιώδη πρωτογενῆ· κέντρον μὲν γὰρ τῆς κατὰ τὴν δύναμιν κινήσεως ἔσι τὸ τοῦ κατὰ

τὸν κύλινδρον ἄξονος σημεῖον χ, ᾧ ἐφίσαται πρὸς ὀρθὰς ἡ σκυτάλη Ξχ· κέντρον δὲ τῆς κατὰ τὴν ἀντίσασιν κινήσεως ἔσι τὸ τῦ ἄξονος σημεῖον τ, ὥπερ ἀντισοιχεῖ πρὸς ὀρθὰς ἡ κυκλικὴ περιφέρεια Σνυξ· ἀλλὰ τῶν κύκλων ΞΠΤΟ, Σνυξ παραλλήλων ὄντων, ἐκλαβεῖν αὐτὰς δυνάμεθα ὡς ὁμοκέντρυς, εἴτ' ἓν ὡς ὄντας ἐπὶ τῦ αὐτῦ ἐπιπέδυ, τῦτ' ἔσιν, ὡς εἴπερ ἥτε δύναμις καὶ ἡ ἀντίσασις περιάγοιντο ἄμφω περὶ τὸ αὐτὸ τῦ ἄξονος σημεῖον τ· ἕτως ἄρα τὸ τ κοινὸν ἂν εἴη κέντρον κινήσεως, εἴτ' ἓν ὑπομόχλιον· καὶ ἄτερος μὲν τῶν τῦ γωνιώδυς μοχλῦ βραχιόνων, ὁ ξτ, εἴτ' ἓν ἡ ἀκτὶς ἡ ἐπιζευγνῦσα τὸ σημεῖον τῆς ἀφῆς, καθ' ὃ ἅπτεται ἡ τῦ καλωδίυ φορὰ τῦ ἄξονος, καὶ τὸ ὑπομόχλιον τ· ἄτερος δὲ ὁ Ξχ.

57. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Ἐπείπερ ἐν τῷ μοχλῷ τὸ πολλὰ ἄνθρωπός ἐσιν ἡ ἐνεργῆσα δύναμις, κατέχων μὲν ἔτι θατέρᾳ τῶν χειρῶν τὴν κατασπαωθεῖσαν σκυτάλην Ξχ, ἁπτομένος δὲ θατέρᾳ τῆς Οχ, ἵνα καὶ ταύτην καθελκύσῃ, τὰς σκυτάλας Ξχ, Οχ, κτλ. δεῖ ἐπιμηκεσέρας ὑπάρχειν, ἢ ὅσον ἐπάναγκες, ἐφ' ᾧ τὸν ταύτας ἑλκύοντα, πρὶν τὴν κατασπαωθεῖσαν ἐάσῃ, δύναθαι τῆς ἑτέρας εὐχερῶς ἀντιλαβέωθαι.

58. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄. Ἐντεῦθεν ἄρα, κἂν, ὅσον ἡ Ξχ > Στ ᾖ, τοσῦτον αὔξῃ ἡ δύναμις τῶν Οχ, Ξχ, ὡρισμένοντι μέγεθος ἐχόντων, τῦ μέντοι ἄκρυ Ο λίαν ἀπέχοντος ἀπὸ τῦ Ξ, ἄνθρωπος, ὁ ἔτι θατέρᾳ χειρὶ τὸ ἄκρον Ξ κατέχων, καὶ θατέρᾳ θατέρῳ ἄκρῳ Ο ἐπιχειρῶν, ἐδύναται καταπάσαι τῦτο κατὰ κάθετον, ἀλλὰ κατὰ φορὰν τὴν Οψ, τὴν τῷ μοχλῷ Οχ πλαγίαν· τηνικαῦτα τοίνυν ἡ ἰσχὺς αὐτῦ ἀναλυομένη, κἂν αὔξειν δοκῇ ἐκ τῦ τῆς σκυτάλης μήκυς, φθείρεται μέντοι ἐκ τῆς ἀναλύσεως

(Φυσ. 139)· ὅσῳ μὲν ἓν ἄρα μακρότεραι γίνονται αἱ τῦ ἐντροχίᾳ ἄξονος σκυτάλαι, τοσούτῳ αὔξει ἡ δύναμις· μακρότεραι μέντοι, ἢ ὅσον ἔδει, γενόμεναι, φθείρυσι τὴν δύναμιν.

59. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ΄. Ε'ὰν, ἀνθρώπυ ἐπὶ θάτερα τῦ ἐντροχλίᾳ ἄξονος ἐσῶτος, ϗ ἄλλην μετ' ἄλλην τὰς δύω σκυτάλας Ξ, Ο, καταστπῶντος κατὰ τὴν φορὰν ΟΞ, ἕτερος ἐπὶ τὰ ἕτερα ἐσὼς, ὠθῇ τὰς ἑτέρας δύω κατὰ τὴν φορὰν ΠΤ, ἡ ἰσχὺς τῆς δυνάμεως διπλασιαθήσεται· τυτὶ δὲ μάλιστα γενέθαι δύναται ἐπὶ τῦ ἐργάτυ, ἐν ᾧ, εὐμαρῶς ἄνθρωποι περὶ τὸν κύλινδρον περιπατῦντες δύω, ϗ τὺς μὲν πόδας τῷ ἐδάφει ἐπερειδοντες, τὰς δὲ χεῖρας ταῖς ἀντιθέτοις σκυτάλαις ΠΥ, πΥ, ϗ ταύτας συμφώνως ὠθῦντες, ἰσχὺς γίνονται μεγάλη, τὴν ἀντίστασιν ἀναστπῶσα, ἣ ἐφελκύυσα κατὰ τὰς χρείας· προσαρμόζονται δὲ τῷ ἐργάτῃ πλείυς σκυτάλαι, ἵν', εἰ δέοι, πλείυς ὦσιν οἱ ἑλκύοντες.

60. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε΄. Α'ντὶ δὲ τῶν σκυταλῶν ΟΠ, ΞΤ προσαρμοθῆναι δύναται τῷ τῦ ἄξονος πέρατι Ζ, ἢ ϗ ἑκατέρῳ τῶν ἄκρων λαβὴ ἡ ρσψ (χ. 62), πρὸς ἣς τῷ μέρει ρσ χεὶρ ἐφαρμοθεῖσα, συμπεριάγει τῇ λαβῇ ϗ τὸν ἄξονα· τῆς ἓν δυνάμεως κληθείσης Δ, ϗ τῆς ἀντισάσεως Α, ἀντιῤῥοπία ἔσαι, ἐὰν ἡ Δ : Α :: Στ : ρψ (55).

61. ΠΟΡΙΣΜΑ ς΄. Ε'ν ἅπασι τοῖς ἤδη εἰρημένοις ἔτε τὴν ποσότητα τῆς ὕλης, ἐξ ἧς ὅ,τε κύλινδρος ϗ αἱ σκυτάλαι, ἔτε τὴν τῆς τριβῆς ἀντίσασιν, ἣν ὑφίσαται ὁ ἄξων περὶ τὰ ὑπομόχλια, ἔτε μὴν τὸ τῦ καλῳδίυ πάχος, ἐλογισάμεθα· ϗ τὸ μὲν τῦ μοχλῦ βάρος ἐκτιμᾶν ἐν τοῖς φθάσασι μεμαθήκαμεν (25)· τὴν δ' ἀντίσασιν τῆς τριβῆς εἰσόμεθα ἐν τοῖς ἐφεξῆς· τὴν δὲ διάμετρον, ἣ

τὸ πάχος τῦ καλωδίυ μὴ ἐχὶ λίαν ποικίλλειν τὰ ἀποτελέσματα ἀναμφίβολον ὅλως· ἐὰν γὰρ ᾖ τὸ τῦ καλωδίυ πάχος = 6 γραμμαῖς, ἡ ἐνέργεια τῆς ἀντιςάσεως, ὑπολογιζομένη ἐκ τῦ ἄξονος, ἐν μὲν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ ἔσαι ἐχὶ Στ, ἀλλὰ Στ + 3 γραμμαῖς· συμβὰν δὲ ἐπανελιχθῆναι τὸ καλῴδιον, ἡ ἀκτὶς τῦ κυλίνδρυ γενήσεται Στ + 9 γραμμαῖς, ἐπὶ δὲ τῦ τρίτυ ἐπανελιγμῦ ἔσαι Στ + 15 γραμμαῖς, κτλ.

62. ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ΄. Ὁ ὄνος, παραλλήλυ τῦ ἄξονος τῷ ὁρίζοντι ὄντος, δεξιὸς μέν ἐςι βάρη ἀνελκύειν πρὸς ὀρθὰς τῷ ὁρίζοντι· δυνατὸν δὲ χρήσαῳαι αὐτῷ καὶ πρὸς τὸ καθελκύειν σώματα τῷ ὁρίζοντι παραλλήλως, τὸ καλῴδιον τροχιλαίᾳ προσαρμόζοντας, κατὰ κάθετον ἐξηρτημένην, ἵνα μεταβάλλῃ τὴν φορὰν ἡ δύναμις· ὡσαύτως δὲ καὶ ὁ ἐργάτης δεξιός ἐςι τὴν ἀντίςασιν παραλλήλως τῷ ὁρίζοντι κινεῖν, ἐὰν μέντοι τροχιλαία προσληφθῇ, δυνατὸν αὐτῷ χρῆῳαι, ὡς ἄν βυλώμεθα.

63. ΠΟΡΙΣΜΑ Η΄. Ἡ φύσις τῦ ὄνυ ἤκιςα μεταβαλεῖ, κἂν τὸ ςερεὸν ΑΒΓΔ (χ. 63), περὶ ὃ περιάγεται ἥτε δύναμις καὶ ἡ ἀντίςασις, μὴ ἡ κύλινδρος, ἀλλὰ κόλυρος οἷον κῶνος, ὡς τὰς ἀλληλοδιαδόχυς ἀκτῖνας ΑΟ, εξ, ιτ, Γλ αὔξεῳαι κατὰ ἀριθμητικὴν πρόοδον· ἐν ᾧ τῳῦν γὰρ σημείῳ τῆς ἐπιφανείας τοιῦδε ςερεῦ, ἐν τῷ ε φέρε, ἢν ὑποτεθῇ ἡ ἀντίςασις, τῦ καλῳδίυ προσαρμοζομένυ περιφερείᾳ κύκλυ, ὕπερ ἀκτίς ἐςιν ἡ εζ, τῆς δὲ δυνάμεως καταγραφέσης ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ κύκλον, ὗ ἀκτὶς ἡ Πυ, ἀντιῤῥοπία ἔσαι, ἐὰν ᾖ Δ : Α :: εζ : Πυ.

64. Τοιγαρῦν τὸ καλῴδιον ξβ, τὸ ἕλκον τὴν ἀντίςασιν Ρ, καὶ ἐκ τῦ ἄκρυ προσηρμοσμένον τῷ Γ, περι-

ειλίχθω περὶ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κολέρου κώνου ΑΒΓΔ, ἐκ τοῦ Γ μέχρι τοῦ Α, τῆς φορᾶς αὐτοῦ ξβ ἀεὶ παραλήλου ἑαυτῇ μενούσης· ἐὰν ᾖ ἡ δύναμις Π κατὰ βραχὺ ἐλαττῶται, καθ' ὃν λόγον ἀπομειοῦνται αἱ ἀκτῖνες Γχ, ιτ, κτλ., ἀντισάσεως τῆς αὐτῆς μενούσης, ἀντιῤῥοπία ἔσαι, ἐπειδὴ ἡ ἀντίσασις ἀντισοιχῇ ταῖς ἀκτῖσι Γλ, ιτ, κτλ.· ἐὰν δὲ τὐναντίον, τοῦ καλωδίου περιελιχθέντος ἐκ τοῦ Γ μέχρι τοῦ Α, δύναμις κειμένη κατὰ τὸ η ἕλκῃ τὸ καλώδιον κατὰ τὴν φορὰν Αη, ἵνα περισρέφῃ τὸν κόλουρον κῶνον ΑΒΓΔ, καθ' ἀπολλύῃ τὴν κατὰ τὸ Π κειμένην ἀντίσασιν, ἀεὶ ὑπελαττωθήσεται, καθ' ὃν λόγον αὔξουσιν αἱ ἀκτῖνες ΑΟ, εζ, ιτ, Γλ· ὃ δῆλον καθίσταται ἐκ τῶν προειρημένων· ἡ δύναμις ἄρα κᾶν ἐν σαθερῷ νόμῳ αὔξηται, κᾶν ὑπομειῶται ὡσαύτως, ἐν τοιᾷδε μηχανῇ τὸ αὐτὸ δύναται τῇ ἐνσάσει παράγειν ἀποτέλεσμα· ὅπερ ἐγένετο ἐν τοῖς ὡρολογίοις, ἐν οἷς ἡ κινοῦσα αἰτία ἐκ ἔσι βάρος, ἀλλ' ἐλατήριον, ὅτινος, ὅσον ἐπεκτείνεται, τὴν ἰσχὺν αὐτοῦ ἀπολλύντος, ἵν' ἐμποιόιη κίνησιν ἰσοταχῆ τοῖς τροχίσκοις, τὴν ἄλυσιν, ἣν ἐπεκτεινόμενον ἑλκύει, ἐνείλιξαν κολέρῳ κώνῳ· οἷόν ἐσι τὸ σερεὸν ΑΒΓΔ· τοῦτο δὲ ἐκ τοῦ ἑλκύοντος ἐλατηρίου κινούμενον, ἅπαν συγκινεῖ τὸ πολυτρόχιον.

65. ΠΟΡΙΣΜΑ Θ'. Ἡ τοῦ ὄνου ἰδιότης ὁδόλως μεταβαλεῖ, κᾶν ὑπὲρ τὰς τέσσαρας πληθυνθῶσιν αἱ σκυτάλαι· ἐὰν δὲ πᾶσαι κατὰ τὰ ἄκρα καλωδίῳ ἐπιζευχθῶσιν, ἢ ἑτέρᾳ σερεᾷ ὕλῃ, ἡ μηχανὴ κυρίως καλεῖται ἄξων ἐντρόχιος τῷ γενικῷ δήπου τῆς μηχανῆς ὀνόματι· τοιαῖδε τὰ πολλά εἰσιν αἱ μηχαναὶ, αἷς ἐκ τῶν φρεάτων ἀντλεῖται τὸ ὕδωρ· περιαγομένου γὰρ τοῦ τροχοῦ ΑΒΓΔ (χ. 64), ἄλυσις, ἣ καλώδιον τὸ Πξ ἐνελισ-

σόμενον τῷ ἄξονι, ἀνέλκει τὴν πλήρη ὕδατος κάλπιν· τοιοίδε δὲ καὶ τῶν δι' ὕδατος μυλώνων οἱ τροχοὶ, ὧν τὴν ἀκτῖνα ΑΟ τοσούτῳ μεγεθύνουσιν, ὅσῳ περ εἴη τὸ κινοῦν ὕδωρ ἔλαττον.

Ὅταν ἡ ΑΟ ἀκτὶς ᾖ λίαν μεγάλη, καὶ ὁ τροχὸς πλατύτατος, ὡς ἔχειν ἄνθρωπον ἐν τοῖς κυρτοῖς αὐτοῦ περιπατεῖν ἀπόνως, καὶ ἀκινδύνως, ἡ μηχανὴ τηνικαῦτα καλεῖται γέρανος, χρησιμεύουσα μάλιστα ἐν ταῖς ναυσὶ, καὶ ἐν τοῖς μεταλλείοις· ἄνθρωπος γὰρ ἐσὼς ἐπὶ τοῦ τροχοῦ ΑΒΓ (κ. 65), προτίθησι τὸν ἕτερον πόδα, ὡς εἰ περιπατεῖν ἐβούλετο, καὶ ὕτω καταστᾷ τὸ τοῦ γεράνου μέρος, ᾧπερ ἐπεστήριζε τὸν πόδα· προτιθεὶς δ' εἶτα τὸν ἕτερον τῶν ποδῶν, καὶ ἐξῆς τὸν ἕτερον, περιστρέφει τὸν τροχόν· καλῳδιον δὲ ἐνελισσόμενον τῷ ἄξονι ἀναστᾷ τὸ βάρος.

66. ΠΟΡΙΣΜΑ Ι΄. Δῆλον δὲ, ὅτι ἐπὶ πασῶν τῶν εἰρημένων μηχανῶν ἡ αὐτὴ δεῖξις ἐπικρατεῖ· ἀντιῤῥοπία γὰρ ἂ μὴ ἔσαι, εἰμὴ ἡ δύναμις εἴη πρὸς τὴν ἀντίσασιν ἐν λόγῳ τῷ τῆς τοῦ κυλίνδρου ἀκτῖνος Πτ πρὸς τὴν τοῦ τροχοῦ ἀκτῖνα ΑΟ (55)· ἀλλὰ καὶ τοῦτο δῆλον, ὡς ἐπὶ τοῦ μοχλοῦ, καὶ ἐπὶ τοῦ ἐντροχίου ἄξονος ὁμοίως, τοῦ χρόνου διαφθειρομένου τὴν ἰσχὺν αὔξεσθαι· ὁ μὲν γὰρ τὸν γέρανον περιστρέφων ἄνθρωπος τάχιστα φαίνεται περιπατῶν· βραδέως δὲ τὸ βάρος ἀνιὸν καθορᾶται.

Ὅταν τροχὸς μὴ κινῇ τὸ βάρος ἀμέσως, ἀλλ' ἐμμέσως διὰ τροχῶν ἄλλων, ἡ μηχανὴ τηνικαῦτα καλεῖται πολυτρόχιον, περὶ οὗ ἡμῖν εἰρήσεται ἐν τῷ περὶ τῶν συνθέτων μηχανῶν κεφαλαίῳ.

67. ΠΟΡΙΣΜΑ ΙΑ΄. Δυνατὸν δὲ τῷ ἐντροχίῳ ἄξονι καθυπαγαγεῖν καὶ ὄργανον ἄλλο κατὰ πολλὰ χρήσιμον εἰς ἄρσιν μεγάλων βάρεων, τοῦ ἄξονος φέρε ἀμά-

ξης πεφορτισμένης· καλείωθω δὲ τοῦτο, εἰδοκεῖ, Ε᾽γ ἔρτης, ἕ κατασκευή ἐσιν ἡ ἐφεξῆς· ἡ μὲν λαβὴ ξο (χ. 66) προσαρμόζεται κατὰ τὸ ο ἄξονι σιδηρῷ, διήκοντι διὰ τοῦ ξυλίνου σεῤῥοῦ σώματος ΑΒΓΔ· ὁ δὲ ἄξων διήκει διὰ τροχοῦ ὀδοντωτοῦ, ἐν τῷ κοίλῳ σεῤῥῷ σώματι ΑΒΓΔ κειμένου, ἕτινος οἱ ὀδόντες εἴσισι τοῖς ὀδοῦσι σκυτάλης ὀδοντωτῆς κ᾽ αὐτῆς τῆς Π· τὸ μὲν ἓν σῶμα ΑΒΓΔ τῇ γῇ ἐπερείδεται· τῇ δὲ κορυφῇ Π τῆς ὀδοντωτῆς σκυτάλης ἐπιτίθεται τὸ ἀρθησόμενον βάρος· δυνάμεως ἓν περιαγέσης διὰ τῆς λαβῆς τὸν ἄξονα, ἕκασος ὀδὺς τοῦ ὀδοντωτοῦ τροχοῦ ἀνάγει ἕκασον τῶν τῆς σκυτάλης, κ᾽ ἕτως αἴρεται τὸ ἐπὶ τοῦ Π βάρος· ἀντιῤῥοπία ἓν ἔσαι, ὅταν ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίσασιν λόγον ἔχῃ, ὃν ἡ ἀκτὶς τοῦ ὀδοντωτοῦ τροχοῦ πρὸς τὴν τῆς λαβῆς ἀκτῖνα ξο, ἐπεὶ μέντοι ἀεί ποτε ἡ ξο ἀκτὶς λίαν ἐσὶ μείζων τῆς τοῦ τροχοῦ ἀκτῖνος, εἷς ἄνθρωπος διὰ ταύτης τῆς μηχανῆς μέγισον ἆραι βάρος δύναται.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΒΔΟΜΟΝ.

Περὶ Τροχιλαίας.

68. Διττόντι εἶδος τροχιλαίας ὑπάρχει· ἀκίνητος ἀμέλει, ἡ μηδόλως τόπον ἀμείβουσα, κ᾽ κινητὴ, ἡ ἀμείβουσα, κ᾽ τῇ ἀντισάσει συγκινουμένη.

69. ΘΕΩΡΗΜΑ Α΄. Ε᾽ν τῇ ἀκινήτῳ τροχιλαίᾳ, ἐφ᾽ ἧς αἱ φοραὶ τῆς δυνάμεως κ᾽ τῆς ἀντισάσεως ἅπτονται τῆς κατὰ τὴν τροχιλαίαν κυκλικῆς περιφερείας ΖΘΕΤ,

(χ. 67) ἀντιῤῥοπία ἔσαι, ἐὰν ἡ τῆς δύναμεως μάζα ἰσῶται τῇ τῆς ἀντισάσεως.

ΔΕΙΞΙΣ. Ὑπομόχλιον γάρ ἐσιν ὁ τῆς λαβῆς ΑΒΔ ἄξων Κ, περὶ ὃν ςρέφεται ὁ τροχὸς ΕΖΘ, κινέμενος ὑπὸ τῦ καλῳδίυ ΗΤΡ, ὅπερ ἑλκύει ἡ ἐν τῷ Η δύναμις· τὸ δὲ τῆς δυνάμεως ἀπὸ τῦ ὑπομοχλίυ Κ ἀπόσημα ἐσὶν ἡ κάθετος ΚΖ, ἡ ἀγομένη ἐκ τῦ ὑπομοχλίυ ἐπὶ τὴν φορὰν τῆς δυνάμεως· ὡσαύτως τὸ ἀπὸ τῦ αὐτῦ τῆς Ρ ἀντισάσεως ἀπόσημα ἐσὶν ἡ κάθετος ΚΕ (12)· ἀλλὰ τῶν φορῶν τέτων ἁπτομένων τῦ κύκλυ ΕΘΖΤ, αἱ ταύταις κάθετοι εἰσὶν αἱ ἀκτῖνες αὐταὶ ΕΚ, ΚΖ (Γεωμ. 151. Τόμ. Β΄.)· τὰ ἄρα τῆς τε δυνάμεως καὶ τῆς ἀντισάσεως ἀπὸ τῦ ὑπομοχλίυ ἀποσήματα εἰσὶν ἴσα, καὶ ἑπομένως ἴσαι αἱ αὐτῶν ταχυτῆτες· ἵν' ἄρα γένηται ἀντιῤῥοπία, τὰς αὐτῶν μάζας ἰσαλλήλυς εἶναι ἐπάναγκες (Φυσ. 410, 115) Ο. Ε. Δ.

70. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Ἡ ἀκίνητος τροχιλαία μοχλός ἐσι πρωτογενὴς, ἧ τὰ μέρη ΕΚ, ΖΚ εἰσὶν ἰσάλληλα· ἀλλὰ καὶ ζυγὸς, ἧ ῥάβδος μέν ἐσιν ἡ τὰ δύω, δι' ὧν κινεῖται τῷ καλῳδίῳ ἡ τροχιλαία, σημεῖα αὐτῆς ἐπιζευγνῦσα διάμετρος ΕΖ (36)· ἡ δὲ δύναμις καὶ ἡ ἀντίσασις τοῖς ἐπὶ τῶν πλασίγγων τιθεμένοις σώμασιν ἀναλογέσι.

71. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Ἡ ἀκίνητος τροχιλαία καθ' ἑαυτὴν μὲν ὔτ' αὔξει, ὔτ' ἐλαττοῖ τὴν ἰσχῦν τῆς ἀντισάσεως, καὶ τῆς δυνάμεως· ἴσαι γὰρ εἶναι τὰς μάζας ἀπαιτῦνται, ἵν' ἀντιῤῥοπία γένηται· διὰ δὲ τὴν τῦ κινεμένυ τροχῦ ΕΖΘΤ ἀδράνειαν, καὶ τὴν τῆς τριβῆς ἀντίσασιν, ἐλαττοῖ τὴν ἰσχῦν· δεῖ γὰρ καὶ ταύταις πρὸς τῷ τῆς ἀντισάσεως βάρει ἀντιπαραταχθῆναι τὴν δύναμιν· ἡ δέ γε τριβὴ τὸ πλεῖον ἀποτελεῖ τῦ κωλύματος· ἡ μὲν γὰρ

ἀδράνεια ἀντίκειται τῇ τῦ τροχῦ κινήσει, πρὶν ἄρξηται κινεῖσθαι· ἀρξαμένυ δὲ, παύεται· ἡ δὲ τριβὴ διαμένει ἀδιάλειπτος· χρησέον ἓν ταῖς ἐπὶ τῦ ζυγῦ εἰρημέναις προφυλακαῖς πρὸς ὑπομείωσιν τῆς τριβῆς (38).

72. Εἰ ϗ ἡ ἀκίνητος τροχιλαία ὑπελαττοῖ τὴν ἰσχὺν τῆς δυνάμεως, χρησιμώτατον ἔμπης ὑπάρχει ὄργανον· ἀ. γὰρ ἐὰν ἀναστάσαι βυληθῶ αὐτὸς ἄνευ τῆς τροχιλαίας τὸ βάρος P κατὰ τὴν φορὰν PE, βασάσαι ἀναγκασθήσομαι τό, τε τῦ ἐμαυτῦ σώματος βάρος, ϗ τὸ τῦ ἀναστωμένυ πράγματος· τῇ μέντοι τροχιλαίᾳ χρησαμένῳ τῇ ἀκινήτῳ, τὸ ἐμὸν βάρος προσαρτώμενον τῷ H, δύναμις καθίσαται, ἀναστῶσα τὸ βάρος P πρὸς τὸ E· β΄. ἐν γένει δὲ τὸ τῆς ἀκινήτυ τροχιλαίας χρήσιμόν ἐσιν, ὅτι τὴν τῆς κινήσεως φορὰν πρὸς τὸ δοκῦν ποικίλειν δυναμεθα· τῆς γὰρ λαβῆς ΑΒΔ σημείῳ μονίμῳ ὕπερθεν τῦ Α διὰ καλωδίυ προσαρτηθείσης, τὸ τῦ τροχῦ ΕΘΖΤ ἐπίπεδον ἀεὶ ἔσαι παράλληλον τῇ φορᾷ ΖΗ, καθ' ἣν ἕλκει ἡ δύναμις· ϗ ἔτω κἂν παντοίως ἡ τῆς δυνάμεως φορὰ ποικίλληται, ἐμποιῆσαι τῇ ἀντισάσει δυνάμεθα, ἣν ἂν βυλώμεθα κίνησιν.

73. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄. Οὐδὲν δὲ κώλυμα γίνεται, κἂν αἱ φοραὶ τῆς δυνάμεως ϗ τῆς ἀντισάσεως μὴ ὦσι παράλληλοι· ἑλκυέτω γὰρ ἡ δύναμις τὴν ἀντίσασιν κατὰ τὴν φορὰν Οψ· αὕτη ἓν καίτοι πλαγιαζομένη τῇ διαμέτρῳ EZ, ἐφίσαται μέντοι πρὸς ὀρθὰς ἀκτῖνί τινι τῇ ΟΚ, ἥτις ἐμφαίνει τὸ ἀπὸ τῦ ὑπομοχλίυ Κ τῆς δυνάμεως ἀπόσημα, ἕτινος ἰσυμένυ ἀεὶ τῷ ΚΖ τῆς ἀντισάσεως ἀποσήματι ἀπὸ τῦ ὑπομοχλίυ Κ, ἀντιῤῥοπίσαι ἔσαι, ὅταν αἱ μάζαι τῆς δυνάμεως ϗ τῆς ἀντισάσεως ὦσιν ἰσάλληλοι (21).

74. ΘΕΩΡΗΜΑ Β΄. Ἐντῇ κινητῇ τροχιλαίᾳ, ἀφαιρεμένων τῶν ἄλλων κωλυμάτων, ἀντιῤῥοπία ἔσαι, ὅταν ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίσασιν λόγον ἔχῃ, ὃν ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιλαίας πρὸς τὴν χορδὴν τὲ τόξυ, ᾧ προσαρμόζεται τὸ καλώδιον (κ. 68).

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐν ταύτῃ γὰρ, τὸ μὲν βάρος P ἐξαρτᾶται τὲ τῆς λαβῆς ἄξονος K· θατέρυ δὲ ἄκρυ τὲ καλωδίυ σημείῳ μονίμῳ τῷ B προσδεθέντος, θάτερον ἡ δύναμις Π ἀναστᾷ πρὸς τὰ ἄνω· ἐννοητέον ἓν μοχλὸν τὸν E Δ ἀρχόμενον ἀπὸ τὲ σημείυ Δ, καθ' ὃ τὸ καλώδιον ἄρχεται κινεῖν τὴν τροχιλαίαν, ᾗ τελευτῶντα εἰς τὸ E, καθ' ὃ παύεται· ἡ δύναμις ἓν ἕλκει πρὸς τὰ ἄνω τὸ τὲ μοχλὲ ΕΔ ἄκρον E, θατέρυ τὲ Δ ἠρεμῦντος· ἐντεῦθεν ἄρα ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ ἡ μὲν ἐξηρτημένη ἀντίσασις τόξον γράφει περὶ τὸ Δ δι' ἀκτῖνος τῆς KΔ, ἡ δὲ δύναμις τόξον ὅμοιον περὶ τὸ αὐτὸ Δ δι' ἀκτῖνος τῆς ΕΔ διαμέτρυ τῆς τροχιλαίας, εἴπερ αἱ φοραὶ τῆς δυνάμεως ᾗ τῆς ἀντισάσεως παράλληλοι εἶεν, ἢ δι' ἀκτῖνος τῆς χορδῆς εΔ, πρὸς ἣ περατῦται ἡ π ε τῆς δυνάμεως φορὰ, εἰ μὴ εἴη τῇ ἀντισάσει παράλληλος· τοιγαρῦν τῆς μὲν ἀντισάσεως ἀπὸ τὲ ὑπομοχλίυ ἀπόσημά ἐσιν ἡ ἀκτὶς KΔ· τῆς δὲ δυνάμεως τὸ ἀπὸ τὲ αὐτὲ ὑπομοχλίυ Δ ἀπόσημα ἡ κάθετος ἴσα, ἡ ἀπὸ τὲ Δ ἐπὶ τὴν αὐτῆς φορὰν ἀγομένη (12) οὐδὲν ἄλλο ἐσὶν, ὅτι μὴ ἡ χορδὴ ΔE, ἣ Δε τὲ τῷ καλωδίῳ ἐνειλιγμένυ τόξυ· ἡ ἄρα ταχύτης τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν τῆς ἀντισάσεως ἔσιν ὡς ἡ χορδὴ τὲ ἐνειλιγμένυ τόξυ πρὸς τὴν ἀκτῖνα· ἵνα ἄρα γένηται ἀντιῤῥοπία, τὴν μάζαν τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν τῆς ἀντισάσεως ἀνάγκη λόγον ἔχειν, ὃν ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιλαίας

πρὸς τὴν χορδὴν τῆ τόξῳ, ᾧ προσαρμόζεται τὸ καλῴδιον (15). Ο. Ε. Δ.

75. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Ἡ κινητὴ τροχιλαία μοχλός ἐσι δευτερογενής· ἐν ταύτῃ γὰρ ἡ ἀντίσασις P μεταξὺ κεῖται τῆ ὑπομοχλίῳ Δ καὶ τῆς ἀντισάσεως P.

76. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Τῶν δὲ φορῶν τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἀντισάσεως παραλλήλων ὐσῶν, ἀντιῤῥοπία ἔσαι, ἐὰν ᾖ Δ : Α :: 1 : 2· χορδῆς γὰρ τηνικαῦτα τῆ ἐνειλιγμένῳ τόξῳ αὐτῆς ἴσης τῆς διαμέτρῳ ΕΔ, τὸ τῆς δυνάμεως ἀπὸ τῆ ὑπομοχλίῳ ἀπόσημα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆ αὐτῆ τῆς ἀντισάσεως ἔσιν :: ΕΔ : ΚΔ :: 2 : 1· ἵν' ἄρα γένηται ἰσοῤῥοπία, δεῖ εἶναι Δ : Α :: 1 : 2.

77. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄. Ὅσον ἡ γωνία τῆ πλαγιαμῆ πτΚ, ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν φορῶν τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἀντισάσεως, μεγαλύνεται, τοσῦτον ἔλαττον βοηθεῖται ἡ δύναμις· ὅσῳ γὰρ μεγαλύνεται, τοσῦτον ἔλαττον τόξον εχΔ ἐνελίσσεται, καὶ ἑπομένως τοσῦτον ἐλαττῦται ἡ χορδὴ εΔ, ἡ ἐμφαίνουσα τὸ ἀπὸ τῆ ὑπομοχλίῳ τῆς δυνάμεως ἀπόσημα· ὅταν φέρε ἡ ὑπὸ πτΚ γένηται ειΚ, ἡ τὴν τῆς δυνάμεως ταχυτῆτα ἐμφανοῦσα χορδὴ ἔσαι ἡ Δ1· τελευταῖον δὲ, ἐὰν τοιαύτη ὑποτεθῆ ἡ τῆς δυνάμεως φορὰ νχΔ, ὡς εἶναι τὸ ἐνειλιγμένον τόξον Δμχ = 60°, ἡ χορδὴ Δχ ἰσωθήσεται τῆ ἀκτῖνι ΚΔ (Γεωμ. 352. Τόμ. Β΄.), καὶ τηνικαῦτα ἡ δύναμις ἥκιστα βοηθεῖται.

78. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ΄. Βαλομένοις δὲ πολλῶν βάρεων ἄλλο μετ' ἄλλο εἰς τόπον τινὰ τὸν Μ διὰ τροχιλαίας ἀναβιβάσαι, ῥᾷσα διανυθήσεται, προσαρτηθέντος μὲν τῆ βάρυς τῆ λαβῆ τῆς κινητῆς τροχιλαίας, τῆ δὲ καλωδίῳ ΕυΧξ διαβιβαθέντος διὰ τῆς ἀκινήτυ τροχιλαίας Υ· ἔτω γὰρ εὐμαρῶς ἐκ τῶν κάτω καθελκυσθήσεται τὸ

καλῴδιον Χξ, τῆς ἀκινήτου τροχιλαίας μετατρεπούσης τὴν τῆς δυνάμεως φοράν.

79. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε΄. Ε'πὶ τῆς κινητῆς τροχιλαίας, ὥσπερ κἀπὶ τῶν ἄλλων μηχανῶν, ᾧ διαφθείρεται ὁ χρόνος, τούτῳ μείζων καθίσταται ἡ ἰσχύς· δῆλον δὲ τοῦτο γίνεται ἐκ τῶν προειρημένων, ἐὰν γὰρ ἡ δύναμις, ἀμέσως ἐφαρμοσθεῖσα τῇ ἀντισάσει Ρ, ἀνασπᾷ αὐτὴν ἐφ' ἑνὸς λεπτοῦ πόδα ἕνα, ἰσχὺν ἔχουσα διπλασίαν τῆς, ἣν εἶχεν ἐν τῷ Π, χρωμένη τῇ τροχιλαίᾳ, δεήσει κατὰ τὸ Π κειμένην χρήσασθαι ἰσχύϊ τῆς προτέρας ὑποδιπλασίᾳ, ἵν' ἐφεξῆς ἀνασπάσῃ δύω πόδας καλῳδίου· δεήσει ἄρα δυσὶ χρήσασθαι ἰσχύσιν, ἑκατέρᾳ διαρκούσῃ λεπτὸν ἕν· δαπανήσει ἄρα διπλοῦν χρόνον, ἵνα παραγάγῃ τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα δι' ἰσχύος ὑποδιπλασίας.

80. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ὅταν πολλαὶ συμβῶσι τροχιλαῖαι συναπαρτῶσι τὴν μηχανήν, ὀνομάζεται Πολύσπαστον, περὶ οὗ ἐροῦμεν ἐν τῷ περὶ τῶν συνθέτων μηχανῶν κεφαλαίῳ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΟΓΔΟΟΝ.

Περὶ πρανοῦς ἐπιπέδου.

81. Τὰ προσανήκοντα τῇ θεωρίᾳ τοῦ πρανοῦς ἐπιπέδου εἴρηται κατὰ πλάτος (Φυσ. 191. κτλ.)· λοιπὸν δὲ βραχέα διελθεῖν ἐνταῦθα περὶ τοῦ, ὅπως τάχιστα δειχθέντα ἐφαρμόζεται τῇ τῆς ἐπὶ τοῦ πρανοῦς ἐπιπέδου κειμένης ἐνσάσεως πρὸς τὴν δύναμιν ἀντιῤῥοπίᾳ· ᾗ τὰ περὶ τῆς χρήσεως ταύτης τῆς μηχανῆς.

82. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Τῶν τριῶν τῶν δε, τῆς κατὰ τὴν δύναμιν μάζης, καὶ τῆς κατὰ τὴν ἀντίσασιν, καὶ τῆ ἡμιτόνῳ τῆς κατὰ τὴν κλίσιν γωνίας, δυοῖν δοθέντων, εὑρεῖν τὸ τρίτον ἐν τῇ ἀντιῤῥοπίᾳ.

ΛΥΣΙΣ. Ἀντιῤῥοπείτω ἡ δύναμις Π (κ. 69) τῇ ἀντισάσει Ρ, ἣν ἀναστᾷ κατὰ τὴν φορὰν ΤΡ τῷ πρανεῖ ἐπιπέδῳ ΒΓ παράλληλον· τοιγαρῦν ἡ ἀπόλυτος βαρύτης τῆ σώματος Ρ πρὸς τὴν χετικὴν αὐτῆ λόγον ἔχει, ὃν τὸ ἡμίτονον τῆς ὀρθῆς γωνίας Δ πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς κατὰ τὴν κλίσιν γωνίας ΓΒΔ (Φυσ. 195)· ἀλλ ἡ μὲν δύναμις Π ἐνεργεῖ καθ' ὅλην αὐτῆς τὴν ἰσχύν, εἴτ' ἓν κατὰ τὴν ἀπόλυτον βαρύτητα· εἴγε σπεύδει πρὸς ὀρθὰς τῷ ὁρίζοντι καταβῆναι· ἡ δ' ἀντίσασις Ρ κατὰ τὴν ἑαυτῆς χετικήν· ἵν' ἄρα γένηται ἀντιῤῥοπία, δεήσει τὴν μάζαν τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν τῆς ἀντισάσεως λόγον ἔχειν, ὃν τὸ ἡμίτονον τῆς κατὰ τὴν κλίσιν γωνίας πρὸς τὸ ὀρθὸν ἡμίτονον.

Ἔστω τοίνυν ἡ τῆς κλίσεως γωνία Β = 10°, καὶ ἡ ἀντίσασις = 100 λίτραις· ἀκῆν τὸ ὀρθὸν ἡμίτονον πρὸς τὸ γωνίας = 10° :: 100 λίτραι : χ = 17, 36 λίτραις· ἐὰν δὲ γνωσαὶ ὦσιν ἥτε μάζα τῆς δυνάμεως = 20 λίτραις, καὶ ἡ τῆς ἀντισάσεως = 100 λίτραις, εὑρεθήσεται ἡ γωνία τῆς κλίσεως· καὶ γὰρ 100 : 20 :: ὀρθ. ἡμ. : χ = ἡμιτόνῳ τῆς κατὰ τὴν κλίσιν γωνίας· ἐὰν δὲ τελευταῖον γνωσὰ ὦσιν ἡ δύναμις = 100, καὶ ἡ τῆς κλίσεως γωνία = 30°, εὑρεθήσεται ἡ ἀντίσασις· καὶ γὰρ ἡμ. 30° : ὀρθ. ἡμ. :: 100 : χ.

83. ΣΧΟΛΙΟΝ. Παντοίας παρέχεται τὰς χρήσεις τὸ πρανὲς ἐπίπεδον· ἀ. ὅταν φορτίσαι βουλώμεθα ἅμαξαν, ἢ ἐκφορτίσαι πραγμάτων ἄγαν βαρέων, ὧν τὴν

κάθοδον ἡρέμα γενέσθαι προσήκει· β΄. ὅταν ἡρέμα βάρη ἀναβιβάσαι βιλώμεθα, ἡνίκα καὶ πολλοῖς χρώμεθα πρανέσιν ἐπιπέδοις κλιμάκων δίκην· γ΄. δύω ἰδιαίτεραι χρήσεις αὐτῆ εἰσιν ὁ Κοχλίας, καὶ ὁ Σφὴν, περὶ ὧν ἑκατέρυ, ἅτε ἰδίαν ἀπαιτῆντος θεωρίαν, ἐρῆμεν ἐν τοῖς ἑφεξῆς κεφαλαίοις.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΝΝΑΤΟΝ.

Περὶ Κοχλίυ.

84. Ε᾽ὰν, κυλίνδρυ τῆ ΑΒΓΔ (χ. 70) περιαγομένυ ἰσομερῶς περὶ τὸν αὐτῆ ἄξονα ΑΒ, ἀκίνητον μένοντα, καὶ ἅμα παραλλήλως αὐτῷ τῷ ἄξονι κινυμένυ κατὰ τὴν φορὰν τῆ ἄξονος ἐκ τῶν κάτω ἐπὶ τὰ ἄνω, τὸ αὐτῆ ἄκρον Α, ὅπερ ἔκειτο κατὰ τὸ α, ἀφίκηται ἐπὶ τῆ ρ, θάτερον δὲ τὸ Β, ὅπερ ἔκειτο ἐπὶ τῆ β, γένηται κατὰ τὸ α· ἐν δὲ ταύτῃ τῇ κινήσει ὑποτεθῇ πρὸς τῷ ἄκρῳ τῆ κινυμένυ τὴν διττὴν κίνησιν κυλίνδρυ βελόνη μόνιμος ἡ οΕ, ἧς ἡ ἀκωκὴ ἐγχρίπτοι τὴν τῆ ἄξονος ἐπιφάνειαν· ἡ ὑπὸ τῆς βελόνης γραφομένη γραμμὴ καὶ ὑπὸ τῶν σημείων ο, υ λαμβανομένη οχτιψυ, καλεῖται σπεῖρα (*).

(*) Δῆλον αὐτίκα καθίσαται τὴν σπεῖραν ταύτην μακρῷ διαφέρειν τῶν εἰρημένων (Υ᾽ψηλ. Γεωμ. 331. Τόμ. Γ΄.) ἐκεῖναι μὲν γὰρ ἐν ἐπιπέδῳ ἐπιφανείᾳ γράφονται· αἱ δὲ ταύτῃ ὁμοειδεῖς ἐν καμπύλῃ, οἵα ἡ τῆ κυλινδρικῆ ἄξονος, ἐφ᾽ ἧ κινεῖται ὁ ἐπικείμενος κύλινδρος· αἱ δὲ ἐπὶ τῶν τοιούτων ἐπιφανειῶν γραφόμεναι καμπύλαι γραμμαὶ διπλῆς καμπυλότητος ὀνομάζονται, ὧν τὰς ἰδιότητας ἰδεῖν πάρεσιν

85. Ε'ὰν δὲ πρίσμα τριγωνικὸν εὐλίγυσον ἐμπεριελιχθῇ τῷ κυλίνδρῳ ἐκ τοῦ ο ἀρξάμενον, καὶ ἐς τὸ υ τελευτῆσαν, ὡς ἓν τῶν αὐτοῦ παραλληλογράμμων προσαρμόζεσθαι ἀκριβῶς τῷ κυλινδρικῷ ἄξονι, τὴν δ' ἀντίθετον ῥάχιν τοῦ πρισματος ἀεὶ συσοιχεῖν τῇ σπείρᾳ οχιτυ· ἢ, βέλτιον εἰπεῖν, ἐὰν ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω ἐγγλυφῇ τῷ κυλινδρικῷ ἄξονι κενόντι σπειροειδὲς, καὶ πρισματικὸν μεταξὺ τῶν προσεχῶν γραμμῶν οχ, ιτ, καὶ μέχρι τῆς Α κορυφῆς· προκύψει ἐντεῦθεν ὁ καλούμενος Κοχλίας.

86. Ε'ὰν δὲ γραμμὴ εὐθεῖα ἡ τυοι ἀχθῇ ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω κάθετος ἑκατέρᾳ τῶν τοῦ κυλίνδρου βάσεων, διατεμεῖ τὴν ὅλην σπεῖραν εἰς τοσαῦτα μέρη ἰσάλληλα τὰ οχτ, τιψ, κτλ., ὁσάκις περιήνεκται ὁ κύλινδρος περὶ τὸν αὐτοῦ ἄξονα· διὸ δὴ τὰ μέρη ταῦτα ἑλιγμοὶ ὀνομάζονται· τὸ δὲ μέρος οτ τῆς εὐθείας γραμμῆς, τὸ ἀπολαμβανόμενον ὑπὸ τῆς ο ἀρχῆς ἑλιγμοῦ τινος, καὶ τοῦ κατ' αὐτὸν τέρματος τ, διάσημα τοῦ κοχλίου προσαγορεύεται· ἐμφαίνει γὰρ ἡ οτ τὸ διάσημα, ὃ διήνυσεν ὁ κύλινδρος, κινούμενος πρὸς τὸ Α ἐκ τοῦ Β, μέχρις οὗ ἡ γραμμὴ υψιμ, ὑπελθοῦσα τὴν βελόνην Ε, ἀπαντήσῃ ταύτῃ καὶ δεύτερον· ἐντεῦθεν ἄρα, ὅσῳ τάχιον ὁ κύλινδρος περιστρέφεται περὶ τὸν αὐτοῦ ἄξονα, τῆς κατὰ τὴν φορὰν ΑΒ ταχυτῆτος αὐτοῦ ἀμεταβλήτου σωζομένης, τοσοῦτον ἔλαττον ἔσαι τὸ τοῦ κοχλίου διάσημα οτ· ἢ, ὃ ταυτὸν, τοσοῦτον οἱ ἑλιγμοὶ προσεχέστεροι ἀλλήλων ἔσονται.

ἐν ταῖς βίβλοις τῶν κατὰ πλάτος περὶ τῆς ὑψηλοτέρας Γεωμετρίας πραγματευσαμένων.

87. Παρὰ δὲ τοῦτον τὸν κοχλίαν, ὃς καλεῖται ἄρσην, τοὺς ἑλιγμοὺς ἐξέχοντας φέρων ἐπὶ τῆς τοῦ κυλίνδρου ἐπιφανείας, ᾗ ἄλλος κατασκευάζεται θῆλυς ὀνομαζόμενος, ᾧ οἱ ἑλιγμοὶ κατ' εἰσοχὰς τῷ κυλίνδρῳ ἐγκολάπτονται· κατασκευάζονται δὲ ὕτως ἑκάτεροι, ὡς τοὺς εἰσέχοντας τούτου ἑλιγμοὺς ὑπεισέρχεσθαι ἀραρότως τοῖς ἐκείνου· καὶ τῆς συναρμογῆς τούτων ᾗ συναφείας μίαν ἀποτελεῖσθαι μηχανήν.

88. Ὑποτεθείσθω ἓν ἤδη ὁ θῆλυς κοχλίας ΑΒΓΔ μένων προσκεκολλημένος τοῖς σύλοις ΕΖ, ΔΗ (χ. 71)· ἐὰν ἓν προσαρτηθῇ βάρος τὸ Π τῷ διαστήματι τοῦ κοχλίου ΘΙ, τῆς τριβῆς ἐξαιρουμένης, οἱ ἑλιγμοὶ λμ τοῦ κοχλίου, ἐπερειδόμενοι τοῖς τοῦ θήλεως, κατελεύσονται δι' αὐτῶν, ὡς διὰ πρανοῦς ἐπιπέδου, ἕκαστος ἄρα τῶν τοῦ θήλεως ἑλιγμῶν πρανὲς ἔσαι ἐπίπεδον, ᾧ μῆκος μὲν αὐτὸ τὸ τοῦ μλτ ἑλιγμοῦ μῆκος, ὕψος δὲ τὸ τοῦ κοχλίου διάστημα τμ· τὸ δὲ βάρος Π, δι' ἓ τὴν βαρύτητα ὁ τοῦ κοχλίου ἑλιγμὸς θλίβει τὸ ἐπίπεδον τοῦ κατὰ τὸν θῆλυν ἑλιγμοῦ, ἐκλαμβάνεται ὡς κείμενον ᾗ αὐτὸ ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ πρανοῦς ἐπιπέδου, εἴτ' ἓν τοῦ κατὰ τὸν θῆλυν ἑλιγμοῦ· τοιγαροῦν ἡ βαρύτης ἡ κατέχουσα τοῦτο τὸ βάρος, εἴτ' ἓν ἡ χετικὴ αὐτοῦ κειμένου ἐν τῷ κοχλίᾳ βαρύτης πρὸς τὴν ἀπόλυταν αὐτοῦ λόγον ἔχει, ὃν τὸ τοῦ κοχλίου διάστημα πρὸς τὸ μῆκος τοῦ ἐπιπέδου, εἴτ' ἓν τὸ ἑνὸς τῶν ἑλιγμῶν (Φυσ. 193).

89. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ὁ κοχλίας ἄρα καθ' ἑαυτὸν ἰδέν ἐσιν ἄλλο, ἢ πρανὲς ἐπίπεδον.

90. ΣΧΟΛΙΟΝ. Διὰ δὲ τὴν, ἣν παρέχεται χρῆσιν, μηχανὴ ἀποτελεῖται ὁ κοχλίας ἐκ πρανοῦς ἐπιπέδου, ᾗ μοχλοῦ συγκειμένη· χρῶνται γὰρ ἄνθρωποι τῷ κοχλίᾳ, ἤτοι πρὸς ἀνύψωσιν σώματος τοῦ Π, στρέφοντες τὴν σκυ-

τάλην, ἢ τὸν μοχλὸν ΙΚ, ϗ ἔτω τὸν κοχλίαν ΙΘ ἀναβῆναι ἀναγκάζοντες διὰ τῶν ἑλιγμῶν μλτ τῆ θήλεως κοχλίᾳ ΑΒΓΔ τῆ σερῥῶς προσκεκολλημένᾳ τοῖς σύλοις ΕΖ, ΓΗ, ἢ πρὸς κατάθλιψιν σώματος, ὃ διττῶς ἂν διαπραχθείη· ά. τίθεται κατὰ τὸ Π μεταξὺ τῆ ἐπιπέδᾳ αδβΡ, ϗ τῆ εζϑΗ, τὸ πιεσθησόμενον, ϗ ὁ κοχλίας κατελθεῖν ἀναγκάζεται διὰ τῆ μοχλῆ ΙΚ· β'. ἐνίοτε δὲ τἀναντίον, μένει μὲν ἀκίνητος ὁ κοχλίας ΙΘ· τιθεμένᾳ δὲ τῆ πιεσθησομένᾳ σώματος μεταξύ τινος ἐπιπέδᾳ τῆ α βδΡ, καὶ τῆ θήλεως κοχλίᾳ ΑΒΓΔ, περιάγουσα τὸν θῆλυν κοχλίαν ἐκ τῶν ἄκρων αὐτῆ Δ, Β, ὅτε ὁ αὐτὸς θῆλυς κοχλίας ϗ μοχλὸς διπλῆς καθίσαται Βχδ.

91. Ἀλλ' εἰ ϗ ὁ κοχλίας ἔτως ἀεὶ γίνεται σύνθετος μηχανὴ, ἀλλὰ τὴν ἐπ' αὐτῆ θεωρίαν τῆς ἀντιῤῥοπίας ἐνταῦθα ἐκθησόμεθα, περὶ τὰς ἁπλᾶς ἔτι τῶν μηχανῶν ἀχολέμενοι· τὴν μὲν ἣν ἀντίσασιν, ἣν προϊέχεται σῶμάτι πιεζόμενον, ἐκδεξόμεθα ὡς τὴν τῆ ἀναστπωμένᾳ σώματος· τὴν δὲ δύναμιν, ὡς τὴν τῆ ἀναστπῶντὸς· τὰ μάζας ἄρα τῆς δυνάμεως ϗ τῆς ἀντισάσεως κἀνταῦθα ἐκληψόμεθα, ὡς κἀν ταῖς προεκτεθείσαις μηχαναῖς.

92. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἐν τῷ κοχλίᾳ ἀντιῤῥοπία ἔσαι, ὅταν ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίσασιν ἔχη λόγον, ὃν τὸ τῆ κοχλίᾳ διάσημα πρὸς τὴν κυκλικὴν περιφέρειαν, ἣν ἡ τῷ ἄκρῳ Κ, ἢ Δ προσηρμοσμένη δύναμις καταγράφει.

ΔΕΙΞΙΣ. Τῆς γὰρ τῷ Κ προσηρμοσμένης δυνάμεως ὅλην περιφέρειαν γραφέσης περὶ τὸ Ι σημεῖον τῆ ΙΘ ἄξονος, ὁ κοχλίας ἀνιὼν διανύσει ἑλιγμὸν ἕνα, ϗ ἑπομένως τὸ βαρὺ σῶμα Π, τὸ προσηρτημένον τῷ τῆ κοχλίᾳ ἄξονι, ἀναστασθήσεται εἰς ὕψος ἴσον ἐνὶ τῆ κοχλίᾳ διασήματι τῷ ιρ· ὡσαύτως, εἰ προκέοιτο σῶμα καταπιέσαι

ἐν τῷ Π, ὅπερ ὡς ἀντίσασιν ἐκλαμβάνομεν, τῆς πρὸς τῷ Κ δυνάμεως ἅπαξ περιαγομένης, ὁ τῦ κοχλίε ἄξων, ϗ ἑπομένως ἡ ἀντίσασις, κατελεύσεται ἐλιγμὸν ἕνα· ἡ ἄρα τῆς δυνάμεως ταχυτὴς πρὸς τὴν τῆς ἀντισάσεως, λόγον ἔχει, ὃν ἡ ὑπὸ τῆς δυνάμεως γραφομένη κυκλικὴ περιφέρεια πρὸς τὸ τῦ κοχλίε διάσημα· ἵν' ἄρα γένηται ἀντιῤῥοπία, τὴν μάζαν τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν τῆς ἀντισάσεως ἐπάναγκες λόγον ἔχειν, ὃν τὸ τῦ κοχλίε διάσημα πρὸς τὴν ὑπὸ τῆς δυνάμεως γραφομένην κυκλικὴν περιφέρειαν (Φυσ. 115). Ο. Ε. Δ.

93. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Ἐν τῷ αὐτῷ κοχλίᾳ ὅσῳ μείζων ἂν ᾖ ὁ μοχλὸς ΙΚ, πρὸς ἃ τῷ ἄκρῳ ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις, τοσῦτον ἀναλόγως αὔξει ἡ δύναμις. αἱ γὰρ κυκλικαὶ περιφέρειαι εἰσὶν ὡς οἱ μοχλοὶ, τῦ κατὰ τὸν κοχλίαν διασήματος, ϗ ἑπομένως τῆς κατὰ τὴν ἀντίσασιν ταχυτῆτος τῆς αὐτῆς μενέσης.

94. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Ἐν διαφόροις κοχλίαις τῦ κατὰ τὸν μοχλὸν μήκυς ἀναλλοιώτυ μένοντος, τοσῦτον αὔξει ἡ τῆς δυνάμεως ἰσχὺς, ὅσον ἂν ᾖ ἔλαττον τὸ τῦ κοχλίε διάσημα, ἢ, ὃ ταυτὸν, ὅσον οἱ ἐλιγμοὶ εἶεν προσεχέστεροι.

95. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄. Ἐντεῦθεν ἕπεται τὴν ἐνέργειαν, ἣν ἡ δύναμις ἐπιδρᾷ τῇ ἀντισάσει ἐν τῷ κοχλίᾳ, λόγον ἔχειν σύνθετον ἔκτε τῦ ὀρθῦ λόγυ τῶν περιφερειῶν, ϗ ἑπομένως τῶν κατὰ τὺς μοχλὺς μηκῶν, ἅτινα εἰσὶν αἱ τῶν περιφερειῶν ἀκτῖνες, ϗ ἐκ τῦ ἀντιστρόφυ τῶν τῦ κοχλίε διασημάτων, ϗ ἑπομένως ἡ δύναμις αὕτη ἔσιν ὡς τὸ πηλίκον τὸ διαιρέσει τῆς περιφερείας διὰ τῦ κατὰ τὸν κοχλίαν διασήματος προερχόμενον (*).

(*) Ὅταν μὲν γὰρ ποσὰ δύω Π, π ἀντιπεπουθότα

96. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α΄. Ε'κ τῶν τεσσάρων τέτων, τῦ κατὰ τὸν μοχλὸν μήκυς, τῦ κατὰ τὸν κοχλίαν διαλόγου ἔχωσι δυοῖν ἑτέρων Ξ, ξ, τὴν ἀναλογίαν ταύτην ἐκδηλῶσαι δυνάμεθα ἤτοι διὰ $\Pi = \frac{1}{\Xi}$, ἢ διὰ $\Xi = \frac{1}{\Pi}$ (Σημ. 286 τῆς Φυσ.)· ὅταν δὲ τἐναντίον δύω ποσὰ Π, π ἐν ὀρθῷ λόγῳ ὦσι δυοῖν ἑτέρων ποσῶν Ξ, ξ, δυνατὸν ἐν τῇ ὀρθῇ ἀναλογίᾳ Π : π :: Ξ : ξ, ὑποθεῖναι = 1 τὴν ἐλάττω ποσότητα ἑκατέρυ εἴδυς· ὅθεν Π : 1 :: Ξ : 1· ἄρα (Συμβ. Λογ. 238. Τόμ. Α΄.) $\Pi = \frac{\Xi}{1}$, καὶ $\Xi = \frac{\Pi}{1}$, εἴτ' ἓν Π = Ξ· διὸ δὴ ἐμφαίνειν εἰώθασιν, ὅτι δύω ἑτεροειδεῖς ποσότητες Π, Ξ ἐν ὀρθῇ εἰσιν ἀναλογίᾳ, γράφοντες $\Pi = \frac{\Xi}{1}$, ἢ Π = Ξ· τἐναντίον δὲ ἵνα δηλώσωσιν, ὅτι δύω ποσὰ ἐν ἀντιςρόφῳ εἰσὶν ἀναλογίᾳ, γράφυσι $\Pi = \frac{1}{\Xi}$, ἢ $\Xi = \frac{1}{\Pi}$· ἐὰν ἄρα δύω γινόμενα ὦσιν, ἐν λόγῳ μὲν ὀρθῷ δύω περιφερειῶν Γ, 1, εἴτ' ἓν ἐν λόγῳ δηλυμένῳ διὰ $\frac{\Gamma}{1}$, ἢ διὰ Γ, ἐν λόγῳ δὲ ἀντιςρόφῳ δυοῖν διασημάτων τῦ κοχλίυ, Π, 1, εἴτ' ἓν ἐν λόγῳ $\frac{1}{\Pi}$, ἢ δὲ ὁ πρὸς ἄλληλα αὐτῶν λόγος σύνθετος ἐκ τῶν δυοῖν τέτων λόγων (Συμβ. Λογ. 291. Τόμ. Α΄.), ἔσονται ταῦτα ἐν τῷ λόγῳ $\frac{\Gamma}{1} \times \frac{1}{\Pi} = \frac{\Gamma}{\Pi}$, εἴτ' ἓν ὡς ἡ περιφέρεια διηρημένη διὰ τῦ κατὰ τὸν κοχλίαν διασήματος.

Ε'ντεῦθεν ἄρα δῆλον ἐν γένει, ὅταν δύω ποσότητες ἐν ὀρθῷ μὲν ὦσι λόγῳ ποσότητός τινος, ἀντιςρόφῳ δὲ ἑτέρας, δυνατὸν ἐμφῆναι τὸν ἐκ τέτων σύνθετον λόγον διὰ τῦ πηλίκυ τῦ διαιρέσει τῆς πρώτης διὰ τῆς δευτέρας προερχομένυ.

σήματος, τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἀντισάσεως, τριῶν δοθέντων, εὑρεῖν τὸ τέταρτον ἐν τῇ ἀντιῤῥοπίᾳ.

ΛΥΣΙΣ. Μία μόνη περίπτωσις καὶ τὰς ἄλλας εὐκόλως ἐπιλύσει κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον· ἔσω γὰρ ἡ ἀντίσασις = 1000 λίτραις, καὶ τὸ τοῦ κοχλίου διάσημα = 1 δακτύλῳ, καὶ τὸ τοῦ μοχλοῦ μῆκος = 10 δακτύλοις· ἵν' ἓν εὑρεθῇ ἡ τῇ ἀντισάσει ἰσορρόπήσουσα δύναμις, ἀ. ζητηθήτω κυκλικὴ περιφέρεια, ἧς ἡ ἀκτὶς εἴη = 10 δακτύλοις διὰ τῆς ἀναλογίας 7 : 22 :: 20 δάκτυλοι : χ = $62\frac{6}{7}$ δακτύλοις (Γεωμ. 375. Τόμ. Β'.) β'. εὑρεθήτω ἡ δύναμις ἐκ τῆς ἀναλογίας· χ : 1000 λίτρας :: 1 δάκτυλος : $62\frac{6}{7}$ δακτύλους· ὅθεν $\chi = \frac{1000}{4\frac{4}{7}^{0}} = 15\frac{10}{11}$ λίτραις (Α'. ριθ. 205)· σῶμα τοίνυν ἰσοβαρὲς 16 λίτραις ἐν ταύτῃ τῇ μηχανῇ βασάσει ἀντίσασιν ἰσοβαρῆ λίτραις 1000.

97. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β'. Ἐν δυσὶ κοχλίαις δοθέντων τῶν διασημάτων, καὶ τῶν κατὰ τοὺς μοχλοὺς μηκῶν, εὑρεῖν ἐν ἑκατέρῳ τὸν τῶν κατὰ τὰς δυνάμεις μαζῶν λόγον, ἵνα γένηται ἀντιῤῥοπία ἐν ἑκατέρῳ.

ΛΥΣΙΣ. Ἔσω τοῦ μὲν τὸ διάσημα = 1 δακτύλῳ, καὶ τὸ κατὰ τὸν μοχλὸν μῆκος = 10 δακτύλοις· θατέρου δὲ τὸ μὲν διάσημα = 2, τὸ δὲ τοῦ μοχλοῦ μῆκος = 40· ἔσι τοίνυν $\frac{10}{1}$ = 10, καὶ $\frac{40}{2}$ = 20· ἡ ἄρα ἰσχὺς τῆς δυνάμεως τῆς ἐν τῷ πρώτῳ κοχλίᾳ, ἔσι πρὸς τὴν ἰσχὺν αὐτῆς ἐν τῷ δευτέρῳ ἐνεργούσης :: 10 : 20 :: 1 : 2· ἵν' ἄρα γένηται ἐν ἑκατέρῳ ἀντιῤῥοπία, ἀντισάσεως τῆς αὐτῆς ἐν ἑκατέρῳ ὔσης, ἡ ἐν τῷ πρώτῳ μάζα τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν ἐν τῷ δευτέρῳ ὀφείλει ἔχειν :: 2 : 1, εἴτ' ἓν ἀντιστρόφως ὡς τὰ κατὰ τοὺς μοχλοὺς μήκη διαι-

ρεθέντα διὰ τῶν κατὰ τὰς κοχλίας διαστημάτων (95, καὶ Γεωμ. 393. Τόμ. Β΄.)

98. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ΄. Ἐν τῷ κοχλίᾳ, ὡς κἂν ταῖς ἄλλαις μηχαναῖς, ᾧ καταναλίσκεται ὁ χρόνος, τούτῳ αὔξει ἡ δύναμις.

99. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε΄. Οἱ κοχλίας, πρανὲς ἐπίπεδον ὤν, κάτεισί τε καὶ ἄνεισι, καθ' ὃν αὐτῷ ἐπενεργοίη λόγον ἡ δύναμις, ὡς ἤδη εἴδομεν· ἀλλ' οἱ λόγοι τῆς θεωρίας ταύτης ἧσσα κρατοῦσιν, εἰ προσλογισθείη τῇ ἀντισάσει τῶν ἀνελκομένων ἢ κατασπωμένων σωμάτων καὶ ἡ ἐκ τῆς τριβῆς ἀντίσασις.

Ἀλλὰ κἂν ἡ τριβὴ ζημιώδης γίνηται τῷ κοχλίᾳ, κωλύουσα τὴν ἰσχὺν τῆς δυνάμεως, τὰ πολλὰ μέντοι ὠφέλιμος γίνεται, ὅτι τῆς δυνάμεως τοῦ ἐνεργεῖν παυομένης, ἡ ἔτι τὸ ἐνδόσιμον ἔχουσα τῆς ἀντισάσεως κίνησις δεῖται κωλύματος, τῆς τριβῆς αὐτὴν ἰσώσης.

Φημὶ δὲ τὰ πολλά· πολλάκις γὰρ ἡ τριβὴ ἐκ ἀφανίζει τὴν κίνησιν τῆς ἀντισάσεως, εἴτ' ἓν ὅταν μεγάλα μὲν ὦσι τὰ διαστήματα, ὀλιγάριθμοι δὲ οἱ ἕλιγμοὶ, καὶ ἔτι ἐλαίῳ καταλελειμμένοι· καθορᾶται τοιγαροῦν ἐν τοῖς πιεστηρίοις ὁ μοχλὸς, ὃν ἰσχυρῶς ἂν περιαγάγοιτις, μεθ' ὁρμῆς περιστρεφόμενος, καὶ τοὺς παρατυχόντας πέριξ καταλυμαινόμενος.

100. ΠΟΡΙΣΜΑ ς΄. Πολλοῖς δὲ καὶ ἄλλοις παρὰ τὰ εἰρημένα χρήσιμός ἐστιν ὁ κοχλίας· κινήσεις γὰρ δι' αὐτοῦ οἷον ἀκατάληπτοι μὲν, ἰσάλληλοι δὲ, σώμασιν ἐμποιοῦνται· ἐπιπώματά τε παντοίοις σκεύεσι γίνεται, δυσχερῶς ἢ εὐδόλως τῶν σκευῶν ἐκπίπτοντα, εἰ μήτις περιαγωγὴ ταῦτα βελτιοῖ ἀφελεῖν· ἀλλὰ καὶ τὰ σμικρότατα διαστήματα δι' αὐτοῦ μετροῦνται, ἡνίκα καὶ ὀνόματι ἰδίῳ ὁ κο-

χλίας μικρόμετρον ὀνομάζεται· κείσθω γὰρ ἀπὸ τῆς μικρᾶς γραμμῆς AB (χ. 72) τεμεῖν γραμμὴν ἔτι ἐλάσσω τὴν AΓ, ἥτις εἴη πρὸς τὴν πρώτην ἐν λόγῳ δεδομένῳ, οἷον :: 1 : 100· εἰλήφθω ἓν ὁ ΔE κοχλίας, ὅπερ εἶεν οἱ ἑλιγμοὶ ἰσάλληλοί τε καὶ προσεχέσατοι· καὶ πρὸς τῷ ἄκρῳ αὐτοῦ προσηρμόσθω κύκλος, διηρημένος εἰς τὰς αὐτοῦ μοίρας, καὶ βαθμοδείκτης ὁ EZ, κινούμενος περὶ τὸν κύκλον, καὶ ὡς μοχλὸς ἅμα τὸν κοχλίαν περὶ τὸν αὐτοῦ ἄξονα κινῶν· τοῦ δὲ θήλεως ἓν ΘH ἀκινήτου μένοντος, περιήχθω ὁ ἄρρην διὰ τοῦ βαθμοδείκτου EZ· καὶ μετρηθήτωσαν αἱ περὶ τὸν κύκλον περίοδοι τοῦ βαθμοδείκτου, καὶ αἱ μοῖραι μιᾶς, ἐστ' ἂν ὁ κοχλίας ἐκ τοῦ A μέχρι τοῦ B ἀνέλθῃ, καὶ διηρήσθω ὁ 100 ἀριθμὸς διὰ τῶν κατὰ τὰς περιόδους μοιρῶν· εἶτα δὲ τοῦ σημείου Δ τεθέντος ἀκριβῶς ἐπὶ τοῦ A, περιηνέχθω ὁ βαθμοδείκτης ἐπὶ τοῦ διηρημένου κύκλου, μέχρις ἂν τόσας μοίρας αὐτοῦ διέλθῃ, ὅσας ἔχει μονάδας τὸ προκύψαν πηλίκον.

Βουλομένοις δὲ μαθεῖν τἐναντίον, πόσον μέρος ἐστὶν ἡ AΓ τῆς AB, μετρηθήτωσαν τὰ ἐπὶ τοῦ κύκλου μέρη, ἃ σημαίνει ὁ βαθμοδείκτης ἔς τ' ἂν ἐπὶ τοῦ Γ γένηται ὁ κοχλίας· ἐξῆς δὲ, ἃ σημαίνει, μέχρις ἂν ἀνέλθῃ ἐπὶ τὸ B· καὶ ὁ ἀριθμὸς ἕτος διηρήσθω δι' ἐκεῖνα· τὸ δὲ πηλίκον δηλώσει, ὁπόσον ἐστὶν ἡ AΓ τῆς AB μέρος.

Τὸν δὲ κύκλον τὸν ὑποκείμενον διελεῖν ἔχομεν καὶ εἰς μέρη ὀλιγάριθμα, εἴτ' ἓν 4 ἢ 8, ἢ 16, εἰ μόνον εἴη ἰσάλληλα.

101. ΟΡΙΣΜΟΣ. Ὁ ἄρρην κοχλίας ΓΔ (χ. 73), ὁ ἐνηρμοσμένος τροχῷ ὀδοντωτῷ τῷ E, καὶ τῷ κυλίνδρῳ EZ ἐνελίσσεται καλῴδιον τὸ EP, ἀνασπῶν τὴν ἀντίσασιν P, καὶ λαβὴν ἔχων τὴν AB τῷ τοῦ κοχλίου ἄξονι BΘ προσ-

ηλωμένην, ἧς ἐπιλαμβανομένη δύναμις ἡ Α, περιφέρει, ὥστε τὰς ἐλιγμὰς τοῖς ὀδοῦσι τοῦ τροχοῦ εἰσδυομένας ἐκ διαδοχῆς περιάγειν τὸν τροχὸν, ᾗ ἐκ τούτου τῆς χορδῆς τῷ κυλίνδρῳ ἐνελισσομένης, ἀνασπᾶσθαι τὴν ἀντίσασιν Ρ, καλεῖται κοχλίας ἀπέραντος· εἴγε ἐδέποτε ἡ ἐν αὐτῷ κίνησις παύεται, ἀεὶ ἄλλων ᾗ ἄλλων ὀδόντων τοῖς ἑλιγμοῖς εἰσερχομένων ἐπ' ἄπειρον (*). Σύνθετος δέ ἐστιν αὕτη ἡ μηχανή· ἀλλ' ὅσον ἥκει εἰς τὴν θεωρίαν τῆς ἀντιῤῥοπίας, ἐνταῦθα ἐκθησόμεθα πρὸς πλείω εὐμάρειαν.

102. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἐν τῷ ἀπεράντῳ κοχλίᾳ ἀντιῤῥοπία ἔσαι, ὅταν ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίσασιν ἐν λόγῳ ᾖ συνθέτῳ ἔκτε τοῦ λόγου, ὃν ἔχει τὸ τοῦ κοχλίου διάστημα πρὸς τὴν ὑπὸ τῆς τῇ λαβῇ προσηρμοσμένης δυνάμεως γραφομένην κυκλικὴν περιφέρειαν, ᾗ τοῦ, ὃν ἔχει ἡ τοῦ κυλίνδρου, ᾧ τὸ καλωδιον τὸ τὴν ἀντίσασιν ἀναστπῶν ἐνελίσσεται, ἀκτὶς πρὸς τὴν τοῦ ὀδοντωτοῦ τροχοῦ ἀκτῖνα.

ΔΕΙΞΙΣ. ά. Ὅταν ἡ τῷ Α προσηρμοσμένη δύναμις γράφῃ κυκλικὴν περιφέρειαν, ἧς ἀκτίς ἐστιν ἡ ΑΒ, ὁ κοχλίας ἕνα περιάγεται ἑλιγμὸν, ὃς τὸν ὀδόντα Δ τοῦ τροχοῦ κινεῖ τοσοῦτον διάστημα, ὅσον ἐστὶ τὸ διάστημα τοῦ κοχλίου· ἀλλ' ὁ ὀδὼς Δ, ὃν ἡ δύναμις κινεῖ ἔστιν αὐτὴ ἡ ἀντίσασις, ἣν ἔλκει ἡ ἐν τῷ Α τιθεμένη δύναμις· ἐὰν ἓν κληθῶσι Ρ' ἡ ἀντίσασις, ᾗ Π ἡ δύναμις, ᾗ Ξ τὸ τοῦ κοχλίου διάστημα, ᾗ Γ ἡ ὑπὸ τῆς δυνάμεως γραφομένη πε-

---

(*) Ὁ μὲν γὰρ προεκτεθεὶς ἁπλοῦς κοχλίας περιελθὼν ἅπαντας τοὺς ἑλιγμοὺς τοῦ, περὶ οὗ στρέφεται, κοχλίου καταπαύσται· ὁ δὲ ἄπειρος ἔχει περιάγεσθαι περὶ τὸν ὀδοντωτὸν τροχόν.

ριφέρεια, ἀντιῤῥοπίας ἴσης τῇ δυνάμει ϗ τῷ ὀδόντι P^1, ἔσαι $\Pi : P^1 :: \Xi : \Gamma$ (Φυσ. 115).

β΄. Ο᾽ ὀδὲς Δ, ὃν ἐκαλέσαμεν P^1, δύναμις γίνεται πρός γε τὴν ἀντίσασιν αὐτὴν P· ὁ γὰρ ὀδὲς Δ, ᾗ P^1 ἀναγκαῶτεὶς πρὸς κίνησιν ὑπὸ τῆς δυνάμεως, ἀναγκάζει ϗ αὐτὸς πρὸς κίνησιν τὸν κύλινδρον τοῦ τροχοῦ, ϗ ἑπομένως τὴν P ἀντίσασιν, κατὰ πᾶσαν, ἣν ἐδέξατο ἐκ τῆς δυνάμεως ἰσχύν· ἀλλαμὴν ὁ ὀδοντωτὸς τροχὸς ἄξων ἐσὶν ἐντρόχιος, ἐφ᾽ οὗ δέδεικται ἀντιῤῥοπίαν εἶναι τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν ἀντίσασιν, λόγον ἐχούσης, ὃν ἡ τοῦ κυλίνδρου ἀκτὶς α πρὸς τὴν τοῦ τροχοῦ ἀκτῖνα Α· ἐντεῦθεν ἄρα προκύπτει ἡ ἀναλογία (66) $P^1 : P :: \alpha : A$.

Πολλαπλασιαωθεισῶν ἓν τῶν δύω ἀναλογιῶν $\Pi : P^1 :: \Xi : \Gamma$, ϗ $P^1 : P :: \alpha : A$ πρόεισι $\Pi P^1 : P^1 P :: \Xi\alpha : A\Gamma$· διαιρεθέντος δὲ τοῦ πρώτου λόγου διὰ P^1 (Συμ. Λογ. 247. Τόμ. Α΄.) προέρχεται $\Pi : P :: \Xi\alpha : A\Gamma$, τοῦτ᾽ ἔσιν, ἐν ὅλῃ τῇ μηχανῇ ἀντιῤῥοπίας ἴσης, ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίσασιν λόγον ἔχει, ὃν τὸ γινόμενον ὑπὸ τοῦ κατὰ τὸν κοχλίαν διασήματος Ξ, ϗ τῆς τοῦ κυλίνδρου ἀκτῖνος α, πρὸς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆς κυκλικῆς περιφερείας Γ, ϗ τῆς τοῦ τροχοῦ ἀκτῖνος Α· ἀλλαμὴν δύω γινόμενα πρὸς ἄλληλα εἰσὶν ἐν λόγῳ συνθέτῳ ἐκ τῶν λόγων τῶν ποιητῶν (Συμβ. Λογ. 291. Τόμ. Α΄.), εἴτ᾽ ἓν ἐκ τοῦ λόγου $\Xi : \Gamma$, ϗ ἐκ τοῦ λόγου $\alpha : A$· ἄρα κτλ. Ο. Ε. Δ.

103. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Δοθέντων ά. τοῦ κατὰ τὸν κοχλίαν διασήματος = 1· β΄. τῆς τῇ δυνάμει γραφομένης κυκλικῆς περιφερείας = 30· γ΄. τῆς τοῦ κυλίνδρου ἀκτῖνος = 1· δ΄. τῆς τοῦ ὀδοντωτοῦ τροχοῦ ἀκτῖνος = 10· εὑρεῖν, οὗ ἔχοι λόγον ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίσασιν, ἵνα γένηται ἀντιῤῥοπία.

ΛΥΣΙΣ. Οἱ μὲν δύω συνθετικοὶ λόγοι εἰσὶ $\frac{1}{30}$, $\frac{1}{10}$ ὁ δ' ἀπ' αὐτῶν παραγόμενος $\frac{1}{300}$· ἵν' ἄρα γένηται ἀντιῤῥοπία, τὴν δύναμιν πρὸς τὴν ἀντίσασιν ἐπάναγκες ἔχειν :: 1 : 300· τοῦτ' ἔσιν ἐὰν ἡ δύναμις λίτραν ἑλκυ καί τι πρὸς, ἀναστᾶσαι δυνήσεται σῶμα, ἕλκον λίτρας 300.

Ἰδὲ δὲ τούτου ὁ λόγος ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ λογισμοῦ δείξεως ἐλεύθερος· τῆς γὰρ περιφερείας, ἣν γράφει ἡ δύναμις, ἴσης τριακονταπλασίας τοῦ κατὰ τὸν κοχλίαν διασήματος, τοῦ ὑπὸ τῆς ἀντισάσεως P διανυσθέντος, εἴπερ εἴη ἐπὶ τοῦ Δ ἡ ἀντίσασις, ἡ δύναμις ἐκινεῖτο ἂν ταχυτῆτι τριακονταπλασίῳ τῆς, ἣ κινεῖται ἡ ἐν τῷ Δ κειμένη ἀντίσασις, θεωρεμένων μόνων τῆς λαβῆς ἀπὸ τοῦ κοχλίου· ἀλλαμὴν εἴπερ ἦν ἡ εἰς δύναμιν μεταβάλλουσα ἀντίσασις ἐπὶ τοῦ Δ, ἐκινεῖτο ἂν ταχυτῆτι δεκαπλασίῳ τῆς, ἣ κινεῖται κειμένη ἐν τῷ P (66)· ἄρα ἡ ἐν τῷ A κειμένη δύναμις ἔσαι 30×10, εἴτ' ἓν τριακοσιοπλάσιος τῆς κατὰ τὸ P κειμένης ἀντισάσεως κατὰ τὴν ταχύτητα· τῆς ἄρα κατὰ τὴν δύναμιν ταχυτῆτος ἴσης τριακοσιοπλασίου, ἣ ἡ ἀντίσασις, ἡ αὐτῆς μάζα ὀφείλει εἶναι τῆς κατὰ τὴν ἀντίσασιν ὑποτριακοσιοπλάσιος, ἵνα γένηται ἀντιῤῥοπία (Φυσ. 115).

104. ΠΟΡΙΣΜΑ. Κἂν τῷ ἀπεράντῳ κοχλίᾳ, ὡς καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων μηχανῶν εὐχερὲς συνιδεῖν, ὅτι ᾧπερ ὁ χρόνος ὄλλυται, τούτῳ ἡ ἰσχὺς κρατύνεται· δέον γὰρ 300 δακτύλους διανύσαι τὴν δύναμιν, ἵνα δάκτυλον ἕνα τὴν ἀντίσασιν ἀναστάσῃ, μόλις μὲν ἂν γνωσθείη ἡ τῆς ἀντισάσεως κίνησις, τοῦ κατὰ τὴν δύναμιν τάχους προφανέσατα καθορωμένου.

105. ΣΧΟΛΙΟΝ. Δυνατὸν δὲ προσεφαρμόσαι τὴν ἀντίσασιν τῷ ἀπεράντῳ κοχλίᾳ, ὡς γίνεται ἐν τῷ ὀ-

ϐελοϛροφίῳ· τὴν γὰρ κορυφὴν Α (χ. 74) ἀπεράντϖ κοχλίϖ τῇ ΑΒ διηκέτω παραλλήλως πρὸς τὸν ὁρίζοντα ὁ μοχλὸς ΓΔ, ᾧπερ ἐϛάθωσαν πρὸς ὀρθὰς ϛυλίϛκοι δύω οἱ ΓΕ, ΔΖ, φέροντες ἑκάτερος ἐπὶ τὴν ἑαυτῇ κορυφὴν τὰς δισκίσκας ΕΘ, ΖΗ ἕτω κειμένας, ὡς, τῇ ὅλϖ ϗήματος ΓΔΘΗ περιϛρεφομένῃ περὶ τὸν νοητὸν ἄξονα ΑΤ, τὰς δισκίσκας προϊέϗεσθαι ἀεὶ τὰ ἑαυτῶν ἐπίπεδα ΖΗΙ, ΘΕλ ἀμέσως τῷ ἀέρι, ὃν διελεῖν ὀφείλϖσι· τϖτὶ δὲ τὸ ϗῆμα διὰ τῆς τῇ ἀέρος ἀντιϛάσεως μετριάζει πᾶσαν τῆς μηχανῆς τὴν κίνησιν, ὥσπερ τὸ ἐκκρεμὲς σῶμα τὴν τῶν ὡρολογίων· ἀπόντος γὰρ τῇ ἀπεράντϖ κοχλίϖ, ϗ τῇ ὑλικῇ ϗήματος ΓΔΘΗ τῇ ἐπ᾽ αὐτὸν, τὸ βαρὺ σῶμα Π, ὅπερ διὰ τῇ τῷ τῇ τροχῇ ἄξονι ἐνελισσομένϖ καλῳδίϖ Πμν ἐμποιεῖ κίνησιν τῷ τροχῷ Ο, ϗ τῷ αὐτῇ ἄξονι τ, ϗ ἑπομένως τῇ ἀλύσει ξρσυ, τῇ περιϛρεφούϗῃ τὸν ὀβελὸν, αὔξϖσαν κατὰ τὴν πρόοδον ÷ 1 . 2 . 3 κτλ.· τοιγαρῆν ά. τὸ βάρος τάχιϛα καταπεϛεῖται· β΄. διὰ τῆς ταχίϛης καταπτώσεως καταϗλονιωθήϛεται, ϗ ἐν μέρει βλαβήϛεται πάντα τὰ μέρη τῆς μηχανῆς· ὅπερ ἐμφανῶς καθορᾶται ϛυμβαῖνον, αἰρομένϖ πρὸς βραχὺ τῇ ὑλικῇ ϗήματος ΓΔΘΗ.

Α᾽λλὰ γὰρ ἕτως ἀρθὲν τὸ βάρος, πρῶτον κινεῖται, ὥϛπερ βελόμεθα, ἵνα περιϛρέφῃ τὸ τῷ ὀβελῷ περιπεπαρμένον κρέας· ἄλις δὲ ταχυνθείϛης αὐτῇ τῆς κινήϛεως, ἤ, ἢν ὁ ἀὴρ ἀντιπαρατάϛϛει τοῖς δισκίϛκοις ἀντίϛασις αὔξϖσα, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετράγωνα (Φυϛ. 390) ἐξίϛοῖ τὴν νέαν ταχυτῆτα, ἢν ἡ βαρύτης ἀεὶ ϛπεύδει προωθεῖναι τῷ ϛώματι Ρ· ἐϗ δὲ τϖτϖ, ὥϛπερ ϛυμβαίνει πᾶϛι τοῖς διὰ τῇ ἀέρος κατιῇϛι ϛώμαϛι, διὰ τὴν ϗατ᾽ εὐθεῖαν αὐτοῖς γινομένην ἐϗ τῇ ἀέρος ἀντίϛαϛιν, τὸ

βαρὺ σῶμα κάτεισι κινήσει ἰσομερεῖ, καὶ ἰσομερῶς τὸν ὀβελὸν περιφέρει.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΚΑΤΟΝ.

Περὶ Σφηνός.

106. Σφήν ἐστι πρίσμα τριγωνικὸν τὸ ΑΒΓΔΕΖ (κ. 75), ὅπερ ἐννοῦμεν ἀπογεννώμενον ὑπὸ τοῦ ἰσοσκελοῦς τριγώνου ΓΔΖ, παραλλήλως ἑαυτῷ κινηθέντος κατὰ τὴν φορὰν τῆς εὐθείας ΖΕ = ΓΑ· καὶ τὸ μὲν ἄθροισμα τῶν σημείων, ἅπερ ἔγραψε τὸ Ζ σημεῖον, εἴτ' οὖν ἡ εὐθεῖα ΕΖ κορυφή, ἢ ῥάχις, ἢ γοῦν ἀκμὴ καλεῖται τοῦ σφηνός· τὸ δὲ παραλληλόγραμμον ΑΒΓΔ, κεφαλὴ τοῦ σφηνός· ἡ δὲ τοῦ γεννήτορος τριγώνου πλευρὰ ΓΔ, βάσις τοῦ σφηνός· ἡ δὲ κάθετος ΖΗ, ἡ ἀπὸ τῆς γωνίας Ζ ἐπὶ τὴν βάσιν ΓΔ καθιεμένη, ὕψος τοῦ σφηνός· τοῦ δὲ γεννήτορος τριγώνου ἰσοσκελοῦς ὑποτεθέντος, τὸ ὕψος ΖΗ δίχα τεμεῖ τὴν βάσιν ΓΔ, εἴτ' οὖν ἔσαι ΓΗ = ΗΔ (Γεωμ. 217. Τόμ. Β΄.)· χρῶνται δὲ τῷ σφηνὶ ὡς τὰ πολλὰ πρὸς φθορὰν τῆς συνοχῆς τῶν μερῶν σώματος, ὃ ἂν διελεῖν βούλωνται· ἐντιθέασι γὰρ τὴν ἀκμὴν ΕΖ τῷ ἤδη ἀρξαμένῳ γίνεσθαι ῥήγματι· πλήττουσι δὲ καθέτως, εἴτ' οὖν κατὰ τὴν τοῦ ὕψους φορὰν ΗΖ, διὰ σφύρας, ἢ ῥοπάλου, ἢ τοιούτου τινὸς, ἵνα τοῦ διαῤῥήγματος κατὰ βραχὺ αὐξομένου διαχωρισθῶσιν ἀλλήλων τὰ τοῦ διαχισθῆναι προκειμένου σώματος μέρη.

107. Ἡ τῆ κατελεύσει τοῦ σφηνὸς ἀντικειμένη ἀντίστασις ἔκ τε τῆς συνοχῆς καὶ τῆς ἀδρανείας τοῦ ὑποκειμέ-

νε σώματος ἀποτελεῖται· παραβληθῆναι δὲ αὕτη δύναται τῇ ὁλικῇ ἰσχύϊ, ἣν προβάλλει σῶμα βαρὺ κατιόν· ταύτην τοίνυν τὴν ἀντίσασιν διαφθεῖραι ἐπείγεται τὸ πλῆττον σῶμα.

108. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἐν τῷ σφηνὶ ἀντιῤῥοπία ἔσαι, ὅταν ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίσχσιν λόγον ἔχῃ, ὃν τὸ ἥμισυ τῆς τοῦ σφηνὸς βάσεως ΓΗ πρὸς τὸ αὐτοῦ ὕψος ΖΗ.

ΔΕΙΞΙΣ. Ὑποτεθείσθω γὰρ τὸ ὅλον βάρος κατὰ τὸ Η, ὅπερ τεμεῖ δίχα ἡ τοῦ σφηνὸς ἀκμὴ Ζ· ὁ τοίνυν σφὴν, ὁ κατ' ἀρχὰς ὅλος ὑπεράνω τοῦ Η κείμενος, ἐ μὴ ἀφίξεται μέχρι τοῦ Ζ, εἰ μὴ ἡ πλήττουσα δύναμις κατὰ τὴν ΗΖ φορὰν διέλθοι ἰσομερῶς χωρίον ἴσον τῷ ΗΖ, τοῦ δὲ ὅλου βάρους τῆς κατὰ τὸ Η κειμένης ἀντισάσεως τὸ μὲν ἥμισυ ἀφίκοιτο πρὸς τὸ Δ, διανύον τὸ τῆς βάσεως ἥμισυ ΗΔ, θάτερον δὲ εἰς τὸ Γ, διανύον τὸ ΓΗ· τὰ δύω τοίνυν τῆς ἀντισάσεως ἡμίση, εἶτ' ἓν ἡ ὅλη ἀντίσασις, τὴν αὐτὴν ἕξουσι ταχυτῆτα, ἣν ἂν εἶπερ ἄμφω ἐκινοῦντο πρὸς θάτερον τῶν τῆς βάσεως μερῶν, οἷον, πρὸς τὸ Γ· τὴν ἄρα τῆς δυνάμεως ταχυτῆτα τοῦ σφηνὸς ὕψους ΗΖ ἐμφαίνοντος, τὴν τῆς ὅλης ἀντισάσεως ἐκδηλοῖ τὸ τῆς βάσεως ἥμισυ ΓΗ· ἐὰν ἄρα ὑπάρχῃ Δ : Α :: ΓΗ : ΗΖ ἀντιῤῥοπία ἔσαι. Ο. Ε. Δ.

109. ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ. Ἔνιοι δὲ τῶν Μαθηματικῶν ἀντιῤῥοπίαν ἐν τῷ σφηνὶ φασὶν ἔσεσθαι τῆς δυνάμεως ἐχέσης πρὸς τὴν ἀντίσασιν ὡς ἡ ὅλη βάσις ΓΔ πρὸς τὸ ὕψος ΗΖ· τὰ γὰρ τῆς ἀντισάσεως μέρη (ἐπιφέρουσι πρὸς ἐμπέδωσιν τοῦ σφίσι δοξαζομένου) ἀποχωρίζονται ἀλλήλων ὅλῳ τῷ ΓΔ διασήματι· ἄμφω δὲ τὰ ἄκρα Γ, Δ διανύουσι τὸ διάσημα ΓΗΔ, τοῦτ' ἔσι τὸ ὅλον διάσημα ΓΔ, ἐν ᾧ χρόνῳ ἡ δύναμις διανύει τὸ διάσημα ΗΖ· ἀλλαμὴν

αἱ ταχύτητες, φασὶν, ἀνάλογον ἔχουσι τοῖς διανυομένοις χωρίοις· ἡ μὲν ἄρα τῆς δυνάμεως ταχυτής ἐστι ΖΗ, ἡ δὲ τῆς ἀντισάσεως ΓΔ.

Ἀναμφήριστον μὲν ὅλως μὴ ὐχὶ τὴν τῆς δυνάμεως ταχυτῆτα ἐμφαίνεσθαι ὑπὸ τοῦ ΕΖ ὕψους, ἐπεὶ διέρχεται πᾶν τὸ ΕΖ χωρίον· ὐδὲν δ' ἧσσον ἀναμφιβολόν μοι δοκεῖ μὴ ὐχὶ τὴν τῆς ὅλης ἀντισάσεως ταχυτῆτα ἐκδηλοῦσθαι τῷ τῆς βάσεως ἡμίσει ΓΗ, ἢ ΗΔ, ὐ τῇ ὅλῃ βάσει ΓΔ· εἴγε ἑκάτερον τῶν τῆς ἀντισάσεως ἡμίσεων μερῶν μόνον τῆς βάσεως ἥμισυ ΓΗ, ἢ ΗΔ διέρχεται· ἑλκέτω γὰρ ἡ ὅλη ἀντίσασις λίτραν μίαν, ἡ δ' ὅλη βάσις ἔσω = ποδί· δῆλον ὅν, ὅτι τὸ ἡμιλίτριον, κινηθὲν κατὰ τὴν ΓΗ φορὰν, ἡμιποδιαῖον χωρίον διελεύσεται· τοιγαροῦν τὸ τῆς κινήσεως αὐτοῦ ποσὸν ἔσαι $\frac{1}{2}$ μάζης πολλαπλασιαθὲν ἐπὶ $\frac{1}{2}$ ταχυτῆτος, εἶτ' ὂν $\frac{1}{4}$· ᾧ κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον, ἡ τῆς κινήσεως ποσότης θατέρῳ ἡμιλιτρίῳ ἔσαι $\frac{1}{4}$· τὸ δὲ τῶν δυοῖν ἄθροισμα = $\frac{1}{2}$· ἐὰν ὂν ἡ ἀντίσασις, ὡς ἐκεῖνοί φασι, πᾶσαν τὴν βάσιν διέλθῃ, ἕψεται ἐντεῦθεν τὴν ὅλην τῆς κινήσεως ποσότητα, εἶτ' ὂν τὴν ἀντίσασιν ὅλην ὑπάρχειν 1, ὐχ $\frac{1}{2}$, εἴγε λίτρα μάζης 1, πολλαπλασιαζομένη ἐπὶ ταχυτῆτα 1, ποιεῖ αὖθις 1· ἵνα δὲ τῆς ἀντισάσεως ταχυτὴς ἰσωθῇ τῷ ΓΔ, ὐκ ἀπόχρη τῶν τῆς ἀντισάσεως ἡμίσεων τὸ μὲν διελθεῖν τὸ χωρίον ΓΗ, θάτερον δὲ, τὸ ΗΔ· ἄμφω δὲ συλλήβδην τὸ χωρίον ΓΔ· δεῖ δὲ ᾧ ἑκάτερον τῶν τῆς ἀντισάσεως μερῶν διελθεῖν τὴν ὅλην εὐθεῖαν ΓΔ, ὡς συνιδεῖν πάρεσιν ἐκ τῶν εἰρημένων περὶ τοῦ ποσοῦ τῆς κινήσεως (Φυσ. 104, 115).

110. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ὅσον ὀξυτέρα γίνεται ἡ ὑπὸ ΓΖΔ γωνία, τοσοῦτον ἐλάσσονος δεησόμεθα δυνάμεως· ὅσῳ γὰρ ὀξυτέρα γίνεται ἡ γωνία, τοσοῦτον ἐλαττοῦται

ἡ ΓΗ, ἥτις ἐςὶ τὸ ταύτης ἡμίτονον (Γεωμ. 496. Τομ. Γ΄.)· ἐὰν δὲ ἡ γωνία Ζ ἀναλλοίωτος μείνῃ, δυνατὸν τὸ μῆκος τῦ σφηνὸς, ὅσον ποτ' ἂν βελώμεθα, μεῖζον ἀπεργάσασθαι· διὰ γὰρ τὰ ὅμοια τρίγωνα ΖΓΔ, Ζγδ ἔςι ΓΗ : ΗΖ :: γΙ : ΙΖ (Γεωμ. 324. Τόμ. Β΄.)· ἐπεὶ τοίνυν ὁ τῆς κατὰ τὴν δύναμιν ταχυτῆτος πρὸς τὴν τῆς ἀντισάσεως λόγος ἀμετάβλητος ἔσαι ἐπὶ τῆς αὐτῆς δεδομένης γωνίας Ζ, ὅσον ἂν ἐπὶ τὸ τῦ σφηνὸς μῆκος, καὶ τὸν τῶν μαζῶν λόγον ἐπάναγες εἶναι τὸν αὐτόν.

Πολλὴ δέ τις ὑπάρχει τῦ σφηνὸς ἡ χρῆσις· οὐχ' ὅπως γὰρ πρὸς διάχισιν ξύλων τύτῳ χρώμεθα, ἀλλὰ καὶ ἐν ἀπείροις μονονὺ περισάσεσιν ἄλλαις· μάχαιρα γὰρ καὶ πέλεκυς καὶ σκέπαρνον καὶ πάντα τὰ πρὸς τμῆσιν χρήσιμα, καὶ ἧλος, καὶ πάσσαλος, καὶ βελόνη δὲ καὶ πρίων, καὶ πάντα τὰ εἰς ὀξὺ λήγοντα, τὰ τῦ σφηνὸς ἐκτελέσαι δύναται· εἰ δὲ τῇ φύσει παρακολυθεῖν δυναίμεθα ἐν τοῖς λειτυργήμασιν αὐτῆς, πολλὰ τῶν φαινομένων ἐκ τῦ τὴν ὕλην τὰ τῦ σφηνὸς ἀποτελεῖν παράγεσθαι κατείδομεν ἄν· τὰς τῆς ζώσης ὐσίας αὐξήσεις φέρ' εἰπεῖν παραγομένας ἂν κατείδομεν ἐκ τῦ τὺς δρεπτικὺς χυλὺς παρεισδύεσθαι τοῖς τῶν ζώντων μέρεσι δίκην σφηνὸς, καὶ ταῦτα ἐπεκτείνοντας αὔξειν τὸν ὅλον ὄγκον· τὰ τῶν σκληροτάτων σωμάτων διαλυτικὰ ἅλατα, οἷά εἰσι τὰ ἐξ ὧν συγκειται τὰ ἰσχυρὰ λεγόμενα ὕδατα, οἷς τὰ μέταλλα διαλύεται, ἐν σφηνὸς σχήματι τοῖς τῶν διαλυομένων σωμάτων μορίοις εἰσίασι· ταυτόν ἐςι ῥητέον καὶ περὶ τῶν ἁλάτων, οἷς πάσσεται τὰ κρέατα, ἵνα μὴ σήψει ὑποπέσωσι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΚΑΤΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.

Περὶ συνθέτων μηχανῶν καὶ περὶ Πολυσπάσων.

111. Αἱ σύνθετοι μηχαναὶ ποικίλεσθαι ἐπ' ἄπειρον δύνανται κατὰ τὰς παντοίας, ἃς παρέχονται, χρήσεις, καί τοι τῶν ἁπλῶν, ἐξ ὧν αὗται, ὀλιγαρίθμων τινῶν ὐσῶν (10).

Τῶν δὲ χρησιμωτέρων συνθέτων μηχανῶν, αἱ μὲν ἐκ πολλῶν συγκεινται μοχλῶν, οἷς ἐκ διαδοχῆς μεταδίδοται ἡ ἐνέργεια τῆς δυνάμεως· τοιαῦτά εἰσι τὰ λεγόμενα πολύμοχλα, καὶ τὰ πολύσπασα· αἱ δὲ, ἐκ μοχλοῦ καὶ ἐντροχίου ἄξονος, ἢ κοχλίου· εὐκρινῶς δ' ἡμῖν ἐνταῦθα ἐκτεθήσεται ἡ τῶν χρησιμωτέρων θεωρία, ἵν' ὁ μετιὼν αὐτὸς τὰ ῥηθησόμενα ἐφαρμόσαι ἔχοι, αἷς ἂν ἀπαντήσῃ μηχαναῖς, καὶ αἷς ἂν οἱ κατασκευάσαι προκέηται.

112. ΟΡΙΣΜΟΣ. Πολύσπασον ἐν γένει καλεῖται τὸ ἐκ πολλῶν τροχιλαιῶν συγκείμενον μηχανικὸν ὄργανον· τύτυ δὲ, ἤτοι ἑκάστη τροχιλαία περιάγεται περὶ ἴδιον καλῴδιον, ἕ τὸ μὲν τῶν ἄκρων μονίμῳ σημείῳ τῷ Α, Β, Γ (χ. 76) προσήλωται, θάτερον δὲ δυνάμει κατέχεται, καὶ καλεῖται τροχιλαία σύνθετος.

113. Η" καλῴδιόν ἐσιν ἓν κοινὸν ἁπάσαις ταῖς τροχιλαίαις· κἀνταῦθα πάλιν, ἤτοι πᾶσαι μὲν αἱ ἀκίνητοι τροχιλαῖαι Α, Β, Γ (χ. 77) ἐντὸς κεκοιλωμένυ ξύλυ ἢ σιδήρυ τῦ ΔΕ περιέχονται, προσηρτημένυ ἐκ τῦ μονίμυ σημείυ Ξ, πᾶσαι δὲ αἱ κινηταὶ Ζ, Θ, Η, ἐν ἑ-

τέρῳ τῷ ΙΚ παραλλήλῳ πρὸς τὸ πρῶτον, ᾗ τηνικαῦτα τὸ ὄργανον παραλληλοπολύσπασον ὀνομάζεται· ἢ τὸ ξύλον, ᾧ ἐμπεριέχονται αἱ κινηταὶ, ᾗ τὸ, ᾧ αἱ ἀκίνητοι πρὸς ὀρθὰς τῷ ὁρίζοντι, θάτερον θατέρᾳ ὕπερθεν (χ. 78, 79), ᾗ ὀρθοπολύσπασον ἢ μηχανὴ ὀνομάζεται· ᾗ ἣν μὲν τὸ τῆς δυνάμεως Π ἀπέχον ἄκρον τῇ καλῳδίῳ προσηρμοσμένον ᾗ τῇ τῆς ἐχάτης ἀκινήτου τροχιλαίας λαβῇ Ο (χ. 78), πρῶτον ὀρθοπολύσπασον· ἣν δὲ τῇ τῆς πρώτης ὕπερθεν κινητῆς λαβῇ ρ, δεύτερον ὀρθοπολύσπασον (χ. 79).

114. ΣΧΟΛΙΟΝ. Αἱ ἀκίνητοι τροχιλαῖαι, ὅσαι πότ' ἂν ὦσι, ἔτ' αὔξεσαι, ἔτε μὴν ἀπομειοῦσαι τὴν ἰσχὺν τῆς δυνάμεως, ὐδόλως μετατρέπουσι τὸν τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν ἀντίσασιν λόγον· χρώμεθα δὲ ταύταις ἐν τοῖς πολυσπάστοις εἰς ὑπελάττωσιν τῆς τριβῆς ᾗ εὐμάρειαν τῆς τῶν κινητῶν κινήσεως· ταύτας ᾗν ἐν τῷ ὑπολογισμῷ παραλαμβάνειν ὐ δεῖ.

115. ΘΕΩΡΗΜΑ Α΄. Ἐν τῇ κινητῇ συνθέτῳ τροχιλαίᾳ ἀντιῤῥοπία ἔσαι, ὅταν ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίσασιν λόγον ἔχῃ, ὃν ἡ 1 πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ 2 βαθμὸν, ᾧ δείκτης ὁ τῶν κινητῶν τροχιλαιῶν ἀριθμός (χ. 76).

ΔΕΙΞΙΣ. Ῥᾴξα συνιδεῖν τὴν τοῦ θεωρήματος ἀλήθειαν δυνησόμεθα ἐποπτείᾳ μόνῃ τοῦ χήματος· τὸ μὲν γὰρ μένον σημεῖον Α ἀνέχει διὰ τοῦ καλῳδίου ΑΗ τὸ ἥμισυ τοῦ Ρ βάρους· τὸ δὲ καλῳδιον Ζμ μεταδίδωσι τῇ Εμ τροχιλαίᾳ θατέρου μόνου τοῦ ἡμίσους· τούτου δ' αὖ τοῦ ἡμίσους τοῦ μεταδοθέντος τῇ τροχιλαίᾳ Εμ, τὸ μὲν ἥμισυ ἀνέχεται ὑπὸ τοῦ μένοντος σημείου Β, τὸ δὲ ΕΔ καλῳδιον μεταδίδωσι τῇ τροχιλαίᾳ Δ θατέρου ἡμίσους, εἴτ' ᾗν τοῦ κατὰ τὸ βάρος Ρ τεταρτημορίου· ἐὰν ᾗν δύω μόναι

ὦσιν αἱ κινηταὶ τροχιλαῖαι Z, E, ἡ τῷ Δ προσηρμοσμένη δύναμις, καὶ τὸ καλῴδιον ΔE καταστῶσα, τεταρτημόριον τοῦ Π βάρους βαστάσει· ἔστιν ἄρα ἡ δύναμις πρὸς τὸ βάρος :: 1 : 4.

Ὡσαύτως τὸ σημειον Γ βαστάσει καὶ αὐτὸ $\frac{1}{2}$ τοῦ κατὰ λοιπὸν $\frac{1}{4}$, καὶ δὴ τῇ ἀκινήτῳ τροχιλαίᾳ O, καὶ ἑπομένως τῇ ἐν τῷ Π κειμένῃ δυνάμει, τὸ ἥμισυ τοῦδε τοῦ τεταρτημορίου μεταδοθήσεται, εἶτ' οὖν $\frac{1}{8}$ τοῦ ὅλου βάρους· ἐὰν ἄρα τρεῖς ὦσιν αἱ κινηταὶ τροχιλαῖαι, ἀντιῤῥοπίας ὕσης, ἔσαι Δ : A :: 1 : 8· καὶ ἐφεξῆς ὡσαύτως. O. E. Δ.

116. ΣΧΟΛΙΟΝ. Τῆς κατὰ τὴν ἐκτεθεῖσαν μηχανὴν τῶν τροχιλαιῶν διαθέσεως δυσχρήσου ἐπὶ τῆς πράξεως ὕσης, ταύτης ἀνθαιροῦνται τὰ λοιπὰ τρία τοῦ πολυσπάστου εἴδη.

117. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Ἔντε τῷ παραλληλοπολυσπάστῳ, κἂν ἑκατέρῳ τῶν ὀρθοπολυσπάστων ἀντιῤῥοπία ἔσαι, τῆς δυνάμεως ἐχούσης πρὸς τὴν ἀντίστασιν, ὡς 1 πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν καλῳδίων, παραλλήλων ἁπάντων ὑποτιθεμένων (κ. 77, 78, 79).

ΔΕΙΞΙΣ. Ἵν' ἡ ἀντίστασις P πόδα ἕνα ἀναστραφῇ, ἐπάναγκες ἕκαστον καλῴδιον πόδα ἕνα συσταλθῆναι· ἐὰν μὲν ὦσι δύω καλῴδια, ἡ δύναμις καταστραφήσεται δύω πόδας, καὶ ἑπομένως ἕξει ταχυτῆτα διπλασίαν τῆς κατὰ τὴν ἀντίστασιν· ἐὰν δ' ὦσι τέσσαρα, τετραπλασίαν· ὅθεν ἐν γένει δῆλον τὴν τῆς δυνάμεως ταχύτητα πρὸς τὴν τῆς ἀντιστάσεως ὑπάρχειν ὡς 1 πρὸς τὸν τῶν καλῳδίων ἀριθμόν· ἀντιῤῥοπία ἄρα ἔσαι κτλ. O. E. Δ.

118. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἵν' ἡ ἀντιῤῥοπία ἐν τῷ παραλληλοπολυσπάστῳ, κἂν τῷ πρώτῳ ὀρθοπολυσπάστῳ, ἐπάναγκες ἔχειν τὴν δύναμιν πρὸς τὴν ἀντίστασιν ὡς 1 πρὸς

τὸν διπλῆν ἀριθμὸν τῶν κινητῶν τροχιλαιῶν, εἴτ' ἓν τῶν ἐμπεριεχομένων τῷ ἕνερθεν ξύλῳ τῷ διηυλακισμένῳ· ἐν τούτοις γὰρ τοῖς ὀργάνοις (χ. 77, 78) ὁ ἀριθμὸς τῶν καλῳδίων ἀεὶ διπλάσιός ἐστι τοῦ τῶν τροχιλαιῶν· ἄρα (117) κτλ.

119. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἐν τῷ δευτέρῳ ὀρθοπολυσπάστῳ ἀντιῤῥοπία ἔσαι, ὅταν ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίσασιν λόγον ἔχῃ, ὃν ἡ μονὰς πρὸς τὸν διπλῆν τῶν κινητῶν τροχιλαιῶν ἀριθμὸν, ἡνυξημένην μονάδι· ἐν γὰρ τούτῳ τῷ ὀργάνῳ ὁ τῶν καλῳδίων ἀριθμὸς τοῦ τῶν τροχιλαιῶν ὑπέρκειται μονάδι· ἕτως ἐπὶ τοῦ 39 σχήματος τροχιλαῖαι μὲν κινηταὶ εἰσὶ δύω, καλῴδια δὲ πέντε· ἀλλ' ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίσασιν, ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν τῶν καλῳδίων ἀριθμὸν (117)· ἄρα κτλ.....

120. ΣΧΟΛΙΟΝ. Οὐδὲν δὲ κωλύει τὰς εἰρημένας λόγας, κἂν ἡ τῆς δυνάμεως π φορὰ μὴ εἴη παράλληλος τοῖς καλῳδίοις, ἢ τῇ φορᾷ τῆς ἀντισάσεως P· ὁποία γὰρ ἂν εἴη ἡ τῆς Π δυνάμεως φορὰ, ἐφάπτεται ἀεὶ τῆς ἀκινήτου τροχιλαίας, πρὸς ἣν περατοῦται (73).

121. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ἐν τοῖς πολυσπάστοις ἡ δύναμις, ὅπερ ἀπόλλυσιν ἐκ τοῦ χρόνου, τοῦτο προσλαμβάνει ἐκ τῆς ἰσχύος· ἵνα γὰρ ἀναστάσῃ βάρος τι πόδα ἕνα, τεσσάρων παρόντων καλῳδίων, τέσσαρας αὐτὴ πόδας διαδραμεῖται.

122. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Ἐκ τῶν τριῶν τούτων, τοῦ ἀριθμοῦ τῶν κινητῶν τροχιλαιῶν, τῆς δυνάμεως, καὶ τῆς ἀντισάσεως, δυοῖν δοθέντων, εὐμαρῶς τὸ τρίτον προσευρίσκεται.

Ἔστω γὰρ ἡ ἀντίσασις P = 100 λίτραις, καὶ τροχιλαῖαι τρεῖς ἐπίτε τοῦ παραλληλοπολυσπάστου, καὶ τοῦ πρώ-

τῦ ὀρθοπολυσπάσῦ· ἐκεῖν ἡ δύναμις εὑρεθήσεται ἐκ τῆς ἀναλογίας 6 : 1 :: 100 : χ = 16$\frac{2}{3}$ λίτραις· ἔσω αὖθις ἐπὶ τῦ δευτέρῦ ὀρθοπολυσπάσῦ ἡ δύναμις = 20, ϗ ὁ τῶν κινητῶν τροχιλαιῶν ἀριθμὸς = 2· ἐκεῖν ἵνα γένηται ἀντιῤῥοπία ἡ ἀπαιτυμένη ἀντίσασις εὑρεθήσεται ἐκ τῆς ἀναλογίας 1 : 5 :: 20 : χ = 100.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΩΔΕΚΑΤΟΝ.

Περὶ Παγκρατίῦ.

123. Ἔ"στιν ὅτε τῆς δυνάμεως Π προσαρμοζμένης ὀδόντι τῷ τ τροχῦ ὀδοντωτῦ τῦ Ατ (χ. 80), ἡ ἀντίσασις ὐ τίθεται ἐπὶ τῦ κατ' αὐτὸν ἄξονος Α, ἀλλὰ ἐπὶ τῆς τῦ ἄξονος περιφερείας, ὀδοντωτῆς ϗ αὐτῆς γενομένης, ϗ ἄξων ὀδοντωτὸς καλυμένης, τοῖς δὲ ὀδῦσι τῦ ὀδοντωτῦ ἄξονος Α ἐναρμόζεται τροχὸς ὀδοντωτὸς ἄλλος ὁ Βο, ϗ τῷ αὐτῷ ὀδοντωτῷ ἄξονι τροχὸς ὀδοντωτὸς ἄλλος, καὶ ἐφεξῆς ὁμοίως· τελευταῖον δὲ ἡ ἀντίσασις Τ προσαρτᾶται τῷ τῦ ἐχάτυ τροχῦ ἄξονι Δ· τὸ δὲ συμπλήρωμα πάντων τέτων τῶν τροχῶν, ὧν ἄλλος ἄλλυ ἄξονι ὀδοντωτῷ εἰσέρχεται, παγκράτιον μὲν καλεῖται, ὅταν δ' αὐτῦ βαρέα σώματα ἆραι βυλώμεθα, πολυτρόχιον δὲ, ὅταν πρὸς ἄλλα χρώμεθα αὐτῷ, ὡς ἐν τοῖς ἑξῆς ἔσαι καταφανές· ἑκατέρων μέντοι ἡ θεωρία μία

124. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἐν τῷ παγκρατίῳ ἀντιῤῥοπία ἔσαι, ὅταν ἡ δύναμις ᾖ πρὸς τὴν ἀντίσασιν ὡς τὸ γινόμενον ὑπὸ πασῶν τῶν κατὰ τὺς ὀδοντωτὺς ἄξονας ἀκτίνων πρὸς τὸ ὑπὸ πασῶν τῶν κατὰ τὺς ὀδοντωτὺς τροχύς.

ΔΕΙΞΙΣ. Παγκράτιον τὸ ΑΒΓΔ ἔσι συμπλήρωμα πολλῶν τροχῶν, δι' ὧν ἡ τῷ ἄκρῳ τ τῆς μηχανῆς ἐνηρμοσμένη δύναμις μεταδίδωσιν ἐκ διαδοχῆς διὰ τῶν μεταξὺ τροχῶν τὴν ἑαυτῆς ἰσχὺν τῇ ἀντισάσει Δ, τῇ ἐπὶ τῷ ἄξονος τῷ ἐσχάτῳ τροχῷ· ἀλλαμὴν ἡ δύναμις ἃ δύναται μεταδῦναι τῆς ἑαυτῆς ἐνεργείας τῇ ἀντισάσει δι' ἑκάστου τῶν τροχῶν, εἰμὴ ὁ ὀδὺς σ τῷ δευτέρῳ τροχῷ, ἐφ' ᾧ διὰ τῷ πρώτῳ ἐπισηρίζεται ἡ δύναμις, ἀντισάσεως τόπον ἐπέχων, γένοιτο δύναμις πρὸς τὸν ὀδόντα χ τῷ τρίτῳ τροχῷ, ἐφ' ᾧ ὁ δεύτερος ἐπερείδεται, ᾗ ἐφεξῆς ὁμοίως.

α΄. Κλιθέντος ἄρα Τ' τῷ κατὰ τὸν δεύτερον τροχὸν, τὸν ἀντισάσεως δίκην ἐκλαμβανόμενον, ὀδόντος σ, ᾧ ἐπερείδεται διὰ τῷ πρώτῳ τροχῷ Αt ἡ δύναμις, ᾗ Α τῆς κατὰ τὸν Αt τροχὸν ἀκτῖνος, ᾗ α τῆς τῷ Α ἄξονος, ἵνα γένηται ἐν τέτῳ τῳ τροχῷ ἀντιῤῥοπία, ἐπάναγκες, εἶναι ταύτην τὴν ἀναλογίαν· ἡ δύναμις Π πρὸς τὴν ἀντίσασιν Τ' ὡς ἡ α ἀκτὶς τῷ ἄξονος πρὸς τὴν τῷ τροχῷ ἀκτῖνα Α (66), εἴτ' ᾗν Π : Τ' :: α : Α.

β΄. Ὁ ὀδὺς σ τῷ δευτέρῳ τροχῷ, πρὸς ὃν μεταβιβάζεται ἡ τῆς δυνάμεως ἐνέργεια διὰ τῷ πρώτῳ τροχῷ, γίνεται δύναμις ὡς πρὸς τὸν χ ὀδόντα τῷ τρίτῳ τροχῷ, ᾧ ἐπερείδεται ὀδύς τις τῷ δευτέρῳ τροχῷ· ἐκλαμβανομένῳ ἄρα τῷ ὀδόντος σ ὡς δυνάμεως, ᾗ καλῳμένῳ Τ' ὡς ᾗ πρότερον, ᾗ Τ'' τῷ χ ὀδόντος τῷ τρίτῳ τροχῷ, τῷ ἐνσάσεως χῶρον πληρῶντος, ᾗ Α' τῆς τῷ δευτέρῳ τροχῷ ἀκτῖνος, ᾗ α' τῆς τῷ κατ' αὐτὸν ἄξονος, πορισθήσεται ἡ ἀναλογία Τ' : Τ'' :: α' : Α'.

γ΄. Ὁ ὀδὺς χ = Τ'' γίνεται δύναμις ὡς πρὸς τὸν ὀδόντα υ τῷ τετάρτῳ τροχῷ, ᾗ τῷ υ ὀδόντος τῷ εἰς ἀντίσασιν ὑπηρετῶντος καλῳμένῳ Τ''', ᾗ Α'' τῆς ἀκτῖνος τῷ

τροχῦ Γχ, ϗ α'' τῆς τῦ ἄξονος Γ, πρόεισι τρίτη ἀναλογία· Τ'': Τ''' :: α'' : Α''.

δ'. Ο' ὁδὸς υ = Τ''' τῦ τετάρτυ τροχῦ γίνεται δύναμις ὡς πρὸς τὴν ἀληθῆ ἀντίσασιν Τ, ἥτις ἐσὶ προσηρμοσμένη τῷ ἄκρῳ ψ τῦ ἄξονος Δ· κληθεισῶν ἄρα Α''', α''' τῶν τῦ τροχῦ Δυψ ϗ τῦ κατ' αὐτὸν ἄξονος Δ ἀκτίνων, προελεύσεται ἡ ἀναλογία Τ''' : Τ :: α''' : Α'''.

Τελευταῖον δὲ ἐὰν ἑξῆς πολλαπλασιαθῶσιν αἱ τέσσαρες αὗται ἀναλογίαι, προκύψει ἡ καινὴ αὕτη ἀναλογία· Π Τ' Τ'' Τ''' : Τ' Τ'' Τ''' Τ :: α α' α'' α''' : Α Α' Α'' Α'''· διαιρεθέντων δὲ τῶν δύω πρώτων ὅρων διὰ Τ' Τ'' Τ''', γενήσεται Π : Τ :: α α' α'' α''' : Α Α' Α'' Α'''· „ἐφ' ἧς ἀναγινώσκομεν ἡ δύναμις Π πρὸς τὴν ἀντίσασιν „Τ, ὡς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τὲς ὀδοντωτὲς ἄξο„νας ἀκτίνων πρὸς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τὲς ὀδον„τωτὲς τροχές" Ο. Ε. Δ.

125. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ε'ὰν δοθῶσιν ἡ ἀντίσασις ϗ αἱ τῶν τροχῶν ϗ ἀξόνων ἀκτῖνες, εὑρεθήσεται ἡ δύναμις· ἡ γὰρ δύναμις χ ἔσι πρὸς τὴν ἀντίσασιν ὡς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τὲς ἄξονας ἀκτίνων πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν κατὰ τὲς τροχές·

Ἔ"σω ἡ ἀκτὶς τῦ πρώτυ τροχῦ τετραπλασία τῆς τῦ κατ' αὐτὸν ἄξονος· ϗ ἡ τῦ δευτέρυ ἑπταπλασία τῆς τῦ κατ' αὐτὸν ἄξονος· ϗ ἡ τῦ τρίτυ δεκαπλασία τῆς τῦ κατ' αὐτὸν ἄξονος· ὡσαύτως ϗ ἡ τῦ τετάρτυ· ἡ δὲ τῦ πέμπτυ ἐχέτω λόγον πρὸς τὴν τῦ κατ' αὐτὸν ἄξονος ἀκτῖνα :: 12 $\frac{1}{2}$: 1· τὸ τοίνυν γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τὲς ἄξονας ἀκτίνων ἔσιν 1 × 1 × 1 × 1 × 1 = 1· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν κατὰ τὲς τροχὲς 4 × 7 × 10 × 10 × $\frac{25}{2}$ = 35000· ἔ"σω δὲ ἡ ἀντίσασις = 100000 λίτραις· τοι-

γαρᾶν συγκροτηθήσεται ἥδε ἡ ἀναλογία χ : 100000 :: 1 : 35000· ἔνθα δῆλον γίνεται, ὅτι ἐν γένει πρὸς εὕρεσιν τῆς δυνάμεως διαιρετέον ἐσὶ τὸν τὴν ἀντίσασιν ἐκδηλοῦντα ἀριθμὸν διὰ τοῦ γινομένου ὑπὸ τῶν κατὰ τοὺς τροχοὺς ἀκτίνων, εἰ μόνον, τοῦ δ' ὅπερ ἀεὶ ποιεῖν δυνατὸν, λαμβάνοντες τὸν τῆς τοῦ τροχοῦ ἀκτῖνος πρὸς τὴν τοῦ ἄξονος λόγον, ὑποθείημεν τὴν τοῦ ἄξονος ἀκτῖνα = 1· ἐν ᾧ τῷ προτεθέντι ὑποδείγματι, διελόντες τὸν 100000 διὰ 35000, εὑρίσκομεν, ὅτι διὰ πέντε τροχῶν ἀπόχρη ἀντίρροπον ποιῆσαι βάρος = 10000 λίτραις βάρει = $3 + \frac{30}{35}$ λίτραις· βάρος δὲ = 4 λίτραις ἀναγκαίως ἀναστάσει βάρος = 10000 λίτραις, ἐξαιρουμένων μέντοι ἀεὶ τῆς τε τριβῆς, καὶ ἄλλων κωλυμάτων.

126. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἐντεῦθεν δῆλον, ὅτι τὸ παγκράτιον αὔξει θαυμασίως τὴν ἰσχὺν τῆς δυνάμεως· ἀλλ', ὥπερ αὔξει ἡ ἰσχὺς, τούτῳ καταναλίσκεται ὁ χρόνος· εἰ γὰρ ἐν τῷ προτεθέντι ὑποδείγματι 4 λίτραι βασάζουσι βάρος = 10000, τοσούτῳ μέντοι βραδέως αὐτὸ ἀναστάσουσιν, ὥσε αὗται κατελεύσονται χωρίον = 35000 δακτύλοις, ἵν' ἀναστάσωσι δάκτυλον ἕνα τὸ βάρος.

127. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ἐὰν τοῦ ἀντίου δοθῶσιν ἡ δύναμις, καὶ ὁ τῶν κατὰ τοὺς τροχοὺς ἀκτίνων πρὸς τὰς τῶν ἀξόνων λόγος, ῥᾳδίως εὑρίσκεται ἡ πρὸς ἀντιῤῥόπησιν ἀπαιτουμένη ἀντίσασις· ἡ γὰρ δύναμις χ πρὸς τὸ βάρος λόγον ἔχει, ὃν τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τοὺς ἄξονας ἀκτίνων πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν κατὰ τοὺς τροχούς· ἔσω τοίνυν ἡ δύναμις = 10 λίτραις, καὶ τὸ ὑπὸ τῶν κατὰ τοὺς ἄξονας ἀκτίνων γινόμενον = 1, καὶ τὸ ὑπὸ τῶν κατὰ τοὺς τροχοὺς γινόμενον = 100· τοιγαροῦν ἔσι 10 : χ :: 1 : 100· ἔνθα δῆλον, ὅτι πρὸς εὕρεσιν τῆς ἀντισάσεως πολλαπλα-

σιασέον ἐςὶ τὸν τὴν δύναμιν παρεμφαίνοντα ἀριθμὸν ἐπὶ τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τὲς τροχὲς ἀκτίνων (Ἀριθμ. 252).

128. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ΄. Ε᾽ὰν δοθῶσιν ἡ δύναμις καὶ ἡ ἀντίσασις, εὑρεθήσεται ὁ ἀριθμὸς τῶν τροχῶν, ὁ ἀποχρῶν πρὸς ἀντιῤῥόπησιν ἐκ τῆς ἀναλογίας· ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίσασιν, ὡς ἡ 1 πρὸς χ, γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τὲς τροχὲς ἀκτίνων· ἔςω ἡ μὲν δύναμις = 10 λίτραις, ἡ δ᾽ ἀντίσασις = 1000· ὅθεν 10 : 1000 :: 1 : χ = $\frac{1000}{10}$ = 100· δεῖ ἕν με χρήσαθαι παγκρατίῳ, ἓ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν κατὰ τὲς ἄξονας ἀκτίνων γινόμενον εἴη = 1, τὸ δ᾽ ὑπὸ τῶν κατὰ τὲς τροχὲς, = 100· ἀλλαχμὴν, ἥπερ δῆλον, πολλαχῶς ἂν συγκροτηθείη τὸ γινόμενον 100· ἄρα καὶ τὸ πρόβλημα πολλαχῶς ἐπιλυθήσεται.

Ε᾽ντεῦθεν ἄρα δῆλον „ἐν γένει πρὸς εὕρεσιν τῶν „τροχῶν, δοθεισῶν τῆς τε δυνάμεως καὶ τῆς ἀντισάσεως, „διαιρετέον εἶναι τὸν τὴν ἀντίσασιν ἐκδηλοῦντα ἀριθμὸν „διὰ τοῦ δηλοῦντος τὴν δύναμιν, καὶ ζητητέον ἅπαντας τὲς „τοῦ πηλίκου ποιητὰς, οἳ, πολλαπλασιαθέντες ἐπ᾽ ἀλλήλες, ποιοῖεν αὐτὸ κατ᾽ ἀκρίβειαν“· οἱ δὲ, τόν τε ἀριθμὸν τῶν τροχῶν ἐμφανοῦσι, καὶ ὃν ἡ ἑκάςου τροχοῦ ἀκτὶς πρὸς τὴν τοῦ κατ᾽ αὐτὸν ἄξονος ἔχει λόγον.

Ε᾽ν ἓν τῷ προτεθέντι ὑποδείγματι α΄. ποιηταὶ τοῦ 100 εἰσὶν ὁ 100 καὶ ἡ 1, εἴγε 100 × 1 = 100· β΄. ὁ 2 καὶ ὁ 50, ὅτι 2 × 50 = 100· γ΄. 4 καὶ 25· δ΄. 5 καὶ 20· ε΄. 10 καὶ 10· ἐπιλυθήσεται ἄρα τὸ πρόβλημα, ἤτοι ἑνὸς μόνου τροχοῦ λιφθέντος, ἕπερ ὁ τῆς ἀκτῖνος πρὸς τὴν τοῦ κατ᾽ αὐτὸν ἄξονος λόγον ἔχοι :: 100 : 1, ἢ λιφθέντων δύω τροχῶν, ὧν τοῦ μὲν ἡ ἀκτὶς ἔχοι λόγον πρὸς τὴν τοῦ ἄξονος αὐτοῦ :: 2 : 1· θατέρου δὲ, ὡς 50 : 1· ἢ τοῦ μὲν ὡς 4 : 1, τοῦ δὲ ὡς 25 : 1· ἢ τοῦ μὲν

ὡς 5 : 1, τῷ δὲ ὡς 20 : 1· ἢ τελευταῖον τῷ μὲν ὡς 10 : 1, θατέρῳ δὲ ϗ αὐτῷ ὡς 10 : 1· ἀεὶ γὰρ τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τὰς τροχὰς ἀκτίνων ἐξισῶται τῷ 100.

Ε'ὰν δὲ ϗ αὐτοὶ οἱ ποιηταὶ ἀναλυθῶσιν ἔτι εἰς ποιητὰς 4, 10, 20, 25, 50, ἢ εἰς τὰς αὐτῶν πρώτας ποιητὰς 2, 5, ἐπιλυθήσεται τὸ πρόβλημα ϗ διὰ τριῶν τροχῶν, ὧν οἱ λόγοι εἶεν φέρ' εἰπεῖν 2, 5, 10, ἢ 4, 5, 5 κτλ., ϗ διὰ τεσσάρων δὲ ὧν οἱ λόγοι εἶεν 2, 2, 5, 5 κτλ.

129. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ὅταν ἤτοι ἡ ἀντίσασις μὴ ᾖ διαιρέσιμος ἀκριβῶς διὰ τῆς δυνάμεως, ἢ τὸ προϊὸν πηλίκον ἀριθμὸς ᾖ πρῶτος, αὐξητέον τὸ διαιρετέον, ἢ τὸ πηλίκον, μονάδι, ἢ ἀριθμῷ, μέχρις ἂν γένωνται διαιρέσιμοι· τὸ τοίνυν ὕτω γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τὰς τροχὰς ἀκτίνων, ἔσεταί τι μεῖζον τῷ διαιρέτῳ· ὅθεν ἡ δύναμις ὑπερέξει τῆς ἀντισάσεως· τῷ δ' ὅπερ, ὅταν γῦν πρὸς ἄρσιν βαρέων χρώμεθα τῷ παγκρατίῳ, ὑδεμίαν ἐμποιεῖ τῇ χρήσει δυσχέρειαν.

130. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Ε'πεὶ δὲ αἱ ἀκτῖνες τῶν κύκλων εἰσὶν ὡς αἱ περιφέρειαι (Γεωμ. 393. Τόμ. Β'.)· ὁ ἄρα τῶν κατὰ τὰς τροχὰς ὀδόντων ἀριθμὸς πρὸς τὸν τῶν ἀξόνων λόγον ἔχει, ὃν ἡ ἀκτὶς τοῦ τροχοῦ πρὸς τὴν τοῦ ἄξονος· δυνατὸν ἄρα ἐν τῇ ἀναλογίᾳ ἀντὶ τῶν ἀκτίνων ἀντικατασῆσαι τὰς ἀριθμὰς τῶν ὀδόντων· ϗ δή, ἀντιῤῥοπίας ἔσης, ἡ δύναμις ἔσαι πρὸς τὴν ἀντίσασιν, ὡς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν ἀριθμῶν τῶν κατὰ τὰς ἄξονας ὀδόντων πρὸς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν δηλέντων τὰς τῶν τροχῶν.

131. ΠΟΡΙΣΜΑ ς'. Ε'ντεῦθεν ἄρα ὁ ἀριθμὸς τῶν περιφορῶν τροχοῦ τοῦ Α τάχιον φερομένου, ἢ ὁ ἐφεξῆς Β,

τῦ Β ἅπαξ περιφερομένυ, δηλῦται ὑπὸ τῦ ἀριθμῦ τῶν ὀδόντων τῦ Β, διαιρεθέντος διὰ τῦ ἀριθμῦ, ὃς ἐμφαίνει τὺς ὀδόντας τῦ ἄξονος τῦ κατὰ τὸν τροχὸν Α· ἐπιεικῶς γὰρ ὁ τῶν περιφορῶν τῦ τροχῦ Ατ ἀριθμὸς ἀναμφηρίςως ταυτίζεται τῷ τῶν περιφορῶν τῦ κατ' αὐτὸν ἄξονος Α· ἀλλαμὴν ὁ τῶν περιφορῶν τῦ ἄξονος Α ἀριθμὸς ἐμφαίνεται ὑπὸ τῦ ἀριθμῦ τῶν τῦ τροχῦ Β ὀδόντων, διαιρεθέντος διὰ τῦ ἀριθμῦ τῶν τῦ ἄξονος Α ὀδόντων· εἰ γὰρ τῷ μὲν ἄξονι Α πάρεισι φέρε 10 ὀδόντες, τῷ δὲ τροχῷ Β 50, δῆλον ὅτι ὁ ἄξων Α, ᾧ ἑπομένως ὁ τροχὸς Ατ, πεντάκις περιενεχθήσεται, τῦ τροχῦ Β περιενεχθέντος ἅπαξ· ἆρα ὁ ἀριθμὸς τῶν τῦ τροχῦ Α περιφορῶν, τῦ ἐφεξῆς Β ἅπαξ περιενεχθέντος, δηλωθήσεται διὰ $\frac{5}{10}$, εἴτ' ἂν διὰ τῦ ἀριθμῦ τῶν τῦ ἐφεξῆς τροχῦ Β ὀδόντων, διαιρεθέντος διὰ τῦ ἀριθμῦ τῶν τῦ ἄξονος Α, ᾧ εἴσεισιν ὁ Β τροχὸς, ὀδόντων.

132. ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ'. Ἐν γένει ἄρα ὁ ἀριθμὸς τῶν περιφορῶν τροχῦ τῦ Α, τάχιον φερομένυ, ἐν ᾧ τροχὸς ὁ Δ, βραδύτερον περιφερόμενος, ἅπαξ περιφέρεται, ἐκδηλῦται ὑπὸ τῦ γινομένυ ἐκ τῶν ἀριθμῶν τῶν κατὰ τὺς τροχὺς Β, Γ, Δ, ὀδόντων, διαιρεθέντος διὰ τῦ γινομένυ ἐκ τῶν ἀριθμῶν τῶν ὀδόντων τῶν ἀξόνων Α, Β, Γ, οἷς ἐναρμόζονται οἱ τροχοὶ Β, Γ, Δ· ἦσαν γὰρ 80 οἱ τῦ Γ τροχῦ ὀδόντες, ᾧ 8 οἱ τῦ Β ἄξονος, ὥπερ ὁ Γ ἐναρμόζεται· ἐκεῖν ὁ ἄξων Β, ᾧ ἑπομένως ὁ τροχὸς Βσ, δεκάκις περιενεχθήσεται, τῦ τροχῦ Γ ἅπαξ περιενεχθέντος· ὁ τοίνυν ἀριθμὸς τῶν περιφορῶν τῦ τροχῦ Β, τῦ τροχῦ Γ ἅπαξ περιενεχθέντος, ἔσαι $\frac{8}{8}$· ἀλλαμὴν τῦ τροχῦ Β ἅπαξ περιενεχθέντος, ὁ ἀριθμὸς τῶν τῦ τροχῦ Α περιφορῶν ἔσιν $\frac{5}{10}$, ὡς εἴδομεν (131)· ὁ ἄρα ἀριθμὸς τῶν τῦ

τροχῦ Α περιφορῶν, τῦ τρίτυ τροχῦ Γ ἅπαξ περιφερομένυ, ἐκδηλῦται διὰ $\frac{5}{10}° \times \frac{8}{8}°$, τῦτ' ἔστι διὰ τῦ γινομένυ ἐκ τῶν ἀριθμῶν τῶν κατὰ τὺς τροχὺς Β, Γ ὀδόντων, διαιρεθέντος διὰ τῦ γινομένυ ἐκ τῶν ἀριθμῶν τῶν ὀδόντων τῶν ἀξόνων, οἷς οἱ τροχοὶ Β, Γ ἐναρμόζονται· ὡσαύτως δὲ δείκνυται καὶ ἐπὶ τῦ τροχῦ Α, παραβαλλόμενον πρὸς ὁντινανῦν τροχὸν Δ, βραδύτερον φερόμενον τῦ Α.

133. ΠΟΡΙΣΜΑ Η΄. Ἐν γένει ἄρα ὁ ἀριθμὸς τῶν περιφορῶν τροχῦ, τάχιον φερομένυ, πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν περιφορῶν τροχῦ βραδυτέρυ λόγον ἔχει, ὃν τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν ἀριθμῶν τῶν ὀδόντων ἑκάστυ τῶν ἐναρμοζομένων τροχῶν, διαιρεθὲν διὰ τῦ γινομένυ ὑπὸ τῶν ἀριθμῶν τῶν ὀδόντων τῶν κατὰ τὺς ἄξονας, οἷς οἱ τροχοὶ ἕτοι ἐναρμόζονται, πρὸς τὴν μονάδα· ἢ ὁ ἀριθμὸς τῶν περιφορῶν τροχῦ, τάχιον περιφερομένυ, πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν περιφορῶν τροχῦ βραδυτέρυ ἔχει λόγον σύνθετον, ἔκτε τῦ ὀρθῦ λόγυ τῶν ἀριθμῶν τῶν κατὰ τὺς ἐναρμοζομένυς τροχὺς ὀδόντων, καὶ ἐκ τῦ ἀντιστρόφυ τῶν ἀριθμῶν τῶν κατὰ τὺς ἄξονας, οἷς οἱ τροχοὶ ἕτοι ἐναρμόζονται, ὀδόντων.

134. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Ὁ μέγας Ἀρχιμήδης διὰ παγκρατίυ, ὁμοίυ τῷ ἐν (κ. 81), ἐξῶτος ἐν μονίμῳ σημείῳ, ἐκτὸς κειμένῳ τῆς γῆς, ἀνασπάσαι ἔφη δύναθαι ὅλην τὴν ὑδρόγειον σφαῖραν· πόσυς ἄρα τροχὺς ἐπάναγκες ἔχειν τυτὶ τὸ παγκράτιον, ὑποτιθεμένυ ἐν ἅπασι τῦ λόγυ τῆς τῦ τροχῦ ἀκτῖνος πρὸς τὴν τῦ ἄξονος :: 10 : 1, ἵνα βάρος λίτρας μιᾶς ἀνασπάσῃ τὴν γῆν;

ΛΥΣΙΣ. Ἐν τῷ δε τῷ προβλήματι ἡ δύναμις μόνον γινώσκεται ἕσα λίτρα μία· ἵν' ἕν γνωθῇ καὶ ἡ ἀντίσασις, ἀνάγκη μαθεῖν τὸ τῆς ὅλης γῆς βάρος, ὅσον ἐστὶν, ὅπερ λίτρα μία βασάσει.

Τῦ τοίνυν τῆς ἀργίλυ βάρυς πρὸς τὸ τῦ ὕδατος λόγον ἔχοντος :: $1\frac{1}{2} : 1$, ἢ τῦ τῆς πυρίτιδος, ἢ μέρος εἶναι τῆς γῆς δύναται, πρὸς τὸ τῦ ὕδατος :: $2\frac{1}{2} : 1$, ἐὰν ἅπασα ἡ σφαῖρα ὑποτεθῇ συγκειμένη ἐξ ὕλης ὁμογενῦς, τῇ ἀργίλῳ ἰσοβαρῦς, ἀποτελεσθήσεται ὄγκος ἰσοβαρὴς ὡς ἔγγισα τῇ ὑδρογείῳ σφαίρᾳ· τύτυ ὑποτεθέντος, ἐπεὶ κυκλικὸς πῦς ὕδατος ἕλκει βάρος λιτρῶν 70, εἴτ' ἂν ὑγγίας ἑκκαίδεκα, κυκλικὸς πῦς ἀργίλυ, ἢ τῆς ὁμογενῦς ὕλης, ἐξ ἧς σύγκειται ἡ γῆ ἐξ ὑποθέσεως, ἕλξει βάρος ὡς ἔγγισα λιτρῶν 100· ἐὰν ἄρα γνωσθῇ, ὅσυς κυκλικὺς πόδας περιέχει ἡ ὑδρόγειος σφαῖρα, πολλαπλασιασθέντων ἐπὶ 100, πορισθήσεται ἀριθμὸς ἐκδηλῶν τὸ βάρος τῆς γῆς, εἴτ' ἂν τὴν ἀνασπασθησομένην ὑπὸ λίτρας μιᾶς ἀντίσασιν· ζητητέον τοίνυν τὺς κυκλικὺς πόδας, ὓς περιέχει ἡ ὑδρόγειος σφαῖρα.

Τῆς κυκλικῆς περιφερείας τῦ τῆς γῆς ἰσημερινῦ ὕσης = 9000 λεύγαις (ὡς ἐν τῇ ἀστρονομίᾳ ὀψόμεθα), ἡ αὐτῆς διάμετρος ἔσαι ὡς ἔγγισα = 2865 λεύγαις (Γεωμ. 376. Τόμ. Β'.)· ἡ ἄρα ταύτης τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια ἔσαι = 9000 × 2865 (Γεωμ. 451. Τόμ. Β'.) = 25785000 λεύγαις τετραγωνικαῖς· ἡ δ' αὐτῆς στερεότης ἔσαι = 257 85000 × $2\frac{8}{6}\frac{6}{5}$ (Γεωμ. 463. Τόμ. Β'.) = 12312337500 κυβικαῖς λεύγαις. Πολλαπλασιαθήτω δὲ ὁ τῶν κυβικῶν λευγῶν ἀριθμὸς ἐπὶ 11883569768 (Ἀριθμ. 156)· ἢ δὴ εὑρεθήσεται ἡ ὑδρόγειος σφαῖρα περιέχυσα κυβικὰς ὀργυὰς 1463145216884127000000, ὃς πολλαπλασιαθεὶς ἐπὶ 216 (Ἀριθμ. 156) ποιεῖ 316039366846971432000000 κυβικὺς πόδας, τῇ γῇ ἐμπεριεχομένυς· τελευταῖον δὲ ὁ ἀριθμὸς ἕτος, πολλαπλασιαθεὶς ἐπὶ 100, παρέξει ἐν λίτραις τὸ βάρος, ὃ ἕλκειν ὡς ἔγγισα ἡ γῆ ὅλη δύναται, εἴτ' ἂν

3160393668469714320000000 (P), ὃς ἀριθμὸς ἐκ χαρακτήρων πέντε καὶ εἴκοσι σύγκειται.

Ἐπεὶ δὲ ὁ τῆς ἑκάστου τροχοῦ ἀκτῖνος πρὸς τὴν τοῦ ἄξονος λόγος ἀεί ἐστι 10 : 1, ζητητέον βαθμὸν τοῦ 10 τοιοῦτον, οἷον περιέχειν τὸν ἀριθμὸν P· ὁ δὲ δείκτης τοῦ βαθμοῦ τούτου ἐμφανεῖ τὸν ἀριθμὸν τῶν πρὸς ἐπίλυσιν τοῦ προβλήματος ἐξικανούντων τροχῶν· ἐπεὶ δὲ ὁ ἀριθμὸς P χαρακτῆρας περιέχει πέντε πρὸς τοῖς εἴκοσιν, ἀρτέον τὸν 10 ἐπὶ τὸν εἰκοστὸν πέμπτον βαθμόν· ὁ δὲ προκύπτων ἐντεῦθεν ἀριθμὸς, ὃς ἐμφαίνει τὴν τῆς δυνάμεως ταχύτητα, τὴν μονάδα ἔχων συγγεγραμμένην πέντε καὶ εἴκοσι μηδενικοῖς, εἴτ' ἓν περιέχων ἐξ καὶ εἴκοσι χαρακτῆρας, πολὺ ὑπέρκειται τοῦ ἀριθμοῦ P, τοῦ τὴν ἀντίσασιν, εἴτ' ἓν τὸ τῆς γῆς βάρος, ἐμφαίνοντος.

Ἐὰν ἄρα παγκρατίῳ, ἐξ εἴκοσι καὶ πέντε τροχῶν συγκειμένῳ, χρησώμεθα, ἐν ᾧ τροχοῦ ἑκάστου ἡ ἀκτὶς δεκαπλασία εἴη τῆς τοῦ κατ' αὐτὸν ἄξονος, τὸ λίτρας βάρος ἐ μὴ ἀντιῤῥοπήσει τῇ ἀντισάσει, ἀλλ' εὐχερῶς πάνυ αὐτὴν ἀνασπάσει· ἀπέχρη μὲν γὰρ πρὸς ἀντιῤῥόπησιν τὸ βάρος πρὸς τὴν ἀντίσασιν λόγον ἔχειν ἀντίστροφον τοῦ τῶν μαζῶν, καὶ τοῦ τῶν ταχυτήτων· ὁ δὲ ἀριθμὸς ὁ τὴν τῆς δυνάμεως ἐμφαίνων ταχυτῆτα, εἴτ' ἓν ἡ 1 συγγεγραμμένη πέντε καὶ εἴκοσι μηδενικοῖς, ἔσιν ὡς ἔγγισα τριπλάσιος τοῦ ἀριθμοῦ P, τοῦ τὴν ἀντίσασιν, ἢ τὸ τῆς γῆς βάρος, ἐκδηλοῦντος· τέσσαρες δὲ καὶ εἴκοσι τροχοὶ ἐκ ἐξικανοῦσιν· εἶγε ἡ 1, συγγεγραμμένη 24 μηδενικοῖς, ἔσιν ἀριθμὸς ἐλάττων τοῦ P. O. E. Π. καὶ Δ.

135. ΠΟΡΙΣΜΑ. Εἰ δέτις ἔκθαμβος εὐθὺς γίνεται καθορῶν, ὅσον τὸ παγκράτιον αὔξει τὴν ἰσχὺν τῆς δυνάμεως, παύσεται ἐκπληττόμενος, ἢ γᾶν ἐπ' ἄλλο τρέψει τὰ τῆς ἀπορίας, ἐννοήσας, ὅσον ὁ χρόνος ἐν τούτῳ ἀπόλυται·

ὑποτεθείθω γὰρ ἡ δύναμις, ἢ τὸ λιτραῖον βάρος, ὅπερ διὰ τῶν πέντε ϗ εἴκοσι τροχῶν κινεῖ πᾶσαν τὴν ὑδρόγειον σφαῖραν, φέρεσθαι ταχυτῆτι μετρίᾳ πυροβολικῆς σφαίρας κανονίϐ, ϗ ἑπομένως διανύειν πόδας 1000 ἐφ' ἑκάϛϐ λεπτῷ· πόσων ἄρα δεήσεται λεπτῶν δευτέρων, ἵν' ἀνασπάσῃ τὴν γῆν χωρίῳ ποδιαίῳ; Διῃρήθω ὁ ἀριθμὸς P διὰ 1000· πηλίκον ἓν προκύψει, συγκείμενον ἐξ 22 χαρακτήρων· περιέχει δὲ ὁ ἐνιαυτὸς λεπτὰ δεύτερα 31556940 (Ἀριθ. 167)· ὑκῶν διῃρήθω τὸ εὑρεθὲν πηλίκον διὰ τῶν δευτέρων τούτων λεπτῶν· εἶτ' ἓν, συντομίας χάριν, ἀποτετμήθων ὀκτὼ χαρακτῆρες ἐκ τῶν δεξιῶν τῷ πηλίκϐ τούτϐ· τὸ τοίνυν πηλίκον ἔϛαι συγκείμενον ἐκ 14 χαρακτήρων, εἶτ' ἓν 31 6 0393 6684 697, τοῦτ' ἔϛι 31 δισμυριάδων, ἑξακοσίων τριῶν χιλιάδων μισμυρίων, ἐννεακοσίων τριάκοντα ἓξ μισμυρίων, ἑξακοσίων ὀγδοήκοντα τασσάρων χιλιάδων, ϗ ἑξακοσίων ἐννεακοσίων ἑπτὰ ἐνιαυτῶν, δεήσεται τὸ μιᾶς λίτρας βάρος ταχυτῆτι φερόμενον ἴσῃ τῇ τῷ κανονίϐ πυροβολικῇ σφαίρᾳ, ἵν' ἀνασπάσῃ τὴν ὑδρόγειον σφαῖραν χωρίῳ ποδιαίῳ.

136. ΣΧΟΛΙΟΝ Α'. Ἐξαιρεῖται δὲ ἐνταῦθα ἡ καινὴ ταχυτὴς, ἣν ἂν ἡ λίτρας δύναμις προσκτήσαιτο ἐξ ἰχύος αὐτῇ ἐπιδρώσης ἀεὶ ϗ ταχυνάσης· συνελόντι δ' εἰπεῖν, ἥτε δύναμις ϗ ἡ ἀντίϛασις ἰσομερῶς κινεῖϑαι ὑποτίθενται.

ΣΧΟΛΙΟΝ Β'. Ὅταν δὲ ϗ βέλωνται μέγα ἆραι βάρος, ἀλλὰ τάχισά τι περισρέψαι, ἐναντίως, ἢ ὡς ἤδη εἴρηται, χρῶνται τῷ παγκρατίῳ, εἶτ' ἓν τιθέασι τὴν μὲν κινοῦσαν δύναμιν ἐπὶ τοῦ ΚΙ κυλίνδρϐ· τὸ δὲ περισρεφθησόμενον ἐπὶ τοῦ Β· τὸ γὰρ ἐπὶ τοῦ Β χιλιοπλασίᾳ ταχυτῆτι περιάγεται, ἢ ὁ κύλινδρος ΚΙ, εἰ τρεῖς ὑποτεθεῖεν οἱ τροχοὶ, ϗ τόσοι ἄξονες, ϗ ὁ ἀριθμὸς τῶν ὀδόντων ἑκάϛϐ τρο-

χῦ πρὸς τὸν τῶν ἑκάσυ ἄξονος εἴη :: 10 : 1· χρῶνται δὲ τῷ τοιύτῳ ὀργάνῳ εἰς τὸ νήθειν, ϗ κλώθειν, τὰ ἔ-ρια, τὺς πάμβακας, τὰ λίνα, ϗ μάλισα εἰς τὸ ϛροφαλίζειν τὰ καλῴδια.

137. ΣΧΟΛΙΟΝ Γ΄. Τοῖς πολυτροχίοις πολλαχῦ μὲν χρώμεθα, μάλισα δὲ εἰς τὸ ἐπιβραδύναι τὴν τῆς δυνάμεως ἐνέργειαν, ἵνα πλείων διαρκέσῃ χρόνος (4), ϗ ἔυτακτος δὲ ἀποτελεσθῇ κίνησις, οἵα μετρεῖν ἔχειν τὸν χρόνον, ϗ τηγικαῦτα ὡρολόγιον ὄνομα τῷ πολυτροχίῳ· ϗ εἰς τὸ μετρῆσαι δὲ τὸ, ὅπερ ἄντις βαδίσειε χωρίον, ϗ ὁδόμετρον οἳ τηρικαῦτα προσφυὲς ἀπονέμεται ὄνομα· περὶ δὲ τῶν ἁρματείων τροχῶν κτλ. ὐδὲν ἡμῖν ἐνταῦθα εἰρήσεται· ὐ γὰρ αὐτοῖς τὔνομα τὸ τῶν πολυτροχίων ἐφαρμόζει· ἐπεὶ μήδ' αὔξυσιν ὅλως τὴν ἰχῦν τῆς δυνάμεως, χρήσιμα δὲ γίνεται μόνον, ὅτι τὴν τριϐὴν τῶν κατὰ γῆν ἑλκυσθησομένων σωμάτων διακωλύυσιν· ἀλλὰ γὰρ περί τε τῆ ὡρολογίᾳ ϗ τῆ ὁδομέτρυ ῥητέον ἐν τοῖς ἑφεξῆς δυσὶ κεφαλαίοις, ἀμέλειτοι περὶ ἑκατέρυ ἰδίᾳ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΚΑΤΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Περὶ Ὡρολογίυ.

138. Ε"ωθ' ὅτε μὲν εἰς καταμέτρησιν τῦ χρόνυ τῷ ἐξ ὕδατος ὡρολογίῳ, ὃ καλεῖται Κλεψύδρα, χρῶνται οἱ ἄθρωποι· ἔωθ' ὅτε δὲ ἄγγεσι δυσὶν ὑελίνοις συγκεκολλημένοις, κοινὴν ὀπὴν ἔχυσιν, ὧν ἑκ τῦ ἑτέρυ εἰς ἕτερον ψάμμος ἐμπίπτει, διὰ τῶν πληρωμάτων τὸν χρόνον καταμετρῶν· ἀλλὰ γὰρ τὰ τοιυτῴδη ὡρολόγια

ὐδὲν ὅλως εἰσὶ, πρὸς ἃ ἐφεῦρόν τε ϗ ἐτελείωσαν οἱ μηχανικοὶ, τοῖς πολυτροχίοις χρησάμενοι· τῷ τοίνυν ὡρολογίῳ τὸ μέν ἐσιν ὡρολόγιον ἁπλῶς, τὸ δ' ὡροσκόπιον, τὸ δ' ἐγκόλπιον ὡρολόγιον· ὡρολόγιον μὲν ἓν καλεῖται, ὅταν ἡ κινοῦσα αὐτὸ δύναμις ἢ βαρὺ σῶμα· ὅταν δὲ ἢ τὸ κινοῦν ὐχὶ σῶμα βαρὺ, ἀλλ' ἐλατήριον, τηνικαῦτα ὡροσκόπιον μέν ἐσιν, ἐὰν μέγα ὄν μεταφέρεσθαι μὴ ἔχῃ· ἐγκόλπιον δ' ὡρολόγιον, ἐὰν ἐν τῷ κόλπῳ αὐτὸ φέρωμεν.

193. Ἐκ τῶν προειρημένων εὐμαρῶς συνάγεται, πολλαχῶς ἂν ἔχειν συνάπτεσθαι τὸν τῶν ὀδόντων ἑκάστῳ τροχῷ ἀριθμὸν, ϗ τὸν τῶν ἀξόνων, ἵν' ὁ ὡροδείκτης ἐπὶ τοῦ κατὰ τὸ ὡρολόγιον ἀβακίῳ σημάνῃ τὰ τοῦ χρόνου μέρη, ἃ σημαίνεσθαι βουλόμεθα· περιφερέσθω γὰρ ὁ τροχὸς Α ἅπαξ ἐφ' ἑνὸς λεπτοῦ (χ. 80)· βελόνη τοίνυν, προσκολλημένη τῷ ἄκρῳ τοῦ κατ' αὐτὸν ἄξονος, σημανεῖ ἐπὶ ἐπιπέδου, τετμημένου εἰς 60 τμήματα ἰσάλληλα, τὰ δεύτερα λεπτά· ἐὰν δὲ, τοῦ τροχοῦ Α ἑξηκοντάκις περιφερομένου, τροχὸς ἕτερος ὁ Γ περιφέρηται ἅπαξ, βελόνη προσκολλημένη τῷ ἄκρῳ τοῦ κατὰ τὸν Γ τροχὸν ἄξονος, σημανεῖ ἐπὶ τοῦ εἰς ἑξήκοντα ἰσάλληλα μέρη τετμημένου ἐπιπέδου τὰ πρῶτα λεπτά· ἐὰν δὲ τοῦ Γ δωδεκάκις περιφερομένου, ἕτερος τροχὸς ὁ Δ ἅπαξ περιφέρηται, βελόνη, ἡ προσηρμοσμένη τῷ ἄκρῳ τοῦ κατὰ τὸν τροχὸν Δ ἄξονος, σημανεῖ ἐν ἀβακίῳ, εἰς δώδεκα ἰσάλληλα μέρη κατατετμημένῳ, τὰς ὥρας. Βουλομένοις δ' ἔχειν τροχὸν ἄλλον τὸν ψ, ὃ περιφορὰ μία ἐμφαίνοι τὸν ἐνιαυτὸν, σημειωτέον πρῶτον, ὅτι ὁ ἡλιακὸς ἐνιαυτὸς σύγκειται ἐκ λεπτῶν 525949· περιφορὰ δὲ μία τοῦ Δ τροχοῦ, γινομένη ἐν ὥραις 12, δύναται λεπτὰ 720· παρὰ ταῦτα δὲ δῆλον ἐκ

τῶν εἰρημένων (130), τὸν ἀριθμὸν τῶν τῆ Δ περιφορῶν, τῶν γινομένων ἐν ᾧ ὁ ψ τροχὸς ἅπαξ περιφέρεται, ἐκδηλῆσθαι διὰ $5\frac{25}{72}\frac{94}{0}9$· ἀλλαμὴν ὁ τῶν περιφορῶν τῆ Δ τροχῆ, τῶν γινομένων, ἐν ᾧ ὁ τροχὸς ψ περιφέρεται ἅπαξ, ἀριθμὸς ἐμφαίνεται ὑπὸ τῆ ἐκ τῶν ἀριθμῶν τῶν κατὰ τὲς τροχὲς ὀδόντων γινομένη Π, διαιρεθέντος διὰ τῆ γινομένη π ἐκ τῶν ἀριθμῶν τῶν ὀδόντων τῶν ἀξόνων, οἷς ἐναρμόζονται οἱ τροχοὶ, εἴτ' ἓν διὰ $\frac{\Pi}{\pi}$ (132)· ἄρα $\frac{\Pi}{\pi} = 5\frac{25}{72}\frac{94}{0}9$· ἄρα $\frac{\Pi}{\pi} \times 720 = 525949$ λεπτοῖς (Συμ. Λογ. 393)· ζητηθήτω ἄρα ἀριθμὸς τροχῶν τοιόςδε, ὥσε ἑκάσῳ τροχῷ ἀποδοθέντος ὡρισμένη ἀριθμῆ ὀδόντων, καὶ ἑκάσῳ τῶν ἀξόνων, οἷς ἐναρμοσθήσονται οἱ τροχοὶ, ὡρισμένη ἑτέρη ὀδόντων ἀριθμῆ, τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν ἀριθμῶν τῶν κατὰ τὲς τροχὲς ὀδόντων, διαιρεθὲν διὰ τῆ ἐκ τῶν ἀριθμῶν τῶν κατὰ τὲς ἄξονας ὀδόντων γινομένη, καὶ πολλαπλασιασθὲν ἐπὶ 720, ἀποτελεῖν λεπτὰ 525949.

Ζητηθέντων ἓν τῶν ἀριθμῶν τέτων, καθὰ προείρηται (127), εὑρήσομεν ὡς εἰ· ἀ. 8 μὲν ὀδόντες ἀπονεμηθῶσι τῷ ἄξονι Α, 50 δὲ τῷ ἐφεξῆς τροχῷ Β, οἳς τῷ ἄξονι τέτῳ ἐναρμοσθήσεται· β΄. 7 μὲν ὀδόντες τῷ τῆ τροχῆ Β ἄξονι, 69 δὲ τῷ τροχῷ Γ, οἳς ἐναρμοσθήσεται τῷ τῆ Β ἄξονι· γ΄. 7 μὲν ὀδόντες τῷ τῆ Γ ἄξονι, 83 δὲ τῷ Δ τροχῷ, οἳς ἐναρμοσθήσεται τῷ τῆ Γ τροχῆ ἄξονι, εὑρήσομεν λέγω ἐν τῇ περιπτώσει $\frac{\Pi}{\pi} \times 720$, ὅτι

$\frac{50 \times 69 \times 83}{8 \times 7 \times 7} \times 720$ ἀποτελεῖ ὡς ἔγγιστα μὲν λεπτὰ 525949, ἀκριβῶς δὲ λεπτὰ $525948\frac{48}{49}$.

Τοιγαρῦν περιφορὰ μία τοῦ τροχοῦ Δ σημαινεῖ ἀκριβῶς ἐνιαυτὸν πλὴν $\frac{1}{49}$ λεπτοῦ· βελόνη δὲ, προσηρμοσμένη τῷ τοῦ τροχοῦ Δ ἄκρῳ, σημαινεῖ ἐν ἀβακίῳ, εἰς δώδεκα ἰσάλληλα μέρη τετμημένῳ, τὰς δώδεκα τοῦ ἐνιαυτοῦ μῆνας, ἰσαλλήλως μέντοι ἅπαντας, ὡς ἕκαστον αὐτὸν διαρκεῖν $525\frac{5}{12}\frac{29}{49} = 30$ ἡμέραις, ὥραις δώδεκα, 29 λεπτοῖς πρώτοις, καὶ 5 δευτέροις.

Ἔστω ἤδη τροχὸς ἄλλος ὁ Η, καὶ περιφερέσθω ταχυτῆτι ὑποδεκαπλασίᾳ τῆς τοῦ προτέρου τροχοῦ Δ, καὶ τροχὸς ἄλλος ὁ Ι, περιφερόμενος ταχυτῆτι ὑποδεκαπλασίᾳ τῆς τοῦ πρὸ αὐτοῦ Η· ἥκοι ὁ τροχὸς Ι κινηθήσεται ταχυτῆτι ὑφεκατονταπλασίᾳ τῆς τοῦ τροχοῦ Δ, ὃ ἡ βελόνη ἐν ἐνιαυτῷ ἑνὶ ἅπαξ περιεφέρετο· ἡ ἄρα βελόνη τοῦ τροχοῦ Ι ἅπαξ περιενεχθήσεται ἐν ἑνὶ αἰῶνι· καὶ ἐν ἐν ἀβακίῳ, τετμημένῳ εἰς μέρη ἰσάλληλα 100, σημαινεῖ τὰς τοῦ αἰῶνος ἐνιαυτούς.

Ὁ πρὸς τῷ ἄκρῳ τοῦ παλυτροχίου τροχὸς Α βασάζεται ὑπ' ἄξονος, ἐπισηριζομένου δυσὶ σύλοις, διατιθεμένοις ἔτως, ὡς τὸν ἕτερον ἐναρμόζεσθαι μεταξὺ δυοῖν ὀδόντων τοῦ τροχοῦ, θατέρου ὄντος ἐλευθέρου, καὶ αὖ τὸν ἕτερον ἀμοιβαδόν· ὁ δὲ ἄξων ἕκτος ἅπτεται τοῦ ἐκρεμοῦς, περὶ ὧν τῶν ἰδιοτήτων εἴρηται ἐν (Φυσ. 246 κτλ.)· ἔργον δ' αὐτοῦ τὸ εὐδιαθετεῖν τὴν τοῦ ὡρολογίου κίνησιν· ἄνευ γὰρ τοῦ ἐκκρεμοῦς, τὸ τὴν κίνησιν τῷ ὡρολογίῳ ἐμποιοῦν βαρὺ σῶμα, ταχυνόμενον ἀδιαλείπτως (Φυσ. 173), ἐκ ἂν ἐνεποίει αὐτῷ ἰσομερῆ κίνησιν, καὶ οἵαν χρόνου καθίσασθαι μέτρον· ἐπεὶ μέντοι οἱ τοῦ ἄξονος, ᾧ τὸ ἐκκρεμὲς συνάπτε-

ται, ςύλοι ἕνα μόνον ὀδόντα τῦ τροχῦ ἐῶσι παρέρχεσθαι ἐφ' ἑκάςης τῦ ἐκκρεμοῦς ἀναλικνήσεως, αἵτε ἀναλικνήσεις ἐκκρεμοῦς μακροτάτυ ἐν τοῖς μεγάλοις ὡρολογίοις, ἐλάχιςα κυκλικὰ τόξα γράφεσαι, ὡς πρὸς αἴσθησιν εἰσὶν ἰσόχρονοι (Φυσ. 256. Τόμ. Δ'.)· ὡς ἔγγιςά ἄρα ἰσομερής ἐςιν ἡ τῆς ὅλης μηχανῆς κίνησις.

140. Ἵν' ἑκάςη τῦ ἐκκρεμοῦς ἀναλίκνησις λεπτὸν δεύτερον τῆς ὥρας ἐμφαίνῃ, ἐπάναγκες αὐτῦ τὸ μῆκος ἰσῦσθαι, ὑπὲρ τῶν ἐν τῇ αὐτῇ μοίρᾳ τῦ πλάτυς κειμένων τόπων, ἐν ᾗ ϰ ἡ πόλις τῶν Παρισίων, 3 ποσὶ, καὶ γραμμαῖς 8, 57· ἐκλεπτέον δὲ τῦτο ἐπὶ τῶν ἀναλικνήσεων ἐκκρεμοῦς, ἐλευθέρως ἀναλικνυμένυ· ἡ γὰρ συνέζευκταί πως ἡ τῦ ἐκκρεμοῦς ἀναλίκνησις τῇ τῦ ὡρολογίυ κινήσει, ἀμήχανον ἐκ τῦ μήκυς συναγαγεῖν τὴν ἑκάςης ἀναλικνήσεως ἀκριβῆ διάρκειαν· ἀνθ' ὅτυ δὴ, ἵν' εὐτακτότερα ἡ τῦ ὡρολογίυ γίνηται κίνησις, προσαρμόζυσι τῷ κινυμένῳ ἄκρῳ τῦ ἐκκρεμοῦς φακὸν ἐξ ὕλης ςερρᾶς, οἷον μολίβδυ, διὰ κοχλίυ ὑπεισερχόμενον τῷ τῦ ἐκκρεμοῦς ἄκρῳ (87)· κἂν μὲν τὸ ὡρολόγιον βραδύτερον τῦ δέοντος κινῆται, ἀναβιβάζεται ὁ φακὸς διὰ τῦ κοχλίυ· ἂν δὲ τάχιον, καταβιβάζεται· προφανὴς δὲ ὁ λόγος ἐκ τῶν εἰρημένων περὶ τῦ τῶν δευτέρων λεπτῶν ἐκκρεμοῦς (Φυσικ. 252. κτλ.).

141. Τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μενόντων, τὰ ὡρολόγια, ὧν τὸ ἐκκρεμὲς = 3 ποσὶ, εἰσὶν ἀκριβέςερα τῶν ἄλλων· αἱ γὰρ ἀναλικνήσεις, καίτοι ἀλλήλαις ἄνισοι, γράφυσαι τόξα 4°, ἢ 5°, ἴσον χρόνυ διαρκῦσι (Φυσικ. 256)· τοιῦτον ἄρα ἐκκρεμὲς δεξιώτατόν ἐςι τὴν ἐν τῷ πολυτροχίῳ τῆς κινήσεως ἀνωμαλίαν διορθώσασθαι. Τὸ δ' ὡροσκόπιον τῦ ὡρολογίυ διενήνοχε τῇ τε κινητικῇ αἰ-

τία ϗ τῷ τῆς κινήσεως διευθετητῇ· ἐν μὲν γὰρ τῷ ὡρολογίῳ ἡ κινοῦσα αἰτία σῶμά ἐςι βαρὺ, ὃ διὰ καλωδίου, ἐνειλιγμένου κυλίνδρῳ τῷ Α, διήκοντι διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ πρώτου τροχοῦ, μεταδίδωσι τῆς ἑαυτοῦ ἐνεργείας τοῖς μέχρι τοῦ ἑκάτου τροχοῖς· τῷ δ' ὡροσκοπίῳ ὅθ' ἡ κινοῦσα αἰτία, ἔτε μὲν ὁ διευθετητὴς ὑπάρχουσι σώματα βαρέα.

142. Ἄκρον τὸ ο ἐλατηρίου (χ. 82), τοῦτ' ἔςι πετάλου παραλληλογραμμοειδοῦς, ἐκ χάλυβος προσαρμόζεται τῷ ςύλῳ ΑΒ τοῦ ΓΔ κυλίνδρου, θάτερον δὲ αὐτῷ τῷ κυλίνδρῳ· διὰ κλειδὸς δὲ τῆς ΕΖΘ περιςρέφουσι τὸν ἄξονα ΘΗ τοῦ κωνοειδοῦς σώματος ΘΗΙτ· ἄλυσις δὲ χαλυβίνη, ἧς τὸ μὲν τῶν ἄκρων τῷ κυλίνδρῳ συγκολλᾶται, θάτερον δὲ τῷ κωνοειδεῖ σώματι, ἐνελισσομένη τῇ τοῦ κωνοειδοῦς σπείρᾳ, καταναγκάζει τὸν ΓΔ κύλινδρον πολλάκις περιφέρεσθαι περὶ τὸν ἀκίνητον ἄξονα ΑΒ· τοιγαροῦν τοῦ κατὰ τὸ ἐλατήριον ἄκρου ρ ἀναγκαζομένου ὑπὸ τοῦ σημείου τοῦ κυλίνδρου, ᾧ συγκεκόλληται, περιφέρεσθαι περὶ τὸν ἄξονα ΑΒ, θατέρου δὲ τοῦ ο συγκεκολλημένου τῷ ἄξονι ΑΒ, τὸ ἐλατήριον ἀναγκάζεται πολλάκις περὶ ἑαυτὸ περιενεχθῆναι· καλεῖται δὲ τοῦτο τοῦ ὡροσκοπίου ἄνοδος τὸ δ' ἐλατήριον, ὕτω συνθλιβόμενον, σπεῦδον ἐξελιχθῆναι, ἀναγκάζει τὸν κύλινδρον περιφέρεσθαι κατὰ τὴν φορὰν Δ Γ, τὴν ἐναντίαν τῇ, καθ' ἣν κεκίνηται ὑπὸ τῆς χάλυσεως διὰ τῆς κλειδός· ἐντεῦθεν ἄρα ὁ κύλινδρος, ἕλκων τὴν ἄλυσιν ΓΔτΙ, κινεῖ μὲν τὸ κωνοειδὲς σῶμα ΘΗΙτ, συγκινεῖ δὲ ϗ τὸν τροχὸν ΠΞ, ὅς τις κινεῖ ἅπαν τὸ πολυτρόχιον· διό, τι δὲ τὸ σῶμα κωνοειδές ἐςιν, ἀλλ' ὁ κυλινδροειδὲς, εἴρηται (64).

143. Βουλομένοις δὲ τὸ ὡροσκόπιον ἐγκόλπιον ἀπεργάσασθαι, ἀντὶ ἐκκρεμοῦς διορθοῦντος τὴν κίνησιν, ἀντεισ-

ακτέον κύκλον, ὃς, ὀδόντος ἑνὸς παρερχομένου, ἅπαξ ἀναλικνεῖται, αἱ δ' ἀναλικνήσεις, ἐν μεγάλῳ τόξῳ κύκλου γινόμεναι, πλεῖον διαρκέσιν, ὅταν ὦσι μείζους· ἀνθ' ὅτου δὴ πρὸς διόρθωσιν τῆς τοῦ ὡροσκοπίου κινήσεως τίθεται τῷ διευθετητῇ νῆμα χάλυβος· ᾗ τάχιον μὲν, ἢ ὅσον ἀπόχρη, κινουμένου τοῦ ὡροσκοπίου, ἐπιμηκύνεται τὸ νῆμα, ᾗ τὸν διευθετητὴν ἀναλικνεῖσθαι ποιεῖ ἀναλικνήσεις μείζονος τόξου, ᾗ ἑπομένως μακροτέρας· βραδύτερον δὲ, ὑποσυσέλλουσι τὸ νῆμα, ἵν' ἑκάσης ἀναλικνήσεως τοῦ διορθωτοῦ ἐλαττουμένης, προσυπελαττῶται ᾗ ἡ αὐτοῦ διάρκεια.

Ἔντε τῷ ὡροσκοπίῳ, καὶ τῷ ἐγκολπίῳ ὡροσκοπίῳ, ἡ αὐτή ἐσι κινητικὴ ἰσχύς· ἐλατήριον γὰρ ἐν ἑκατέρῳ· ἐπεὶ μέντοι τὸ ὡροσκόπιον ἀφέρομεν ἐφ' ἑαυτῶν, διευθετητὴς αὐτῷ μένει τὸ ἐκκρεμές· ἐπεὶ δὲ πολλαχοῦ ἔνεσι τὸ ὡροσκόπιον θεῖναι, ἐπὶ τραπέζης, ἐπὶ τῆς γῆς αὐτῆς κτλ. διὰ τοῦτο τοῦ ὡρολογίου ἐπίπροσθεν ἄγουσι τὸ ὡροσκόπιον.

144. Ἀρετὴ δὲ παντὸς πολυτροχίου ἔσι ἀ. τοὺς τῶν τροχῶν ὀδόντας ἀκριβῶς τοῖς ἄξοσιν ἐναρμόζεσθαι· β'. τὰς, αἷς οἱ τῶν τροχῶν ἄξονες εἰσέρχονται, ὀπὰς μὴ λίαν εἶναι μεγάλας· γ' ἐξωμαλισμένα εἶναι ἅπαντα τὰ ἐν αὐτῷ ἕνεκα τοῦ μὴ γίνεσθαι τριβήν· δ'. τὴν ὕλην, ἐξ ἧς κατασκευάζεται, σεῤῥὰν ὑπάρχειν ᾗ ἄκαμπτον.

Τὸ πρῶτον τούτων ἀναγκαιότατον ὑπάρχει ἀναμφηρίσως ἐν παντὶ πολυτροχίων εἴδει· ὅτι προτέρημα πρώτισον ἐν αὐτοῖς πάντα τὰ τοῦ ἔργου μέρη προσφυέσατα ἀλλήλοις προσεναρμόζεσθαι· τὸ δὲ δεύτερον ἐπίσης ἀναγκαῖον· ἄλλως γὰρ κλονοῖντ' ἂν οἱ τῶν τροχῶν ἄξονες, ᾗ ἕτως ἑκάσου τῶν κατὰ τοὺς τροχοὺς ὀδόντων προσφυῶς μὴ ἐμπίπτοντος τοῖς τῶν ἀξόνων ὀδοῦσι, δυσχερῶς ἀποτελεῖ-

ται ἡ κίνησις, πολλάκις δὲ καὶ παύεται· ἡ δὲ τριβὴ ἀπομειοῖ τὴν ἰσχὺν τῆς δυνάμεως· διὸ ὡς οἷόντε μειωτέον αὐτὴν τρόποις παντοίοις· τὸ δὲ τέταρτον ἐν μὲν τοῖς ὡρολογίοις καὶ ὡροσκοπίοις, ὧν ἔργον ἐστὶ κίνησιν εὔτακτον καὶ ὁμαλὴν ἀπεργάσασθαι, εὐμαρῶς εὑρίσκεται· δυσχερῶς δὲ ἐν τοῖς παγκρατίοις, δι' ὧν, ὡς εἴρηται, βαρέα σώματα αἴρεσι (123)· ἐὰν ἓν μὴ πάντα τὰ μέρη τοῦ παγκρατίου σκληρὰ ὦσι καὶ ἄκαμπτα, οἱ μὲν ἄξονες λιγυσθήσονται, οἱ δ' ὀδόντες θραυσθήσονται, τὸ δ' ὅλον ὄργανον τῇ δυνάμει ἀντικείσεται· πολλοῦ γε καὶ δεῖ τοῦ ταύτης συναντιλαβέσθαι· ἀλλ' ἡμῖν ὕλη, ἐξ ἧς τὰ τοιαῦτα κατασκευάζεται, ξύλα ἔσα καὶ σίδηροι, καὶ τἄλλα μέταλλα, σώματα δηλονότι κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἧττον καμπτόμενα καὶ θλιβόμενα (Φυσ. 320), ἐκ ἂν ἐχέγγυος γένοιτο τοῦ διὰ τῶν παγκρατίων ἅπαν σῶμα, ὅσον ἂν εἴη βαρὺ, ἀναπάσαι, καὶ ἀναίρειν· χρήσιμα μὲν γὰρ τὰ παγκράτια γίνεται μέχρι τινὸς ὁρίου βάρους, αὐξομένης τῆς κατὰ τὴν δύναμιν ἰσχύος· ἄχρηστα δ' ἐπέκεινα τούτου, τῆς ὕλης σέγειν τὸ βάρος ἀδυνατούσης.

145. Τὸ ἄρα εἰρημένον περὶ τοῦ εἰς ἀνάσπασιν τῆς γῆς δεξιοῦ παγκρατίου (134) καίτοι δεδειγμένον ἀκριβῶς ὡς πρὸς τὴν ἰσχὺν τῆς δυνάμεως, καὶ τὸν αὐτῆς πρὸς τὴν ἀντίσασιν λόγον, ἀδύνατον μέντοι ἐκτελεσθῆναι, ἐχ' ὅπως χήτει ὑπομοχλίου, ἀλλὰ καὶ ὕλης ἀκάμπτου, ἐξ ἧς ἂν συντεθείη τὸ παγκράτιον.

146. Ἀλλὰ καὶ τοῦτο παρατηρητέον, ὅτι ὅσῳ μικρότεροί εἰσιν οἱ τῶν τροχῶν ἄξονες, τοσούτῳ ἧττον εὐλίγυσοι, καὶ οἱ τροχοὶ ἧττον ὑποκείμενοι κλονισμοῖς τε καὶ διαφθοραῖς· ὅθεν συνάγεται τὰ ἐγκόλπια ὡροσκόπια

παρὰ τὴν τῦ μεταφέρεσθαι εὐκόλως χρησιμότητα, καὶ σεῤῥότερα γίνονται.

Ε'ν γένει δὲ, ὅσῳ πολυσύνθετός ἐσιν ἡ μηχανὴ, τοσύτῳ πλείονι φθορᾷ ὑπόκειται· ἐπεὶ γὰρ ἡ τῆς δυνάμεως ἐνέργεια μεταδίδοται ἐκ διαδοχῆς ἅπασι τοῖς τῆς μηχανῆς μέρεσι μέχρι τῆς ἀντιςάσεως, τὸ ἑνὸς μόνυ μέρυς πάθημα πᾶσαν καταργεῖ τὴν μηχανήν· ἀλλ' ὅσῳ πλείω τὰ μέρη, τοσύτῳ πιθανώτερον ἓν τύτων παθήματί τινι καθυποπεσεῖν, ἐντεῦθεν ἄρα συνάγεται ῥᾴςα, ἀ. ὡς, εἴπερ ὡρολογίε, μόνας τὰς ὥρας σημαίνοντος, κρεῖττόν ἐσι τὸ παντοῖα μέρη τῦ χρόνυ ἐμφαίνον, δεῖ μέντοι εἰδέναι, ὅτι τῦτο ἐκείνυ κινδυνεύει μᾶλλον διαφθαρῆναι· β'. ὅτι ὐ δεῖ ἀνάγκης ἄνευ πολλαπλασιάζειν ἐν τοῖς ὡρολογίοις τὺς τροχύς· βέλομαι φέρε τροχόν τινα περιφέρεσθαι ἅπαξ, τῦ πρὸ αὐτῦ δωδεκάκις περισρεφομένυ· τυτὶ ἓν ποιῆσαι δύναμαι, ἤτοι τῷ καινῷ τροχῷ δωδεκαπλασίυς ὀδόντας ἐνεργασάμενος τῶν τῦ κατὰ τὸν πρὸ αὐτῦ ἄξονος, ἢ χρησάμενος τροχῷ ἄλλῳ μεταξὺ τῦ πρώτυ κ τῦ δευτέρυ κεισομένυ μετ' ἄξονος ἄλλυ, ὥσε τὺς μὲν ὀδόντας τῦ μεταξὺ τροχῦ τριπλασίους εἶναι φέρε τῶν τῦ ἄξονος τῦ πρώτυ τροχῦ, τὺς δὲ ὀδόντας τῦ τρίτυ τετραπλασίυς τῶν τῦ ἄξονος τῦ μεταξὺ τεθέντος τροχῦ· ἀλλ' ἀδιάφορον ἄλλως ὂν, πρὸς μέντοι τὸ ἀκινδυνώτερον ἀνθαιρετέον ἐσὶ τῦ λαβεῖν τρεῖς τὸ δύω.

147. Τὸ δὲ τῶν ὡρῶν κατά τε ψύχη κ θάλπη διάφορον τὴν τῶν ὡρολογίων κίνησιν ἀδιαλείπτως ἀλλοιοῖ· κ γὰρ ὀψόμεθα ἐν τοῖς ἐφεξῆς, ὅτι θέρμη μὲν αὔξει, διασέλλυσα τὸν ὄγκον τῶν σωμάτων, ψύχος δὲ μειοῖ, συσέλλον· κατὰ ταύτην ἓν τὴν ἀρχὴν, τὴν ἀπειραριθμοις μονονὺ κεκυρωμένην πειράμασιν, ἡ θέρμη αὔξει τὺς ἄξονας·

διασέλλουσα δὲ τὴν ὕλην, ἐξ ἧς σύγκεινται αἱ τὰς ὀπὰς ἔχουσαι μετάλλιναι πλάκες, ἐλαττοῖ τὰς τῶν ὀπῶν διαμέτρους· ὠκῦν ἐν ταῖς ὀπαῖς κατασενοχωρούμενοι οἱ ἄξονες, ἵνα περιάγωνται, πλείονα τριβὴν κατανικῆσαι ἀναγκάζονται· ἐντεῦθεν ἄρα· ά. ἡ θέρμη βραδύνει τὰ ὡρολόγια· β΄. τὰς ὀπὰς κατασκευαστέον τοσαύτας τῷ μεγέθει, ὥστε τὰς αὐτῶν διαμέτρους ὑπερέχειν τι τῶν κατὰ τοὺς ἄξονας, μὴ μέντοι παρὰ πολὺ μείζους (144)· γ΄. τὰ καινὰ τῶν ὡροσκοπίων, ἐν οἷς αἱ ὀπαὶ ἀκριβέσεραί εἰσιν, ὑστεροῦσι τοῦ δέοντος χρόνου, ᾗ μάλιστα ὥρᾳ θέρους. Ὃ δ' εἴρηται περὶ τῶν ἀξόνων τῶν εἰς τὰς ὀπὰς εἰσερχομένων, ἐννοητέον ᾗ περὶ τῶν κατὰ τοὺς τροχοὺς ὀδόντων· ἐὰν γὰρ ὀδοὺς τροχοῦ ἀκριβῶς πληρῇ τὸ μεταξὺ δυοῖν τοῦ ἄξονος ὀδόντων κενὸν, μικρόντι τὸ θάλπος αὐξηθὲν σμικρυνεῖ μὲν τὸ τοῦ κενοῦ πλάτος, μεγαλυνεῖ δὲ τὸν τοῦ ὀδόντος ὄγκον· ὁ ἄρα ὀδοὺς οὐ μὴ εἰσελεύσεται εἰς τὸ κενὸν, ὅτι μὴ βίᾳ, ᾗ αὖθις ἕτως ἐξελεύσεται καταχρατηθεὶς μικρόν· ὑστερήσει ἄρα ᾗ ἕτω τοῦ δέοντος χρόνου τοῦ ὡρολογίου ἡ κίνησις.

148. Τὐναντίον δὲ τὸ ψύχος, συστέλλον ᾗ συμπυκνοῦν τὴν τῶν μεταλλίνων πλακῶν ᾗ ἀξόνων ὕλην, ἐλαττοῖ μὲν τὴν ἑκάστου ἄξονος διάμετρον, μεγεθύνει δὲ τὰς τῶν ὀπῶν· τηνικαῦτα δὲ τῶν ἀξόνων ἐλάττονος τῶν ὀπῶν ἐπιφανείας ἐπιψαυόντων, ᾗ ἧττονι τριβῇ ἀπαντώντων, ἡ κινοῦσα αἰτία ῥᾷον τὸ πολυτρόχιον κινεῖ· ᾗ ἐκ τούτου ἡ τῶν ὡρολογίων κίνησις μᾶλλον τοῦ δέοντος ταχύνεται.

Εἴπομεν ἤδη, ὡς, μεγάλων ὄντων τῶν ὀπῶν, οἱ ἄξονες κλονοῦνται (144), ᾗ μέγα ἐμπόδιον ἐκ τούτου τῇ κινήσει ἐπισυμβῆναι δύναται· τοῦτο ἄρα ἐπισυμβαίνει χειμῶνος ὥρᾳ ψυχρᾷ, ᾗ μάλιστα τοῖς παλαιοῖς ὡρολογίοις, ὧν ἡ-

τε τριβὴ ἠλάττωται λίαν ϗ αἱ ὀπαὶ ἐμεγεθύνθησαν. ἄυξει δὲ τὸ ὑπερβάλλον ψύχος τὰς ὀπὰς ϗ τῷ ἐλαττῦν τὰς τῶν ἀξόνων διαμέτρυς· ὁ δὲ τροχὸς τῦ ἄξονος τύτυ ῥᾷσα κλονεῖται· ἐντεῦθεν δυνατὸν τὸν ὀδόντα μὴ ἐμπίπτειν τῷ μεταξὺ κενῷ τῶν τῦ ἄξονος ὀδόντων, ἀλλ' ἐπ' αὐτὸν τὸν τῦ ἄξονος ὀδόντα· ϗἀντεῦθεν ὑσερεῖν τῦ δέοντος χρόνυ τὸ ὡρολόγιον· οἱ μὲν ἦν τὰς τῶν ὡρολογίων ἀνιχνεύσαντες κινήσεις, ϗ τὴν προτεθεῖσαν τῆς Φυσικῆς ἀρχὴν ἀποδεχόμενοι, ταχύνεσθαί τε ϗ ἐπιβραδύνεσθαι τὰ ὡρολόγια διά τε τὴν θέρμην ϗ τὸ ψύχος συνομολογῦσιν· οἱ δὲ μὴ προσχόντες τὸν νῦν τῇ ῥηθήσει ἀρχῇ, μηδὲ τὰς συσολὰς ϗ διασολὰς τῶν μετάλλων ἔντε θέρμη ϗ ψύχει συνεωρακότες, τὴν τῦ ὑπαλείφοντος ἐλαίυ πῆξιν αἰτιῶνται τῆς ἐν ψύχει γινομένης προβάσεως· σμικρύνονται γὰρ ἔτως αἱ ἀναλικνήσεις, ϗ δὴ ἧττον διαρκῦσι· τῦτο μὲν ἦν ὡς ἐχ οἷόν τε ποιεῖν τὴν τῶν ὡρολογίων πρόβασιν ἥκιστα ἀρνησόμεθα· ὅτι δὲ ϗ μόνον, τῦτ' ἔσιν, ὅπερ ἐδαμῶς ἀποδεξόμεθα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΚΑΤΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

Περὶ Ὁδομέτρυ.

149. Τὸ δυοῖν τόπων Α, Β ἀπόσημα ἐπὶ πίνακος γεωγραφικῦ διὰ γραμμῆς εὐθείας εὑρίσκεται· ἵνα μέντοι ἀπὸ τῦ Α μεταβῶμεν ἐπὶ τὸ Β πολλαῖς ἀνόδοις ϗ καθόδοις, ὅτι πλείσαις τε ἀπαντήσομεν ἀνωμαλίαις· ϗ δὴ ὁ τῆς ἁμάξης τροχὸς ἐφαρμόσεται τὴν περιφέρειαν ἁπάσαις ταῖς ἐφεξῆς κειμέναις ἐπιφανείαις τῶν ἐπιπέδων· ϗ ἡ-

οὖν ὁ τοῦ τροχοῦ ἄξων, καὶ ὁ ἁρματηλάτης αὐτὸς, ἀλλὰ καὶ οἱ τὸ ἅρμα ἕλκοντες ἵπποι, ἀκανονισοτάτην καμπύλην γράψουσιν· ἐὰν οὖν ἐπινοηθῇ γραμμὴ εὐθεῖα τοὺς Α, Β τόπους ἐπιζευγνῦσα, οἵα ἐστὶν ἡ ἐπὶ τοῦ γεωγραφικοῦ πίνακος, ἡ ἀληθὴς γραμμὴ, ἣν ἁρματηλάτης γράφει δι' ὅλης τῆς ὁδοιπορίας, ἀεὶ ταχέως ἀποσήσεται, νῦν μὲν εἰς δεξιὰ, νῦν δὲ πρὸς ἀριστερὰν, καὶ ὁτὲ μὲν πρὸς τὰ ἄνω, ὁτὲ δὲ πρὸς τὰ κάτω, τῆς ἐπιζευγνυμένης εὐθείας· καὶ ἀεὶ μείζων ἐκείνη ταύτης ἔσαι, καὶ διπλάσιος, ἢ καί τι πλέον ἐκείνης εἶναι δυνήσεται.

Πῶς ἓν ἄρα διορισθείη τὸ ἀληθὲς διάστημα τὸ ὑπὸ τοῦ διφρηλατοῦντος διανυσθὲν; τῇ ὀργυιᾷ; ἀλλὰ ἀ. ἡ πρᾶξις ἔσαι πολυχρόνιος· β'. καὶ αὐτὴ ἡ ὀργυὰ, εὐθεῖα γραμμὴ οὖσα, ἐδύναται μετρῆσαι τὰς κοιλότητας καὶ κυρτότητας τῆς ὁδοῦ· ἔλαττον ἄρα τῇ ὀργυιᾷ μετρηθήσεται, ἢ ὅσον τῷ διφρεύοντι διήνυσαι· ἀλλὰ τῷ χρόνῳ; ἀλλὰ τῶν ταχυτήτων τῶν ἁμαξῶν, τῶν φερόντων ζώων, αὐτῶν τῶν πεζῇ περιπατούντων, ποικιλλομένων, ἀδύνατόν ἐστι συναγαγεῖν τὸ πραγματικὸν μῆκος τῆς προκειμένης ὁδοιπορίας.

Ἀλλὰ γὰρ ἴσως ἄντις εἴποι ὅσης ἂν πληρωθείη τῆς ἡδονῆς ὁ ὁδοιπόρος, εἴπερ δυνηθείη ἐπὶ ὀργάνου τινὸς ἀναγινώσκειν ἐφ' ἑκάστου λεπτοῦ ἀ. τὴν ἐν τούτῳ τῷ λεπτῷ τοῦ ἅρματος ταχύτητα· β'. πόσον τῆς ὁδοῦ ἔωθεν διήνυσεν, ἢ ἐξ ὅτου ἀπῆρε τοῦ τόπου Α, ἢ, εἰ βουληθείη, δι' ὅλου μηνὸς, ἐνιαυτοῦ, κτλ.· ἐὰν ἦν τοιοῦτό τι ὄργανον τὸν, ὃν διανύει ὁ ὁδοιπόρος, καθήμενος ἐπὶ τῆς ἁμάξης, καταμετρεῖ ἀκριβῶς ὁδὸν, καὶ μᾶλλον, ἢ εἴπερ τις τῇ ὀργυιᾷ χρήσαιτο, ἐκ ἀληθῶς παντὸς λόγου ἄξιον τὸ ὄργανον κριθείη, ἄλλως τε κἂν ὀλίγης πρὸς κατασκευὴν δέοι-

το τῆς δαπάνης; τοῦτ' ἔστιν ὃν, περὶ ὃ ἡμῖν ἐνταῦτα ὁ λόγος, τὸ ὁδόμετρον.

150. Εἴδομεν ἐν τῇ Γεωμετρίᾳ (364. Τόμ. Β΄.) ὅπως ἄντις ἁπλῶς ἐν εὐθείᾳ γραμμῇ μετρήσειε τὴν περιφέρειαν κύκλου, οἷον τροχᾶ ἁρματείου· ἐὰν γὰρ τροχὸς ὁ ΑΓΔΕ (χ. 83) ἐκκυλιωθῇ ἐν ἐπιπέδῳ τῷ ΑΖΑ″, ὡς ἅπαντα τὰ τῆς αὐτοῦ περιφερείας σημεῖα ἐκ διαδοχῆς ἐφαρμοσθῆναι τοῖς κατὰ τὴν γραμμὴν ΑΖΑ″ σημείοις, δῆλον ὅτι ὁ ἀριθμὸς τῶν σημείων τῆς περιφερείας ΑΓΔΕ ἀκριβῶς ἰσωθήσεται τῷ ἀριθμῷ τῶν σημείων, ἐξ ὧν σύγκειται ἡ γραμμὴ ΑΖΑ″, ἡ ἀπολαμβανομένη ἀπὸ τοῦ σημείου Α, τοῦ σημειωθέντος ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου ὑπὸ τοῦ κατὰ τὴν περιφέρειαν ΑΓΔΕ σημείου Α, ᾧ ἀπὸ τοῦ σημείου Α″, τοῦ σημειωμένου ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου, ὅταν αὖ τὸ σημεῖον Α τῆς περιφερείας ἐφάπτηται τοῦ ἐπιπέδου ΑΖΑ″. Τοῦτ' τοίνυν ἀκριβῶς ἐπισυμβαίνει τῇ περιφερείᾳ ΑΓΔΕ τροχᾶ ἁρματείου· τοῦ γὰρ ἄξονος Β τοῦ τροχοῦ κατὰ τὴν γραμμὴν ΒΟΠ = ΑΖΑ″ φερομένου, ὡσαύτως δὲ καὶ τοῦ ἁρματηλάτου, ὁ τροχὸς ΑΒΓΔΕ περιφέρεται διὰ τὴν τριβὴν μόνην, ἥπερ ἁπαντᾷ ἐπὶ τοῦ ΑΖΑ″ ἐπιπέδου ἕκαστον τῶν ἐφεξῆς κειμένων αὐτοῦ σημείων Α, Δ κτλ.· ἐπεὶ γὰρ ἡ τοῦ τρόχου ἀκτὶς ΒΑ παρὰ πολύ ἐστι μείζων τῆς τοῦ ἄξονος ἀκτῖνος Βτ, ἡ τριβὴ, ἥπερ ἁπαντᾷ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου ὁ τροχὸς, ἐφαρμοζομένη τῷ τῆς ΒΑ ἀκτῖνος ἄκρῳ, ὑπερνικήσει τὴν ἀντίσασιν τῆς τριβῆς, ἥπερ ὁ τροχὸς ἁπαντᾷ κατὰ τὸ τ, καὶ ἀναγκάσει ταύτην τὴν ἀντίσασιν τ περιφέρεσθαι περὶ τὸ τοῦ ἄξονος κέντρον Β ὡς περὶ ὑπομόχλιον, εἰ μόνον τὸ τοῦ τροχοῦ εὐκίνητον διατηροῖτο, ἀλειφομένου ἐνίοτε τοῦτε ἄξονος καὶ τοῦ κοίλου τροχοῦ ἐλαιώδει καὶ ὀλιθηρᾷ ὕλῃ· ὅτως ἂν ἕκαστον σημεῖον τοῦ

ΑΓΔΕ τροχοῦ ἐφαρμοσθήσεται ἑκάστῳ σημείῳ τῶν ἐν τῇ γραμμῇ ΑΖΑ'' τοῦ, ἐφ' οὗ ἐκκυλίεται ἐπιπέδου· σημεῖον δὲ τῆς κυκλικῆς περιφερείας τὸ Α ὐ μὴ ἐφαρμοσθήσεται κατὰ τὸ ἑφεξῆς δυσὶ συνεχέσι σημείοις τῆς εὐθείας ΑΖ Α''· ἢ δεήσει τηνικαῦτα τὸ Α σημεῖον διολισθῆσαι πρὸς τὸ Ϡ ἄνευ περιφορᾶς τοῦ τροχοῦ· δεήσει ἄρα τὴν ἐν τῷ Α τῆς τριβῆς ἀντίσασιν ἀσθενεσέραν γενέσθαι τῆς ἐν τῷ τ· τοτὶ μέντοι ὐδέποτε ἐπισυμβαίνει τοῖς τροχοῖς, παχέσιν, ὅσον ἀπόχρη, κατασκευαζομένοις.

Ὡσαύτως ὐδέποτε συμβήσεται δύω συνεχῆ τοῦ τροχοῦ σημεῖα Α, ν ἐφαρμοσθῆναι τῷ αὐτῷ τοῦ ἐπιπέδου σημείῳ Α· τοτὶ δὲ γενήσεται, εἴπερ, τοῦ ἅρματος ἄφνω τῆς κινήσεως παυομένου, ὁ τροχὸς ΑΓΔΕ, τὸ ἐνδόσιμον τῆς κινήσεως ἔχων, δύω ἐφεξῆς σημεῖα τὰ Α, ν περιστρέψειε περὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον Α τοῦ ἐπιπέδου· ἐπεὶ μέντοι διὰ τὸ ἐνδόσιμον τῆς κινήσεως τὰ σημεῖα Α, ν διολισθαίνουσιν ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου, ὑπερνικήσουσιν ἄρα τὴν τῆς τριβῆς ἀντίσασιν, ἥπερ ὁ τροχὸς ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου ἅπαντα, ὅπερ ὐχ' οἷοντε· τοιγαροῦν ἅρματος ταχυτῆτι μεγάλῃ φερομένου, κἂν ἄφνω στῇ, οἱ τροχοὶ αὐτοῦ ὐ περιστρέφονται περὶ τὸν ἄξονα, τῷ ὑποκειμένῳ σημείῳ τῆς γῆς ἐπισηριζόμενοι. Συμβαίνει ἀλλ' οὗν ἔωθ' ὅτε τὸν τροχὸν ἐν τῷ ὑπερβαίνειν λάκκον τινὰ τῆς γῆς ἐν ἀέρι ἀπαρτᾶσθαι· τηνικαῦτα τοίνυν, εἴποι τις ἄν, τὸ αὐτοῦ σημεῖον Α διὰ τὴν τῆς μεταβάσεως τοῦ ἅρματος κίνησιν ἀντισοιχήσει πολλοῖς ἐφεξῆς τῆς γῆς σημείοις Α, Ϡ· ἀλλ' ἐν τούτῳ τῷ χρόνῳ, ὃς ἀεί ἐσιν ἐλάχιστος, ὁ τροχὸς ΑΓΔΕ, ἔχων τὸ ἐνδόσιμον τῆς περὶ τὸν Β ἄξονα κινήσεως ἐκ τοῦ προτέρου χρόνου, οὐ στήσεται· ἐπιπατήσας δ' αὖθις τῇ γῇ κατὰ τὸ Ι, ἐπιβήσει τῷ σημείῳ Ι τὸ σημεῖον υ τῆς ἑαυτοῦ ἀ-

ψίδος, ὡς εἴπερ ἐκινεῖτο παραλλήλως τῷ ἐπιπέδῳ ΑΖΑ″, ϗ τῷ ὄντι ἐφήρμοζε τὰ πρότερα σημεῖα Α, ν τοῖς τῆς γῆς προτέροις σημείοις Α, Θ. σαφὲς ἄρα ἐκ τῶν εἰρημένων ὅτι ἡ ΑΖΑ″ γραμμή, ἡ ἐπὶ τῆς γῆς δι' ἁρματείᾳ τροχῷ γραφομένη, ἅπαξ περιενεχθέντος, ἴσεται τῇ γραμμῇ ΒΟΠ, ἣν διανύει ὁ ἁρματηλάτης ἐν τούτῳ τῷ χρόνῳ.

151. Ε″στω νῦν πολυτρόχιον τὸ ΑΒΓΔ (χ. 40), τροχῷ προσηρμοσμένον ἁρματείῳ τῷ Π, ὃς ἐχέτω ἦλον, δι' οὗ ὁδὸς εἷς ὁ τ τῷ κατὰ τὸ πολυτρόχιον τροχῷ Α διέρχοιτο ἐν ἑκάστῃ περιφορᾷ τῷ ἁρματείᾳ τροχῷ· τελευταῖον δὲ, ἵν' εὕρωμεν ὅρον παραθέσεως, ὃς τό,τε πρᾶγμα εὐληπτότερον ἀπεργάσεται, ϗ τὸν ὑπολογισμὸν ἐξευμαρίσει, ἔστω ἡ ὅλη ἀψὶς τῷ ἁρματείᾳ τροχῷ Π = 10 ποσὶ, ϗ ἕκαστος μὲν τῶν τῷ πολυτροχίῳ τροχῶν ἐχέτω ὀδόντας 100, ἕκαστος δὲ τῶν ἀξόνων, 10· τούτων τεθέντων ἐκ τῶν, ὧν εἰρήκαμεν (124), ἀναγκαίως τὰ ἑφεξῆς πορισθήσονται.

152. ά. Ε″καστον τῶν τῷ τροχῷ Α διαβημάτων, τοῦτ' ἔστιν ἑκάστῳ παρέλευσις ὀδόντος, δυνήσεται πόδας δέκα· ϗ ἑπομένως ἕκαστον μὲν τῶν τῷ Β τροχῷ διαβημάτων δυνήσεται πόδας 100, ἕκαστον δὲ τῶν τῷ Γ, 1000· ἕκαστον δὲ τῶν τῷ Δ, 10000, ϗ ἑφεξῆς ὡσαύτως· τοιγαροῦν τῶν ἑφεξῆς κειμένων τροχῶν τὰ διαβήματα συγκροτήσουσι τὴν ἑφεξῆς γεωμετρικὴν πρόοδον Ρ.

ά. τροχός· β΄. τροχός· γ΄. τροχός· δ΄. τροχός· έ. τροχὸς

10 100 1000 10000 100000

ς΄. τροχός· ζ΄. τροχὸς, κτλ.

1000000 10000000

153. β΄. Ε″καστον ἄρα πρὸς τὸ δοκοῦν λαμβανομένου τροχῷ διάβημα δυνήσεται τὸ γινόμενον ὑπὸ τῷ πρώτῳ

ὄρυ 10, ἡ τῦ πηλίκυ 10, ὑψωθέντος εἰς βαθμὸν, ἐκδηλέμενον ὑπὸ τῦ ἀριθμῦ τῶν ἡγεμένων τροχῶν (Συμβ. Λογ. 269. Τόμ. Α΄.)· διάβημα ἄρα τῦ μὲν φέρ' εἰπεῖν πέμπτυ τροχῦ δύναται = 10 × 10⁴ = 10000 ποσί· τῦ δ' ἑβδόμυ = 10 × 10⁶ = 10000000.

γ΄. Περιφορὰ ἄρα ὅλη τῦ τροχῦ Α ἐμφαίνει 10 × 100 = 1000 ποσὶ, τῦ δὲ Β, 10000, τῦ δὲ Γ, 100000, ἡ ὕτως ἐφεξῆς· ὅθεν αὗ πρόεισιν ἡ ἐφεξῆς Γεωμετρικὴ πρόοδος

περιφ.	περιφ.	περιφ.	περιφ.	περιφ.
τῦ ά. τροχ.	τῦ β΄.	τῦ γ΄.	τῦ δ΄.	τῦ έ.
1000 ποδ.	10000 π.	100000 .	1000000 .	10000000

περιφ.
τῦ ς΄. κτλ.
10000000.

δ΄. Τῆς κοινῆς λεύγης τῶν Γαλατῶν δυναμένης = 2282 ὀργυιῶν, τῆς δ' ὀργυᾶς = 6 ποσὶ, ἡ λεύγη δύναται = 13692 ποσίν· ἀναχθήσεται ἄρα εἰς λεύγας ὁ ἀριθμὸς τῶν ποδῶν ὁ ὑπὸ τῶν τροχῶν ἐμφαινόμενος, διαιρεθεὶς διὰ τῦ ἀριθμῦ 13692· περιφορὰ ἄρα μία τῦ τετάρτυ τροχῦ, εἴτ' ἓν ὁ ἀριθμος 1000000, διαιρεθεὶς διὰ τῦ 13692, παρέχεται λεύγας $73\frac{1}{2}\frac{1}{8}$ ὡς ἔγγισα.

έ. Ε'ὰν ἓν τῷ τετάρτῳ τροχῷ δείκτης, οἷος ὁ τῶν ὡρολογίων, προσαρμοσθῇ, ἡ ὁ ὁδοδείκτης κληθῇ, ἡ ὑπ' αὐτὸν ἀβάκιον τετμημένον εἰς μόρια ἰσάλληλα 73, ἕκαστον τούτων διανύων ὁ ὁδοδείκτης, σημανεῖ ὁδὸν λεύγης μιᾶς.

ς΄. Περιφορᾶς μιᾶς τῦ τετάρτυ τροχῦ ἐμφαινούσης λεύγας 73, περιφορὰ μία τῦ τρίτυ ἐμφαίνει $\frac{73}{10}$ λεύγας, περιφορὰ δὲ μία τῦ δευτέρυ, $\frac{73}{100}$· περιφορὰ μέντοι τῦ πέμπτυ δυνήσεται 73 × 10 = 730 λεύγαις, περι-

φορὰ δὲ τοῦ ἕκτου 7300, τοῦ δὲ ἑβδόμου 73000, καὶ ἐφεξῆς ὡσαύτως· ἐὰν δὲ τὴν ἀκρίβειαν θηρώμεθα τῶν διασημάτων, τὸ κλάσμα $\frac{1}{28}$ πολλαπλασιαθήσεται μὲν ἐπὶ 10 ἐν τῷ πέμπτῳ τροχῷ, ἐπὶ δὲ 100 ἐν τῷ ἕκτῳ κτλ., τὸ δὲ γινόμενον ἐν τῷ ἕκτῳ ἔσαι = 4 λεύγαις, ἃς προσθεῖναι δεῖ ταῖς 7300· ὅθεν δῆλον τὸ $\frac{1}{28}$ λεύγης κατάλοιπον παροραῦν ἐξεῖναι.

154. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α΄. Εὑρεῖν διὰ τοῦ ὁδομέτρου τὸ ἀληθὲς διάσημα, ὅπερ τῷ ὄντι ὁδοιπόρος διφρεύων διανύει, ἵν' ἐκ τοῦ τόπου Μ ἐπὶ τὸν τόπον Ν ἀφίκηται.

ΛΥΣΙΣ. α΄. Ἀπάρας ἐκ τοῦ τόπου Μ, τιθείτω τὸς ὁδοδείκτας πάντων τῶν τροχῶν ἐπὶ τῆς Ο κορυφῆς τοῦ ἄξονος· β΄. ἀφικόμενος δὲ ἐπὶ τὸν τόπον Ν πολλαπλασιασάτω τὸν ἀριθμὸν, ἐφ' ᾧ εὗρε τὸν ὁδοδείκτην τοῦ ἐχάτου τροχοῦ ἐπὶ τὸν τῶν ποδῶν ἀριθμὸν, ὃν δύναται διάξημα αὐτοῦ τοῦ τροχοῦ ἓν κατὰ τὴν προεκτεθεῖσαν γεωμετρικὴν πρόοδον Ρ· γ΄. ἐφ' ἑκάστου τῶν ἐφεξῆς πρὸς τὰ λαιὰ κειμένων τροχῶν, πολλαπλασιασάτω μόνον τὸν ὑπὲρ τὸν 10 ἀριθμὸν, ὃν ἐμφαίνει ὁ τοῦ τροχοῦ τοῦδε ὁδοδείκτης, ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ποδῶν, ἃς ἐν τῇ προόδῳ Ρ δύναται ἕκαστον διάξημα αὐτοῦ, ἀφαιρῶν πάσας τὰς δεκάδας, ἃς ἐμφαίνει ὁ ὁδοδείκτης· δ΄. συναψάτω πάντα τὰ γινόμενα· τὸ δὲ ἄθροισμα ἐμφανεῖ τὸ ἀληθὲς διάξημα, ὃ διήνυσεν ὁ ὁδοιπόρος, ἵν' ἐκ τοῦ Μ ἐπὶ τοῦ Ν γένηται.

Τὰ δὲ τῆς πράξεως ταύτης σαφηνισθήσεται διὰ τῶν ἐφεξῆς δύω ὑποδειγμάτων· ἐχέτω γὰρ τὸ ὁδόμετρον τροχοὺς τέσσαρας· καὶ ὁ ὁδοιπόρος, ἀπαίρων ἐκ τοῦ Μ, τιθείτω πάντας τοὺς ὁδοδείκτας ἐπὶ τῆς Ο κορυφῆς τοῦ ἄξονος ἑκάστου τροχοῦ· φθάσας δὲ εἰς τὸν τόπον Ν, ὁρᾷ τὸν ὁδοδείκτην τοῦ τετάρτου τροχοῦ Δ ἀντισοιχοῦντα τῷ 80· ἐπεὶ δὲ ἕκαστον

διάζημα τῦ τετάρτυ ὀδοδείκτυ κατὰ τὴν πρόοδον Ρ δύναται πόδας 10000, πολλαπλασιασάτω 10000 ἐπὶ 80· τὸ δὲ γινόμενον 800000 ἐκδηλοῖ, ὅτι πόδας 800000 διήνυσεν ὁ ὁδοιπόρος, ἵν' ἐκ τῦ Μ ἐπὶ τὸν Ν τόπον ἀφίκηται.

Ε'ὰν ὁ τῦ τρίτυ τροχῦ Γ ὁδοδείκτης ἀκριβῶς ἢ ἐπ' ἀριθμῦ δεκάδας ἐμφαίνοντος, εἴτ' ὢν ἐπὶ ο, ὁ ὁδοδείκτης τῦ τετάρτυ τροχῦ Δ ἐπιζήσεται ἀκριβῶς ἐπὶ μονάδα, φέρ' εἰπεῖν, ἐπὶ 81· τυτὶ δ' ἀναγκαίως γίνεται, ὅτι 10 διαζήματα τῦ προτέρυ δείκτυ Γ ἰσοδυναμῦσιν ἀκριβῶς ἑνὶ τῶν τῦ ἑφεξῆς δείκτυ Δ· ἐντεῦθεν ἄρα α'. ὅταν δείκτης τις ὁ Γ πρὸς τὰ λαιὰ ἀκριβῶς ἢ ἐπὶ δεκάδος τινὸς, φέρ' εἰπεῖν ἐπὶ τῦ 30, ἐδὲν ὅλως ὑπολογιζέον ἐπὶ τύτυ τῦ τροχῦ, εἰγε τῶν δεκάδων ἑκάζη ἠρίθμηται ἤδη ἐπὶ τῦ ἑφεξῆς τροχῦ Δ, ἐφ' ᾧ ἑκάζη τῶν προτέρων δεκάδων ἑνὶ διαζήματι ἰσοδυναμεῖ τῶν ἤδη πολλαπλασιαθέντων· β'. ἐὰν μέντοι ὁ πρότερος τροχὸς Γ ᾖ ἐπὶ τῦ 35 φέρ' εἰπεῖν, ἀφαιρετέον τὸν 30, ὃς ὑπολελόγιζαι ἐν τοῖς 3 διαζήμασι τῦ ἑφεξῆς τροχῦ Δ. ᾗ πολλαπλασιαζέον τὰς 5 μονάδας ἐπὶ τὸν 1000, ὅς τις ἐν τῇ προόδῳ Ρ ἐμφαίνει, πόσυς πόδας δύναται διάζημα τῶν τῦ τρίτυ τροχῦ Γ, ᾗ συναπτέον τὸ γινόμενον 5000 τοῖς 800000 ποσὶν, οἵ περ εὕρηνται ἐπὶ τῦ τετάρτυ τροχῦ Δ· ταὐτὸν δ' ἐννοητέον ᾗ περὶ παντὸς ἄλλυ τῶν πρὸς τὰ λαιὰ τροχῶν, παραβαλλομένυ πρὸς τὸν ἐν τοῖς δεξιοῖς αὐτῦ πρότερον. Ο. Ε. Π. ᾗ Δ.

155. ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ Β'. Ε"ςω ὁ μὲν ὁδοδείκτης Δ ἐπὶ τῦ 45 καίτι πρός· ὁ δὲ Γ ἐπὶ τῦ 57 καίτι πρὸς, ὁ δὲ Β ἐπὶ τῦ 74 καίτι πρός· τελευταῖον δὲ ὁ Α ἐπὶ τῦ 47.

α'. Οὖν πολλαπλασιαθήτω 45 ἐπὶ 10000· ὅθεν πρόεισι 450000· β'. πολλαπλασιαθήτω 7 ἐπὶ 1000· ὅθεν προκύπτει 7000· γ'. 4 × 100 = 400· δ'. 7 × 10 =

70· τὸ δὲ ἄθροισμα 457470 ἐμφανεῖ τὸ διανυθὲν τῶν ποδῶν διάσημα.

156. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Δῆλον δὲ, ὅτι ἡ ἄρτι ἀποδεδομένη θεωρία ἀμετάτρεπτος ἔσαι, ὅσος ἂν εἴη ὁ τῶν τροχῶν ἀριθμός· ἀεὶ γὰρ 10 διαβήματα τῶν πρὸς ἀρισερὰν τροχῶν ἰσοδυναμοῦσιν ἑνὶ τῶν τῷ πρὸς δεξιὰν ἑφεπομένῳ· ϗληφθείσης ἅπαξ τῆς δυνάμεως ἑκάσῳ διαβήματος τῶν τῷ δε τῷ ἑχάτῳ τροχῷ, ϗ ἑπομένως ἑκάσης δεκάδος διαβημάτων τῶν τῷ ἡγεμένῳ, ᾠδὲν λοιπὸν ἢ λαβεῖν τὸν ἀριθμὸν τῶν διαβημάτων τῷ πρὸς ἀρισερὰν ἑπομένῳ τροχῷ τὸν ὑπὲρ τὰς δεκάδας· ἕξω γὰρ πολυτρόχιον, ἐξ ἑπτὰ συγκείμενον τροχῶν· ϗ ὁ μὲν ὁδοδείκτης τῷ ἑβδόμῳ ἕξω ἐπὶ τῷ 50, ὁ δὲ τῷ ἕκτῳ ἐπὶ τῷ 8 (ὡς γὰρ ἐκ τῶν εἰρημένων δῆλον γίνεται, καλῶς ἂν ποιήσαιμεν, τὰς δεκάδας μὲν παροῶντες, μόναις δὲ ταῖς μονάσι τὸν νῶν προσέχοντες)· ὁ δὲ τῷ πέμπτῳ ἐπὶ τῷ 7, ὁ δὲ τῷ τετάρτῳ ἐπὶ τῷ 9, ὁ δὲ τῷ τρίτῳ ἐπὶ τῷ 3, ὁ δὲ τῷ δευτέρῳ ἐπὶ τῷ 6, ὁ δὲ τῷ πρώτῳ ἐπὶ τῷ 2· τὰς δὲ ἀριθμὰς τύτας λαμβάνομεν πρὸς τὸ δοκῶν, ἵνα μόνον τὴν τῷ ὑπολογισμῷ μέθοδον σαφηνίσωμεν.

Ἓν ἂν διάβημα τῷ ἑβδόμῳ τροχῷ κατὰ τὴν πρόοδον P δύναται πόδας 10000000· ἄρα 50 × 10000000 = 500000000· διάβημα δὲ τῷ ἕκτῳ δύναται 1000000· ἄρα 8 × 1000000 = 8000000· διάβημα δὲ τῷ πέμπτῳ δύναται 100000, ὃς ἐπὶ 7 πολλαπλασιαθεὶς ποιεῖ 700000, ϗ ἑφεξῆς ἕτω· συναφθέντων δ' ἁπάντων, εὑρίσκονται πόδες 508793620.

157. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Δυνατὸν δὲ διὰ τῷ ὁδομέτρῳ κατιδεῖν α΄. τὴν ταχύτητα τῷ ἅρματος ἐν χρόνῳ δεδομένῳ, διαιρῶντας τὸ διανυθὲν διάσημα, ὅπερ ἐμφαίνει τὸ ὁδόμετρον, διὰ τῷ δαπανηθέντος χρόνῳ· β΄, δυνατὸν κατασκευά-

σαι πίνακα ἀκριβῆ τῶν ἀποσημάτων διαφόρων κυριωτέρων τόπων χώρας τινός· γ'. μετὰ πολυχρόνιον ὁδοιπορίαν εὑρεῖν τὸ ὅλον διάστημα τὸ διανυθέν.

158. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β'. Τῷ ὁδομέτρῳ, ὡς προδέδεικται, κατασκευαζομένῳ, εὑρεῖν πόσων δεῖται τροχῶν, ἵν' ὁ ἔσχατος ἅπαξ περιενεχθῇ, τῆς περιφερείας τῷ μεγάλῳ τῶν ἐν τῇ γῇ κύκλων ὅλης περιπατηθείσης, ἐν ὑποθέσει τῷ γῆν περιπατεῖν πανταχῇ, ὑδαμῇ δὲ θάλασσαν.

ΛΥΣΙΣ. Ἡ εἰρημένη τῆς γῆς κυκλικὴ περιφέρεια ἔστι = 9000 λεύγαις· ἐὰν ἦν 10 λεύγαι τῆς ἡμέρας διανύωνται, δεησόμεθα ἡμερῶν 900, εἴτ' ἦν ἐνιαυτῶν περίπου $2\frac{1}{2}$· ἀλλ' εἴδομεν (153. ε'.), ὅτι περιφορὰ μία τῷ τετάρτῳ κύκλῳ δύναται λεύγας 73, τῷ δὲ πέμπτῳ 730, τῷ δ' ἕκτῳ, 7300, τῷ δ' ἑβδόμῳ, 73000· α'. ἄρα περιφορὰ μία τῷ ἕκτῳ τροχῷ σημανεῖ περίπου $\frac{4}{5}$ τῆς κατὰ τὴν γῆν περιφορᾶς· β'. περιφορὰ δὲ τῷ ἑβδόμῳ οὐχ ὅλη, ὀκτὼ τῆς γῆς περιφορὰς, ἢ ἑπομένως ὁδὸν ἐνιαυτῶν πέντε, διανυομένων ἑκάστης ἡμέρας λευγῶν δέκα.

159. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἡ κατασκευὴ τῷ ἐκτεθέντος ὁδομέτρῳ ἁπλουστάτη τε καὶ εὐχερεστάτη ἐστίν· εἴγε α'. πάντες οἱ τροχοὶ καὶ οἱ ἄξονες καὶ οἱ ὀδοδεῖκται καὶ οἱ ἄβακες ὅμοιοι ὑπάρχωσι· β'. σερρότητος μεγάλης τῆς τῶν μερῶν μηχανῆς οὐκ ἔστι χρεία· ξύλινοι γὰρ τροχοὶ τὴν χρείαν πληρῶσιν, εἰ μόνον ἀλλήλοις προσφυῶς ἐναρμόζοιντο· τὸ ἄρα πολυτρόχιον τοῦτο ἁπλούστατόν τε ἐστι, καὶ ὀλίγης προφυλακῆς χρῄζον, ναὶ μὴν καὶ μικρᾶς δαπάνης πρὸς κατασκεύασιν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΚΑΤΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

Περὶ Μύλωνος καὶ Σφύρας.

160. ΟΡΙΣΜΟΣ. Μύλων ὀνομάζεται πολυτρόχιον, δι' ἧ δυνάμει ὕδατος καὶ ἀέρος πυρός τε ἀλήθεται, καὶ μέταλλα κατατρίβονται, καὶ λίνα εἰς τὴν τῆ χάρτυ κατασκευὴν συμπτίσσονται, καὶ τὰ τέτοις ὅμοια ἐκτελῦνται.

161. Ὁ δὲ πρώτως κινέμενος τροχὸς, ὡς ἐκ τῆς τῆ ὕδατος φορᾶς, ὀρθὸς μὲν λέγεται, ὑπὸ τῆ ἄνωθεν πρὸς ὀρθὰς τῷ ὁρίζοντι καταφερομένυ ὕδατος κινέμενος (χ. 84)· πλάγιος δὲ, ὁ πλαγίαν δεχόμενος τὴν φορὰν τῆ ὕδατος (χ. 85)· παράλληλος δὲ, ὃν τὸ ὕδωρ τῷ ὁρίζοντι παραλλήλως φερόμενον κινεῖ (χ. 86)· κινεῖ δὲ αὐτὸν προσβάλλον αὐτῆ τοῖς περὶ αὐτὸν ἐνηρμοσμένοις σανίσιν, αἳ πτερύγια ὀνομάζονται.

162. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Τ' δρόμυλον, ἔνθα σῖτον ἀλήθσι, κατασκευάσαι (χ. 87).

ΛΤΣΙΣ. α'. Ἐπειδὴ τὸ ὕδωρ, τῇ μὲν ἄφθονον, ὡς ἐν ποταμοῖς, τῇ δὲ ὀλίγον, καθάπερ ἐν τοῖς ῥύαξι, ῥεῖν συμβαίνει, χρησέον ἤτοι πλαγίῳ, ἢ παραλλήλῳ τροχῷ· τέτυ δὲ ἐφηρμόσθω κίλινδρος ὁριζοντείως, διὰ τῆ κέντρυ διϊὼν ἐπιμήκης ὁ ΑΑ, ἧ τὰ κατὰ τὸν ἄξονα σιδηρᾶ πέρατα ςύλοις ἐνηρμόσθων τοῖς β, γ.

β'. Ἐν τῷ κυλίνδρῳ τέτῳ ἕτερος τροχὸς ἐλάσσωων ὀδοντωτὸς ἐνηρμόσθω ὁ δ, ἡμίσειαν τῆς τῆ μείζονος διάμετρον ἔχων· κατὰ δὲ τὴν περιφέρειαν ἐχέτω 48, ἢ 7^2, ἢ 84 ὀδόντας.

γ΄. Οἱ ὀδόντες ἕτοι κινήτωσαν τὸ προσκείμενον τύμπανον ε, ἐκ σκυταλῶν 6, 7, 8, ἢ 9 συνεχῶς· ὅσῳ μέντοι πλείους αἱ σκυτάλαι αὗται πάρεισι, τοσούτῳ βράδιον ἡ μηχανὴ κινεῖται.

δ΄. Ὁ τοῦ τυμπάνου ἄξων ζϑ ἐφιδρύσθω κινητῷ κύλῳ τῷ η, οὗ δυνάμεθα κατὰ τὸ δοκοῦν ἀνάγειν τε καὶ κατάγειν.

ε΄. Ἐν τῷ ἑτέρῳ τοῦ ἄξονος πέρατι προσηρμόσθω λίθος κιλυνδρικὸς ὁ ικ, συμπεριαγόμενος μὲν περιαγομένῳ τῷ τυμπάνῳ, τρῆμα δὲ ἔχων ἄνωθεν κατὰ τὸ μέσον λ, ἵνα δι' αὐτοῦ ὁ σῖτος ἐπὶ τὸν ὑποκείμενον ἀκίνητον λίθον μο φέρηται, ἵν' ὑφ' οὗ ὁ ἄξων περιάγειν ἔχῃ τὸν λίθον, σίδηρος τετραγωνιωδῶς τετρημένος ἐντεθείσθω τῇ μέσῃ τοῦ λίθου κοιλότητι π, καὶ τὸ μέρος δὲ τοῦ ἄξονος τὸ διὰ τῆς ὀπῆς διερχόμενον κατεσκευάσθω τετραγωνικὸν πρίσμα· τῆς μὲν ὑφ' οὗ δοκοῦ ἡ καταστρωμένης, τὸ τύμπανον κάτεισι, καὶ τὸν ὕπερθεν λίθον κατὰ τοῦ ὑποκειμένου φέρεσθαι καταναγκάζει· ἀναστρωμένης δὲ, ὁ ὑπερκείμενος λίθος πάλιν ἄνεισι.

ς΄. Ὑπὲρ δὲ τὴν ὀπὴν τοῦ ὑπερκειμένου λίθου χοάνη ἡ ρΣ τεθείσθω, πυραμίδος κολούρου σχῆμα φέρουσα, καὶ βάσεως ὑσα ἄμοιρος, καὶ ταύτῃ ὁ πυρὸς ἐμβεβλήσθω, ἵν' ἐξ αὐτῆς διὰ τῆς κοιλότητος τοῦ ὑπερκειμένου λίθου εἰς τὸν ὑποκείμενον εἰσρέῃ· ἡ δὲ ἔνερθεν στενωτέρα ὀπὴ τοῦ ἄκρου τυ ὕτω κεκλείσθω, ὡς ἰμάντος αὐτῇ προσαρμοσθέντος εὐρύνεσθαί τε καὶ στενοῦσθαι ἔχειν, ἵνα πλεῖον ἢ ἔλασσον πυρὸς κατὰ τὴν χρείαν εἰσρέῃ· ἐντεῦθεν δὲ σκυτάλαι προσηρτήσθωσαν, ἥκουσαι εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐπικειμένου λίθου, προσδεδεμέναι μὲν τῇ χοάνῃ, κατὰ θάτερα δὲ ἐλευθέρως κινέμεναι, ἵνα, περιαγομένου τοῦ λίθου, καὶ τῶν σκυταλῶν ἀνασκιρτωσῶν, ἡ χοάνη συνταρασσομένη ῥέμα προχέῃ τὸν σῖτον.

ζ. Α΄τερος δὲ λίθος, ὁ ὑποκείμενος κυλίνδρῳ ξυλίνῳ τῷ ψῃ, ἐγκεκλείωθω, ἵν' εἰς αὐτὸν καταπίπτῃ τὰ ἄλευρα· τῷ δὲ κυλίνδρῳ ὀπὴ μία ἡ ψ διηνοίχθω, ἧ ἀγωγὸς ὁ α προσαρμόζεται, δι' ἧ εἰς τὸν μάρσιππον ἐμπίπτει τὰ ἄλευρα.

η. Ὁ ἀγωγὸς αβ σκυτάλῃ προσηρμόσθω τῇ γ, ἧς θάτερον ἄκρον ἐκ διαδοχῆς εἰσέρχεται εἰς τὰς τῦ τυμπάνυ εζ σκυτάλας· ϗ ἐντεῦθεν τῦ ἀγωγῦ συνταρασσομένυ, τὰ ἄλευρα ῥέμα εἰσρέυσιν εἰς τὸν μάρσιππον. Ο. Ε. Π.

163. ΣΧΟΛΙΟΝ. Καὶ ἕτος μέν ἐσιν, ὃν ἴσμεν ἅπαντες, ὁμύλων· ὃν δὲ λόγον κινεῖ τὰ ὕδατα τὸ τροχὸν, ϗ ἥν τινα ἐμποιεῖ αὐτῷ κίνησιν, εἰρήσεται ἐν τῇ ἐφεξῆς πραγματείᾳ τῆς Υ΄δροσατικῆς.

164. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Σφῦραν κατασκευάσαι, κινυμένην διὰ πολυτροχίυ (χ. 88).

ΛΥΣΙΣ. α΄. Ὁ ἐπιμήκης συλίσκος α, ὃς πρωτογενῦς μοχλῦ ἔργον ἐνταῦθα ἀποπληροῖ, ἐνηρμόωθω τῷ κοίλῳ σύλῳ Βγ, ϗ τῷ ἐπιμηκεσέρῳ αὐτῦ μέρει προσηρμόωθω ἡ σφῦρα δ, ἧς τὸ χῆμα γένοιτ' ἂν, ὡς ἂν εἴη ἡμῖν βυλομένοις.

β΄. Η΄ σφῦρα, παράλληλος ἓσα πρὸς τὸν ὁρίζοντα, ἐπιψαυέτω τῦ μέσυ σημείυ τῦ ἄκμονος ζϑ, τῦ τῇ γῇ ἀραρότως ἐγκεχωσμένυ.

γ΄. Τῦ τροχῦ πρὸς ἀρισερὰν κινυμένυ, αἱ σκυτάλαι κ, ι, η ἄλλη μετ' ἄλλην ἐγείρυσι τὸν τῆς σφύρας συλίσκον· παρερχομένης δὲ τῆς σκυτάλης πίπτει ὁ συλίσκος εἰς τὴν ὁριζόντιον ϑέσιν, ϗ ἡ σφῦρα καταφερομένη, τὰ ἐπὶ τῦ ἄκμονος τιθέμενα μέταλλα σφυρηλατεῖ.

δ΄. Ὁ τροχὸς δι' ἄξονος ὀδοντωτῦ προσηρμόωθω τρο-

χῷ ἑτέρῳ, ὃν ἂν κινοῖεν ὕδατα καταπίπτοντα, ἢ ζῶον περιπατῶν, κτλ. Ο. Ε. Π.

165. ΣΧΟΛΙΟΝ. Εἰσὶ δὲ πλεῖσα καὶ ἄλλα σύνθετα μηχανικὰ ὄργανα, ὧν μέντοι ῥᾴδιον ἡ περινόησις τοῖς τὰ ἐκτεθέντα, ὅσον ἀπόχρη, ἐκμελετήσασι· ὅ,τε γὰρ πρίων, ὁ ὕδατος δυνάμει ἢ ἀέρος κινούμενος, καὶ ξύλα καὶ λίθους διαχωρίζων, καὶ οἱ τορευτικοὶ καὶ ἀκονητικοὶ τροχοὶ, καὶ μονονὲκ ἀριθμῷ ἀπερίληπτα ὄργανα, ταῖς συνθέτοις μηχαναῖς εἰσιν ἐναρίθμια· ἃ ὁ ἰδεῖν βουλόμενος, μετιέτω τὰ Βοϋσενίου, καὶ Ῥαμέλλου, καὶ Βολφίου κτλ. μηχανικὰ συγγράμματα· ἡμῖν δὲ καὶ τούτων ἱκανῶν ἤδη ὄντων, τὰ περὶ τῆς τριβῆς ἐκθεμένοις, ἰτέον ἐπὶ τὴν Ὑδροστατικήν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΚΑΤΟΝ ΕΚΤΟΝ.

Περὶ Τριβῆς.

166. Ἐπεὶ πάντα τὰ ἡμῖν γνωστὰ σώματα πόροις πολυπληθέσι κατατέτρηνται, ὡς ἐν αὐτοῖς πλεῖον ὑπάρχειν τῆς ὕλης τὸ κενὸν (Φυσ. 71), αἱ αὐτῶν ἐπιφάνειαι ἂν εἰσὶν ἀκριβῶς συνεχεῖς, καὶ συμπεπυκνωμέναι ὑλικοῖς σημείοις· αἴτε γραμμαὶ, ἐξ ὧν ὡς στοιχείων σύγκεινται, διηκεκομμέναι εἰσὶ διὰ συχνῶν διαστημάτων καὶ διαλειμμάτων· αἱ δ' ὅλαι ἐπιφάνειαι πολλῶν εἰσι πλήρεις ἀνόδων τε καὶ καθόδων, καὶ οἱονεὶ κοιλάδων καὶ ὀρέων, ὡς, εἴτις διὰ μικροσκοπίου τὰς ἀνωμαλίας ταύτης θεάσαιτο, εἴσεται· ὡς τὰ πολλὰ δὲ τὰς ἐξοχὰς ταύτας καὶ τοὺς λοφίσκους, ὀδόντας ἀποκαλέσομεν· ἐν τῷ κινεῖσθαι ἓν σῶμα διὰ σώματος, αἱ τοῦ ἑτέρου ἐξοχαὶ εἰς τὰς θατέρου εἰσο-

χὰς εἰσέρχονται, ϗ ἐπεὶ δυσχερῶς ἐξέρχονται, ἐκ τέτε ἀντίσασίς τις ἐπισυμβαίνει τῇ κινήσει, καλεμένη ὑφ' ἁπάντων ἀντίσασις τῆς τριβῆς, ἢ ἁπλῶς τριβή, ὅτι τρίβονται ϗ συνθλῶνται ἀναγκαίως αἱ τῶν σωμάτων εἰρημέναι ἐξοχαὶ, ἔς τ' ἂν τῶν εἰσοχῶν ἐξέλθωσι· σῶμα δὲ διὰ σώματος κινεῖται, ἤτοι ὁλισθαῖνον, ἢ περιφερόμενον· κἀκείνως μὲν τὴν αὐτὴν ἀεὶ τῷ ὑποκειμένῳ σώματι προτίθησιν ἐπιφάνειαν· ἕτω δὲ, ὅσῳ μεταβαίνει ἐκ τόπε εἰς τόπον, μεταβάλλει τὰ, οἷς ἐπιπατεῖ, μέρη τῆς ἑαυτῦ ἐπιφανείας, περισρεφόμενον περὶ τὸν ἴδιον ἑαυτῦ ἄξονα.

167. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Ἡ ἀντίσασις τῆς τριβῆς συναύξει τῷ βάρει· προέρχεται γὰρ ἐκ τῦ ἐμπίπτειν τὰς ἐξοχὰς ταῖς εἰσοχαῖς (166)· ἀλλ' ὅσῳ βαρύτερον τὸ σῶμα, τοσῦτον οἱ ὀδόντες αὐτῦ ἐνιζάνεσι διὰ βάθες τοῖς ἑατέρε κοιλώμασι, ϗ τοσῦτον πλείονες, ϗ ἑπομένως τοσῦτον ἐπάναγκες πλείω μέρη τῦτε ὑποκειμένε ϗ τῦ ἐπικειμένε σώματος, ἤτοι κυρτωθῆναι, ἢ συντριβῆναι, ἵνα τὸ ἐπικείμενον σῶμα κινῆται· ἆρα ἡ τῆς τριβῆς ἀντίσασις συναύξει τῷ βάρει τῦ ἐπικειμένε σώματος.

Ἀλλὰ γὰρ ϗ πεῖρα ἀμετάβλητος αὐτὸ τῦτο ἐμπεδοῖ· ῥάβδος γὰρ διὰ πρανῦς σανίδος φερομένη, ὅσον ἰσχυρώτερον αὐτὴν κατὰ τῆς σανίδος πιέσωμεν, τοσέτῳ δυσχερέσερον ἐνεχθήσεται ἀφεθεῖσα· συμβαίνει γὰρ κατὰ τὸ μᾶλλον ϗ ἧττον ἅπασι τοῖς διὰ τὸ βάρος τριβομένοις σώμασι τῦθ', ὃ ϗ τῇ τῦ χαλκέως ῥίνῃ· ὅσῳ γὰρ ἰσχυρώτερον τῷ σιδήρῳ ἐπισηρίζεται, τοσέτῳ δυσχερέσερον κινεῖται.

168. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Ἡ τριβὴ συναύξει ταῖς ἐφαρμοζομέναις τῶν σωμάτων ἐπιφανείαις, καίτοι ἐν λόγῳ ἥττονι, ἢ τῷ βάρει· ὅσῳ γὰρ μείζες αἱ ἐπιφάνειαι τῶν

σωμάτων, τοσούτῳ πλείους ὀδόντες τοῦ ὕπερθεν ἐνιζάνουσι τοῖς τοῦ ἔνερθεν κοιλώμασι, καὶ τ' ἀνάπαλιν· πλείους ἄρα ἐξοχαὶ κυρτωθήσονται, ἢ συντριβήσονται, καὶ ἑπομένως πλείων ἡ ἐκ τῆς τριβῆς ἀντίσασις.

Ὅσῳ δὲ μείζων ἡ ἐπιφάνεια, τοσοῦτον εἰς βάθος ἔλαττον εἰσέρχεται ἕκαστος ὀδούς· ἐνιζάνουσι γὰρ οἱ ὀδόντες ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖσον κατὰ λόγον, ὀρθὸν μὲν τοῦ βάρους, ἀντίστροφον δὲ τῆς ἀντισάσεως τοῦ ἀριθμοῦ τῶν μερῶν, ἃ δεῖ διαχωρίσαι, ἵν' ἀλλήλοις ἐνιζήσωσι· ἐπεὶ ἄρα, τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μενόντων, ἡ τῶν ὀδόντων ἔμβασις, καὶ ἑπομένως ἡ τῆς τριβῆς ἀντίσασις τῷ βάρει ἐστὶν ἀνάλογος, καὶ ἐν λόγῳ ἥττονί ἐστι τοῦ τῶν ἐπιφανειῶν· ἡ τριβὴ ἄμα ὡς ἐκ τῆς ἐπιφανείας αὔξει ἐν λόγῳ ἥττονι, ἢπερ ὡς ἐκ τοῦ βάρους· ἔνιοι δὲ τῶν Φυσικῶν ἐκ τοῦ αὐτοῦ λόγου, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια ἐδόλως ὀφείλει παραλαμβάνεσθαι ἐν τῷ ὑπολογισμῷ τῆς τριβῆς, ὑπέλαβον· ἀλλὰ τοῦτο ἀντιβαίνει τῇ πείρᾳ, δι' ἧς καταφαίνεται, ὅτι σώματος διὰ πλείονος ἐπιφανείας ἐπιψαύοντος ἑτέρας ἐπιφανείας μείζων ἀεὶ ἡ τριβή· καὶ δὴ λόγῳ ἡ πεῖρα ἐπισηρίζεται· συμβαίνει γὰρ ἀεὶ πολλοὺς τῶν ὀδόντων τοῦ ὑπερτέρου σώματος μὴ διαχωρίζειν δύω προσεχεῖς ὀδόντας τοῦ ἔνερθεν, ἀλλ' ἐλευθέρως ἐνιζάνειν τῇ μεταξὺ τούτων κοιλότητι· ἔστω τοίνυν οἱ ὕπερθεν ὀδόντες τὸ μὲν βάθος, εἰς ὃ κατελθεῖν τὸ σῶμα δέοι, ἧκις' ἀπομειοῦσι· κωλύουσι μέντοι αὐτὸ τοῦ παραλλήλως τῇ τοῦ ὑποκειμένου σώματος ἐπιφανείᾳ κινεῖσθαι· πάντα ἄρα ταῦτα τὰ μέρη, ἐπαισθητῶς τὸ βάθος μὴ ἐλαττοῦντα, αὔξουσι τὴν τῆς τριβῆς ἀντίσασιν· ἐντεῦθεν ἄρα δῆλον, ὅτι ἡ τοῦ ὕπερθεν τῷ ἔνερθεν ἐφαρμοζομένῃ σώματι ἐπιφάνεια ἐπαύξει τὴν τριβήν· ἀλλ' εἰ γὰρ εἰπεῖν ἐξέσαι τὴν τριβὴν ἀναλογεῖν τῇ ἐπιφανείᾳ· ξυμβαίνει

γὰρ ἕνα ἢ πλείους ὀδόντας τῶν ὕπερθεν ἐνιζῆσαι τῇ ἔνερθεν κοιλότητι, τῆς καθόδε τοῦ ὕπερθεν σώματος ἧκισα ἐπιβραδυνομένης.

169. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Η' τριβὴ συνάυξει καὶ τῇ τραχύτητι ἢ ἀνωμαλίᾳ τῶν δύω πρὸς ἀλλήλας ἐφαρμοζομένων ἐπιφανειῶν· ἐὰν γὰρ ἑκατέρα τῶν ἐπιφανειῶν ἀνωμαλωτάτη ᾖ, οἱ μεγάλοι λόφοι ἐνιζάνουσι ταῖς μεγάλαις κοιλάσιν εὐκόλως τε καὶ βαθέως· ἵν' ἄρα τὸ ἐπικείμενον σῶμα διολισθήσῃ διὰ τοῦ ὑποκειμένου, ἐξ ἀνάγκης ἤτοι κυρτώσει ἢ συντρίψει λόφους, τῷ τε πλάτει καὶ τῷ βάθει ἄλις ἔχοντας μεγέθους· ἄρα ἡ τριβὴ μεγάλη ἔσεται.

Ἀλλὰ καὶ πεῖρα τοῦτο ἐμπεδοῖ· εὐμαρῶς γὰρ ὀλισθαίνει, ὡς ἀεί ποτε βλέπομεν, σῶμα λεῖον διὰ λείου κινούμενον· διὰ τοῦτο δὲ καὶ δυσχερῶς ἄντις ἀναπέσοι, ἐπὶ παγετοῦ περιπατῶν· πάντα γὰρ τὰ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕδατος συνισῶντα μόρια πρὶν τῆς πήξεως παραλλήλως τῷ ὁρίζοντι διατέθεινται, ταὐτὸν εἰπεῖν συγκροτοῦσι τόξον οἷον ἀπειροστὸν τῆς ὑδρογείου σφαίρας, καὶ ἑπομένως ἐπιφθῆναι δυνάμενον ὡς γραμμὴ ἐπ' ἀπειρὲς εὐθεῖα· ἡ δὲ πῆξις ἀεὶ αἴρει τὰ πολλὰ τῶν ὑδατωδῶν μορίων ἄλλο ὑπὲρ ἄλλο· πάντα δὲ βραχύτι ὑψωθέντα, ὡς ἐν τοῖς ἐφεξῆς ὀψόμεθα διατηροῦσι καὶ μετὰ τὴν πῆξιν θέσιν πρὸς τὸν ὁρίζοντα παράλληλον, ὡς καὶ πρότερον· καὶ δὴ συνισᾶσιν ὡς καὶ πρὶν ἐπιφάνειαν λειοτάτην· τοῦ τοίνυν ζωϊκοῦ σώματος πλαγίως φερομένου πρὸς τὴν ὁριζόντειον ταύτην ἐπιφάνειαν, ἡ κίνησις ἀναλυθήσεται εἰς κάθετον καὶ παράλληλον (Φυσ. 131)· καὶ τὴν μὲν κάθετον ἀεὶ βασάσει ὁ παγετὸς, τὴν δὲ παράλληλον τῆς τριβῆς, ἐλαχίσης ὕσης μὴ δυναμένης ἐξαφανίσαι, ὁ πῦς παραλλήλως ὀλισθήσει πρὸς τὸν ὁρίζοντα, τοῦ λοιποῦ σώματος ἠρεμοῦντος· τῆς δὲ

εὐθείας τῆς εὐθύνσεως τῶν ποδῶν ἐξιέσης, τὸ σῶμα ἀναγκαίως καταπεσεῖται (Φυσ. 466).

170. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ΄. Ἡ ταχυτὴς τοῦ κινητοῦ πῇ μὲν αὔξει, πῇ δὲ μειοῖ τὴν τῆς τριβῆς ἀντίσασιν· εὐθὺς μὲν γὰρ ἔοικεν αὔξειν· ἐπεὶ σῶμα τὸ Α διανυέτω πόδας 3, φερόμενον ἐπὶ τραπέζης ἐν ἑνὶ λεπτῷ δευτέρῳ· ἕτερον δὲ τὸ Β κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον ἐπὶ τῆς αὐτῆς τραπέζης διανυέτω 6· ἰσάλληλα δ' ἔσωσαν τάστε ἐπιφανείας καὶ τὴν πυκνότητα ϗ τὸ ϗῆμα κτλ.· τὸ τοίνυν Β, διατρέχον ἐπιφάνειαν διπλῆν, διπλοῦν ἀριθμὸν λοφισμῶν συντρίψει, ἢ κυρτώσει· ϗ κατὰ τοῦτον τὸν λόγον ἡ τριβὴ διπλασιαθήσεται· τῶν μέντοι τριῶν ποδῶν, οὓς διῆλθε τὸ Β ἐν ἡμίσει λεπτῷ, παραβαλλομένων τοῖς τρισὶν, οὓς διῆλθε τὸ Α ἐν ἑνὶ, ἐπεὶ τὰ ὑπὸ σώματος κατιόντος διασήματα εἰσὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν χρόνων τετράγωνα (Φυσ. 178. Τόμ. Δ΄.)· οἱ τοῦ Β ὀδόντες ἐνιζήσουσιν ἐν ἡμίσει λεπτῷ ἐς βάθος ὑποτετραπλάσιον, ἢπερ οἱ τοῦ Α ἐν ἑνὶ λεπτῷ· κατὰ τοῦτον ἄρα τὸν λόγον ἡ ταχυτὴς τὴν τριβὴν ὑποτετραπλασιαν ἀπεργάσεται· ἐντεῦθεν ἄρα ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ χωρίου ὑπὸ δυοῖν σωμάτων, τοῦ μὲν ταχυτέρου, θατέρου δὲ βραδυτέρου, διανυομένου, ἡ τριβὴ, τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μενόντων, εἰσὶν ἀντιστρόφως ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετράγωνα. Ἐντεῦθεν καταναοεῖται διατί ἐφ' ἑκάστου διωρισμένου μέρους τοῦ παγετοῦ, ἐπὶ ποδιαίου φέρ' εἰπεῖν μήκους, ἐλαχίστῃ τῇ τριβῇ ἀπαντῶσιν, οἱ ὀλιωθηρῶς ταχυτῆτι μεγάλῃ φερόμενοι ἐπ' αὐτοῦ· ἐπεὶ γὰρ ἐλάχιστος ἐν τούτῳ τῷ ποδὶ δαπανᾶται χρόνος, οἱ ὀδόντες τῶν ἐμβάδων κατιασιν εἰς ἐλάχιστον βάθος τῶν κοιλοτήτων.

Ἐντεῦθεν ἄρα καταφανὲς τὴν ταχύτητα δεξιωτέραν εἶναι πρὸς τὸ τὴν τριβὴν ἀπομειῶσαι.

171. ΠΟΡΙΣΜΑ ς΄. Η΄ τριβὴ συναύξει τῇ τῶν σωμάτων σερρότητι· ὅσῳ γὰρ σερρότερα τὰ σώματα, τοσούτῳ δυσχερέσερον ἢ κυρτῶνται ἢ συντρίβονται οἱ εἰσελθόντες ὀδόντες· ἀλλ' ἔμπης δυσχερῶς εἰσίασιν διὰ τὴν τῶν δυσχερῶς ὑποχωρούντων ὀδόντων σκληρότητα.

172. ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ΄. Ε'κ τῶν εἰρημένων δῆλον πολλὰ τὰ τὴν τριβὴν παράγοντα ὑπάρχειν, καὶ κατὰ τὸ τυχὸν, ἔτω φάναι, ποικιλλόμενα, καὶ λογισμῷ ἀκριβεῖ διὰ τοῦτο μὴ καθυπαγόμενα· ἐπὶ τῆς τριβῆς ἄρα κανόνας ἀποδοῦναι γενικοὺς καὶ ἀκριβεῖς ἀμήχανον· εἰώθασι δ' ἔμπης ἐκτιμᾶν τὴν τῆς τριβῆς ἀντίσασιν τριτημόριον περίπου τοῦ βάρους τῆς ὁλικῆς ἀντισάσεως· παρατετήρηται γὰρ πῶς κυβικὸς ὕλης, μέσην ἐχούσης λειότητα, τιθέμενος ἐπὶ ἄβακος, μέσην ἔχοντος καὶ αὐτοῦ λειότητα, μὴ κινεῖσθαι, πρὶν ἢ τὸν ἄβακα ἔτως ἐγκλίνωσιν, ὡς τὴν κετικὴν τοῦ σώματος βαρύτητα τριτημόριον γίνεσθαι τῆν ἀπολύτου· εἰδ' ἁπῆν ἡ τριβὴ, τὸ σῶμα κατήρχετο καὶ βραχύτι πλαγιαζόντος τοῦ ἄβακος, ὡς εἴδομεν (Φυσ. 193)· ἀλλὰ γὰρ ποικίλλεται ὡς εἴρηται ἡ τριβὴ διὰ πολλὰ αἴτια καὶ μᾶλλον καὶ ἧττον τοῦ $\frac{1}{3}$, καὶ μάλισα διὰ τὰ διάφορα τῶν σωμάτων εἴδη.

173. ΠΟΡΙΣΜΑ Η΄. Ὅσῳ μᾶλλον τρίβεται τὰ σώματα, τοσούτῳ λειότερα γίνεται· ἐπεί περ ἡ τριβὴ κυρτοῖ, ἢ συντρίβει τὰς ἐξοχὰς, καὶ πάντα τὰ μέρη ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας ποιεῖ· ἀλλὰ καὶ πείρα τοῦτο καθ' ἑκάστην ὁρῶμεν γινόμενον.

174. ΠΟΡΙΣΜΑ Η΄. Ὅσῳ τρίβεται τὰ σώματα, τοσούτῳ κατὰ γοῦν μήκος ἐλαττοῦται αὐτῶν ἡ μάζα· ἐπαναλαμβανομένη γὰρ πολλάκις ἡ τριβὴ, συντρίβουσα ἀποθεῖ ἔνια τῶν μορίων τοῦ σώματος· διὸ δὴ τά τε μέταλλα,

καὶ ἄλλα σερεὰ σώματα διὰ συνεχοῦς τριβῆς καὶ πολυχρονίου ἐλαττοῦνται· καὶ εἴπερ τὰ ὄργανα καὶ τὰ σιδηρᾶ μειοῦνται διὰ τῆς χρήσεως, ἢ θηγόμενα, καὶ τὰ ἱμάτια, οἷς περιβαλλόμεθα, εἰς ῥάκη μεταπίπτουσι, ταῦτα διὰ τὴν τριβὴν γίνεται.

175. ΠΟΡΙΣΜΑ Θ'. Ἡ τριβὴ ἐπιβραδύνει τὴν κίνησιν οὐ μόνον τῶν σερεῶν σωμάτων, ἀλλὰ καὶ τῶν ὑγρῶν· ὁ δὲ γένικος λόγος ἐσὶν ἕτος. Στιβὰς ὑγροῦ, ἢ καὶ μέρος ἐπαιωρητὸν σερεοῦ σώματος, οὐκ ἂν κινοῖτο, εἰ μὴ τριβοι βραχὺ τὴν ἑαυτῇ προσεχῆ σιβάδα· ἤτοι γὰρ ἕκασον μόριον τοῦ ὑγροῦ τούτου ἐσὶν εὐθύγραμμον, καὶ ἐν τῇ αὐτοῦ περιμέτρῳ ἔχει γωνίας ἐπαιωρητὰς, ἢ σρογγύλον· καὶ εἰ μὲν ἐκεῖνο, αἱ γωνίαι τῶν μιᾶς σιβάδος μορίων προχωρήσουσιν εἰς τὴν προσεχῆ σιβάδα, τῶν γωνιῶν ἐκείνης δίκην ὀδόντων εἰσερχομένων εἰς τὰ μόρια ταύτης, καὶ τ' ἀνάπαλιν· ὅσης ἄρα κινήσεως αἱ γωνίαι αὗται, καὶ ἑπομένως τὰ ὧν αἱ γωνίαι μόρια μεταδώσουσι τῆς κατὰ τὴν ἑτέραν σιβάδα μορίοις, τοσοῦτον ἡ τριβὴ ἐπιβραδυνεῖ τὰς πρώτας σιβάδας· εἰ δὲ τοῦτο· τὸ προχωροῦν μέρος τῶν σφαιριδίων εἰσελεύσεται εἰς τὸ γωνιῶδες χωρίον, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ δυοῖν σφαιριδίων τῆς ἐφεξῆς σιβάδος, καὶ δὴ ἀποτελέσει τὸ αὐτὸ, ὃ καὶ αἱ προειρημέναι γωνίαι· ὑποτεθείσθω γὰρ ἄγγος κοῖλον ὑέλινον, ὕδατος πλῆρες, ἐν ᾧ φέρονται ἐκδιαφόρων ἀποσημάτων μέχρι τοῦ κατὰ τὸ ἄγγος κέντρου τὰ ὁρατὰ σωμάτια· περιεσράφθω δὲ τὸ ἄγγος περὶ τὸν αὐτοῦ ἄξονα· πρῶτον ἓν ἡ σφαιρικὴ σιβὰς τοῦ ὕδατος, ἡ ἐπιψαύουσα τῆς ὑέλου, κινηθήσεται, πασῶν τῶν πρὸς τῷ κέντρῳ ἠρεμουσῶν· ὅπερ βεβαιοῦται ἐκ τῶν εἰρημένων ὁρατῶν μορίων· τοῦ ἄγγους δὲ περισρεφομένου, πᾶσαι αἱ ἐφεξῆς κείμεναι ὑδατώδεις σιβάδες συμφερισρέφονται· δῆλον

ἄρα α΄. ὅτι τοῦτο γίνεται διὰ τὸ τὰ μερίδια τῆς κατὰ τὴν ὕελον σιβάδος τρίβεσθαι ἐν τοῖς μορίοις τῆς πρώτης ὑδατώδους σιβάδος, ταύτης δὲ ἐν τοῖς κατὰ τὴν δευτέραν καὶ ἑφεξῆς ὡσαύτως· β΄. τοῦτο δέδεικται καὶ ἐκ τῶν εἰρημένων περὶ τῶν τῆς συγκρούσεως νόμων, τὰ μόρια ἑκάστης σιβάδος ἐπιβραδύνεσθαι τοσοῦτον, ὅσον μεταδιδόασι κινήσεως τοῖς κατὰ τὴν προσεχῆ σιβάδα· αἱ πρῶται ἄρα σιβάδες φαίνονται ταχυτῆτι τῇ αὐτῇ κινούμεναι, ὅτι, τοῦ ἄγγους περιστρεφομένου, ἐνοροῦνται αὐταῖς βαθμὸς κινήσεως, ὃν μετέδωκαν ταῖς ἐφεξῆς σιβάσι· πείρᾳ ἄρα καὶ λόγῳ καταδηλον, α΄. τὴν τριβὴν οὐχ ὅπως τοῖς στερροῖς, ἀλλὰ καὶ τοῖς ὑγροῖς ἐπισυμβαίνειν· β΄. ἑπομένως ἅπαν σῶμα κινούμενον πλὴν τῶν ἐν τῷ κενῷ, ἁπανταχοῦ ἐπάναγκες τριβῇ, κωλυόσῃ αὐτὸ κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἧττον ἀπὸ τῆς κινήσεως.

176. ΠΟΡΙΣΜΑ Ι΄. Ἡ τριβὴ μείζων ἐστὶν, ὅταν σῶμα ἐπὶ σώματος ὀλιθηρῶς φέρηται, ἢ ὅταν ἐκκυλίηται· ἵνα γὰρ ἅρμα μὴ ταχέως, ἀλλὰ καὶ ζημιωδῶς φέρηται κατὰ τῶν πρανῶν, συνδέουσιν ἕνα τῶν τροχῶν, τοῦτ' ἔστι κωλύοντες αὐτὸν τῆς περιστροφῆς, ὀλιθηρῶς φέρεσθαι ἀναγκάζουσι· οὕτω γὰρ τῆς τριβῆς αὐξούσης, τὸ ἅρμα βραδύτερον φέρεται· ὁ δὲ λόγος τούτου ἐστὶν, ὅτι σῶμα διὰ σώματος ὀλιθηρῶς φέρεσθαι οὐ δύναται, εἰμὴ κυρτώσειεν, ἢ συνθραύσειε τούς τε ἑαυτοῦ, καὶ τοὺς τοῦ ὑποκειμένου σώματος ὀδόντας· κυλιόμενον δὲ ἀναστρέφει τοὺς ὀδόντας κατὰ φορὰν κάθετον τῇ ἐπιφανείᾳ, ἧπερ ἐνεισῆλθον, καὶ εὐμαρῶς αὐτοὺς ἐξαιρεῖ.

ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.

Περὶ ῥευσῶν.

1. Υδροστατική ἐστιν ἐπιστημονικὴ γνῶσις τῶν τῆς ἀντιῤῥοπίας τῶν ῥευστῶν σωμάτων ἰδιοτήτων. Ῥευστὸν δὲ σῶμα καλεῖται, ὗ τὰ μέρη εὐμαρῶς ἀποχωρίζονται, ῥᾷστα πρὸς ἅπαν μέρος φέρονται, ϗ ὧν τὸ συνάθροισμα κατὰ τὸ τῦ ἄγγυς, ᾧ ἐντίθεται, διαμορφῦται σχῆμα· τοιαῦτά εἰσιν ὕδωρ, οἶνος, ἔλαιον κτλ.

2. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Τῶν ῥευστῶν τὰ μόρια βραχύτι ἀλλήλων συνέχεται· τυτὶ γὰρ ἀναγκαίως ἀπαιτεῖται πρὸς τὸ ἀποχωρίζεσθαι εὐμαρῶς ἀλλήλων.

3. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Παντοῖοι ἄρα βαθμοὶ ῥευστότητος· τελεία γὰρ ἂν εἴη, εἴπερ μηδόλως ἀλλήλων συνέχεται τὰ μόρια· ἀεὶ δὲ κατὰ τὸ μᾶλλον ϗ ἧττον τὰ τῶν σωμάτων μόρια ἀλλήλων συνέχεται διὰ τὴν πρὸς ἄλληλα ἐφέλκυσιν· παντοῖοι ἄρα τῆς ῥευστότητος οἱ βαθμοί· ὁρῶμεν δὲ πείρᾳ τὸ ὕδωρ τῦ ἐλαίυ ῥευστότερον.

Η δ' ὀλίγη συνοχὴ τῶν τῦ ῥευστῦ μορίων, ϗ ἡ κατὰ τὸ μᾶλλον ϗ ἧττον ἀντίσασις, ἣν δεικνύουσιν ἐν τῷ κινεῖσθαι, ϗ ἐν τῷ ἀπ' ἀλλήλων χωρίζεσθαι, καλεῖται Γλισχρότης, ἥτις ἐστὶν ἀρχὴ τῆς τερῤῥότητος· σῶμα

δὲ πᾶν τοσοῦτον ἔσαι ῥευσότερον, ὅσον ἥττονος μετέχει γλιχρότητος.

4. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ἐκληπτέον ἅπαν ῥευσὸν ὡς συνάθροισμα πλειόνων στοιχείων ἢ μορίων, βραχύτι συνδεδεμένων ἀλλήλοις· ἕκασον ἄρα τῶν ἐχάτων στοιχείων ἢ μορίων ῥευσὸν ὐκ ἔσι.

5. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Οὐκ ἄρα πᾶν ῥευσὸν ἀκριβῶς σχηματίζεται κατὰ τὸ τοῦ δοχείου σχῆμα· σωρεία γὰρ ψάμμε, σίτυ, κτλ. ὐκ ἀκριβῶς συμμορφοῦνται τῷ σχήματι τῶν, οἷς ἐντίθενται ἄγγεων· εἰσὶ μέντοι ῥευσά· μέρος δὲ ἅπαν ἐπαιωθητὸν τοῦ ῥευστοῦ σύγκειται ϗ αὐτὸ ἐκ μερῶν ἀνεπαιωθήτων βραχύτι συνδεδεμένων ἀλλήλοις· ταῦτα δ' ἐσιν ἃ καλοῦμεν μόρια, ἢ στοιχεῖα τοῦ ῥευστοῦ.

Τὰ τῶν ῥευστῶν μόρια σκληρὰ καθ' ἑαυτά εἰσι, καθ' ὅτι ἕκασον σύγκειται ἐκ μερῶν ἰσχυρῶς ἀλλήλοις συνδεδεμένων· ἐκτὸς γὰρ τύτυ ά. πάντα τὰ τῶν ῥευστῶν στοιχεῖα ἀναλύοιντ' ἂν ἐν ἀκαρεῖ διὰ μικρᾶς κινήσεως εἰς ἄτομα ἀπειροσά· β'. πάντα τὰ ῥευστὰ, ὕδωρ, ἀὴρ, πῦρ κτλ. ὁμοφυῆ ἂν ἀποδεικνύοιντο· ἀλλὰ ϗ πεῖρα τυτὶ ἐμπεδοῦται· διὰ γὰρ μικροσκοπίυ ἐν πολλοῖς ῥευστοῖς καθορῶνται μικραὶ μάζαι συγκείμεναι ϗ αὐταὶ ἐκ μαζῶν ἄλλων· παντοίως δὲ αἴταται φερόμεναι, ϗ τόπον ἀμείβυσαι, τὴν σύνθεσιν αὐτῶν ἧκισα ἀποβάλλυσι.

6. Τὰ δὲ μόρια τῶν ῥευστῶν σκληρὰ εἰπόντες, ἐκδεχόμεθα τοῦτο, καθ' ὅτι ἐκ μερῶν δυσαποσπάστως ἀλλήλων ἐχόντων, σύγκειται, ἀλλ' ὐχ' ὅτι θλίψεώς ἐσιν ἀνεπίδεκτα· διαιροῦνται γὰρ ϗ μάλα εἰκότως εἰς εἴδη δύω τὰ ῥευστά· εἰς τὰ, ὧν τὰ μόρια θλίψεώς εἰσιν, ἢ εἶναι φαίνεται, ἀνεπίδεκτα, ϗ ἑπομένως ἐλαστικότητος ἄμοιρα, οἷόν ἐστι τὸ ὕδωρ, ὅπερ ἐς δεῦρο δι' ὐδενὸς ὀργάνυ συντέθλι-

πται· καὶ εἰς τὰ, ὧν τὰ μόρια ἐπιδέχεται θλίψιν, οἷά εἰσιν ἀὴρ καὶ πῦρ.

7. Περὶ δὲ τοῦ τῶν κατὰ τὰ ῥευστὰ μορίων σχήματος διὰ πολλὰς λόγους εἰκὸς ταῦτα στρογγύλα τε καὶ σφαιροειδῆ ὑπολαμβάνειν, μετὰ Καρτεσίου, καὶ Μαιράνου καὶ ἄλλων φιλοσόφων· α΄. γὰρ κατὰ ταύτην την ὑπόθεσιν καθ' ἓν σημεῖον, καθ' ὅπερ ἀμέλει συνάπτονται ἀλλήλων, ἐφελκύσονται, καὶ ἕτω βραχύτι ἀλλήλων συνέξονται· β΄. ἐπείπερ ἕτω καθ' ἓν σημεῖον ἀλλήλων ἐπιψαύσι, βραχείᾳ τριβῇ ἀπαντήσσι, καὶ εὐμαρῶς ἀπ' ἀλλήλων ἐξολισθήσσιν· γ΄. ἀλλὰ καὶ πεῖρα ταύτην ἔοικεν ἐμπεδοῦσα τὴν δόξαν· τὰ γὰρ ῥευστὰ, οἷον ὕδωρ, οἶνος, ἔλαιον, κτλ. διήκουσιν εὐμαρέστατα διὰ τῶν σωμάτων, λέγω δὴ οἷον ξύλων, χαρτῶν, καὶ λίθων αὐτῶν· τοῦτο δὲ καταγνοεῖται εὐχερῶς, τῶν μορίων μικρῶν τε καὶ σφαιροειδῶν ὑποτιθεμένων· ἐπεὶ δὲ τὰ ῥευστὰ δίκην σφηνῶν τοῖς σώμασιν ὑπεισδύει, ἔστιν ἐκ τούτου συναγαγεῖν τὸ σχῆμα αὐτῶν μᾶλλον σφαιροειδὲς, καὶ οἷον τὸ τῶν ἐλλειπτικῶν κωνοίδων, ἢ ἀκριβῶς σφαιρικόν.

8. δ΄. Ὑποσηρίζει δὲ ταύτην τὴν δόξαν καὶ ἡ ἐφεξῆς πεῖρα· ἀγγείῳ γὰρ ὕδατος πλήρει ποσόντι ἅλατος ἐντεθὲν, πανταχοῦ τε τοῦ ὕδατος διασκεδασθὲν, τὸν ὄγκον τοῦ ὕδατος ὡς πρὸς αἴσθησιν ὐδόλως ἐπαύξει· τὰ γὰρ ἁλατώδη μόρια, ἐλευθέρως διαβαίνοντα διὰ τῶν γωνιωδῶν χωρίων, καὶ ἐν αὐτοῖς διασκεδαννύμενα, τὸν ὄγκον τὸν τοῦ ὕδατος οὐκ ἐπαύξουσιν· ὥσπερ ἀμέλει καὶ ὕδωρ, εἰς ἄγγος πλῆρες ἄμμου ἐγχυθὲν τὸν ὄγκον ὐδόλως ἐπαύξει.

9. ε΄. Τὰ μόρια πάντων τῶν ῥευστῶν, τὰ διὰ μικροσκοπίου παρατηρηθέντα, ὡς πρὸς αἴσθησιν στρογγύλα ἐφάνησαν· οἷον γάλακτος, ἐλαίου, ὑδραργύρου, κτλ.· ὅθεν

εὐλόγως οἷον ὑποσυνάγεται τἀὐτὸν ἐπισυμβαίνειν ϗ τοῖς ἔτι λεπτοτέροις ῥευσοῖς.

Ἀλλὰ γὰρ πιθανώτατον τὰ μόρια τῶν διαφόρων ἑτεροειδῶν ῥευσῶν ὡσαύτως μὴ ὑπάρχειν κυρτά· δοκεῖ δὲ ϗ τἐναντίον τὰ παντοῖα τῶν ῥευσῶν εἴδη ἀποτελεῖσθαι διὰ τὸ διάφορον σχῆμα, κυρτότητα, παχύτητα, σκληρότητα, εὔκαμπτον, πυκνότητα, κτλ. τῶν στοιχειωδῶν μορίων· δοκεῖ δὲ ὡσαύτως τὰ παχέα τῶν ῥευσῶν ἐκληπτέον εἶναι ὡς σωρείαν μορίων, ὧν ἕκαστον ἀναλυθῆναι δύνται κατὰ βραχύ, μέχρις ἂν ἀφικώμεθα εἰς τὰ στοιχειώδη μόρια ῥευστοῦ λεπτομερεστάτου· τοῦθ' ὅπερ ὁρῶμεν ἀεὶ γινόμενον διὰ τοῦ διαστολαντῆρος.

10. ς'. Τὰ ῥευστὰ εἰς σκληρὰ μεταβάλλεται, τὸ ὕδωρ φέρ' εἰπεῖν εἰς παγετὸν, καθ' ἕνα τῶν ἐφεξῆς τρόπων· α'. διὰ τῆς ἐξατμίσεως τῶν μορίων ῥευστοῦ διαστολικοῦ, ϗ ἐλαστικοῦ, οἷα πῦρ ϗ ἀὴρ, ἅπερ πρότερον ἐνόντα τοῖς μορίοις τοῦ ἄλλου ῥευστοῦ, διέστελλεν ἀπ' ἀλλήλων ταῦτα, ϗ τὴν ἀμοιβαίαν ἠλάττου ἐφέλκυσιν, ϗ ἑπομένως τὴν συνοχήν· διὸ δὴ τὰ μέρη τῶν μετάλλων, πυρὶ χωνευθέντα ϗ εἰς ῥευστότητα μεταβαλλόντα, συνάπτονται αὖθις ἀλλήλοις, τῶν ταῦτα ἀποχωριζόντων πυροφυῶν μορίων ἐξατμιωθέντων, ϗ σκληρὸν ἓν σῶμα συναποπληροῦσιν, εἴγε πάλιν ἰσχυρῶς ἀλλήλοις συνεφελκύονται· β'. ἐὰν ὑπεισέλθωσι τοῖς τοῦ ῥευστοῦ μεριδίοις σώματα πυκνότατα, οἷον ἅλατα, ἃ τὰς συνοχὰς ἐπὶ τὸ μᾶλλον προάγει, συνδέουσιν ἀλλήλοις ἰσχυρῶς τὰ μεριδία.

11. Τἐναντίον δὲ τὰ στερεὰ εἰς ῥευστὰ μεταβάλλει, ἤτοι διότι τὰ μέρη αὐτῶν λεπτύνεται, στρογγύλατε γίνεται, ϗ διαστέλλεται, ὅπερ, ἐλαττοῦν τὴν ἀμοιβαίαν αὐτῶν ἐφέλκυσιν, καταπίπτειν ἐπ' ἄλληλα ταῦτα ποιεῖ,

ἢ ὅτι διαχωρίζεται ἀλλήλων διὰ ῥευστοῦ διασαλτικοῦ, καὶ ἐλασικοῦ, οἷα πῦρ, ἀὴρ θερμὸς, ἄπερ, αὔξοντα τὴν ἀπ' ἀλλήλων διάστασιν αὐτῶν, ἀπομειοῖ λίαν τὴν συναχήν.

Τῶν δὲ ῥευστῶν ὅσα μὲν νοτίδος μετέχει, καὶ θλίψεως εἰσὶν ἀνεπίδεκτα, ὑγρὰ ὀνομάζονται, τοιαῦτά εἰσιν ὕδωρ, οἶνος κτλ. περὶ ὧν ἡμῖν ὁ λόγος ἐν τῇ ἀνὰ χεῖρας πραγματείᾳ, ἣν Ὑγροστατικήν τινα ἔσαν, ὑδροστατικὴν αὐτὴν ἀπὸ τοῦ κυριωτέρου ὑγροῦ τοῦ ὕδατος ὀνομάζομεν· ὅσα δὲ ἄμοιρα νοτίδος οἱασοῦν, ξηρὰ, ἢ καὶ ἁπλῶς ῥευστὰ ὀνομάζεται, οἷα πῦρ καὶ ἀὴρ· περὶ ὧν εἰρήσεται ἡμῖν ἐν ταῖς καλουμέναις Ἀεριολογίαις, καὶ Πυρολογίαις· ἀλλὰ γὰρ, κἂν ἀδιαφόρως χρησαίμεθα τῷ ῥευστῷ, αἰτιάσθω μηδεὶς, εἴγε κυρίως καὶ ἀὴρ καὶ ὕδωρ ῥοώδη εἰσὶν ἀναμφιρίσως.

12. Τῶν δὲ ὑγρῶν ἐκ τῆς πρὸς ἄλληλα αὐτῶν παραθέσεως, τὰ μέν εἰσιν ὁμογενῆ, τάδ' ἑτερογενῆ· ὕδωρ μὲν γὰρ καὶ ὕδωρ εἰσὶν ὁμογενῆ, ὕδωρ δὲ καὶ ἔλαιον ἑτερογενῆ.

13. Τὴν αὐτὴν μὲν εἰδικὴν βαρύτητα δύω σώματα ἔχειν λέγεται, ὅταν ἐν τῷ αὐτῷ ὄγκῳ ἴσον ἕλκωσι βάρος· ἄλλῳ δὲ, ὅταν θάτερον θατέρου βάρος ἕλκῃ πλεῖον· ἐπεὶ δὲ ἐν τῇ ἀνὰ χεῖρας πραγματείᾳ ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον ἡ βαρύτης ζητεῖται, ὁμογενῆ μὲν ἀποκαλέσομεν ὑγρὰ, ὅσα τὴν αὐτὴν ἔχει εἰδικὴν βαρύτητα· ἑτερογενῆ δὲ, ὅσα μὴ τὴν αὐτήν· ἔστω ὕδατα μὲν δύω, ὧν θάτερον θατέρου ἐν τῷ αὐτῷ ὄγκῳ πλεῖον βάρος ἕλκει, ἡμῖν εἰσὶν ἑτερογενῆ· ὕδωρ δὲ καὶ ὑγρὸν ἕτερον ἑτεροφυὲς, τὸ αὐτὸ ἕλκοντα βάρος, κληθήσονται ὁμογενῆ.

14. Καὶ τούτῳ δὲ πρὸς τοῖς ἄλλοις τὰ ὑγρὰ τῶν ῥευστῶν διαφέρει, ὅτι τὰ μὲν σπεύδει πάντα τὰ μόρια αὐτῶν ἐπὶ τῆς αὐτῆς ποιεῖν ἐπιφανείας, τοῦτ' ἔστι πάντα τὰ

μόρια τῶν αὐτῶν ἐπιφανειῶν ἴσον ἀπέχειν τῆ τῆς γῆς κέντρω (Γεωμ. 588. Τόμ. Γ΄.), εἴπερ εἶεν ὁμογενῆ· τὰ δὲ ῥευστὰ οὐκέτι· ἀλλὰ γὰρ εὐχερὲς κατιδεῖν τὸ ἀντιῤῥοπον τούτων τῶν δυοῖν εἰδῶν τῆ ὑργῆ τῷ αὐτῷ νόμῳ καθυπάγεσθαι, τοῦτ' ἔστι „δύω σήλαι ῥευστῆ, ἡ δυοῖν ἑτερογενῶν ῥευστῶν, ἀντίῤῥοποί εἰσιν, ὅταν ἴσον ἕλκωσι βάρος". εἴπερ γὰρ ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ καθ' ὅλην τὴν γῆν ἴσως εἶχε πυκνότητος ἐν ἴσοις ἀπὸ τῆ τῆς γῆς κέντρω ἀποσήμασιν, ἡ ἐπιφάνεια, ἢ ἡ ἀνωτάση σιβὰς, τῆς ἀτμοσφαίρας ἐσχημάτιζεν ἂν περὶ τὴν γῆν σφαῖραν ἀκριβῆ, ὥσπερ συμβαίνει τοῖς ὕδασι τῆς θαλάσσης· εἰ δέ τις αἰτία, οἷον θέρμη ὑπερβάλλουσα, αὔξει τὸ ἀέρος τὸ ἐλασικὸν ἐν τόπῳ τινὶ, ἡ ἐνταῦθα σήλη τῆ ἀέρος, διασελλομένη μᾶλλον τῶν περὶ αὐτὴν σηλῶν, ἧττον ἕλξει βάρος ἐν τῷ αὐτῷ ὄγκῳ. Ταῦτα τοίνυν ἐνταῦτα δύω εἰσὶν ἑτερογενῆ ὑγρά· ὀψόμεθα δὲ τὰς ἐπιφανείας δυοῖν ἑτερογενῶν ὑγρῶν μὴ δύναθαι εἶναι ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας (*)· ἀλλὰ ἧς μὲν ἡ εἰδικὴ βαρύτης μείζων, τὴν κορυφὴν τῆς σήλης κατωτέραν, εἴτ' ἐν τῷ τῆς γῆς κέντρῳ προσεχεσέραν, ἧς δ' ἐλάττων, ἀνωτέραν· ἐρῶμεν δὲ πρῶτον μὲν περὶ τῶν ὁμογενῶν ὑγρῶν, εἶτα περὶ τῶν ἑτερογενῶν, ἐξῆς δὲ περὶ τῶν τοῖς ὑγροῖς ἐμβαπτιζομένων σερῤῥῶν σωμάτων.

(*) Τὰς φράσεις: ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας, ϗ: ἐν τῇ αὐτῇ ἐπιφανεία, ϗ: ὁμόσαθμα δύω τινὰ εἶναι σώματα, ἴσα δύναθαι ἐκλήπτεον, ϗ ταὐτὰ τοῖς προδιαλημφθεῖσι (Γεωμ. 588. Τόμ. Γ΄.)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Περὶ ὁμογενῶν ὑγρῶν.

15. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἡ ὑγρῷ τινι ἔκτινος αἰτίας ἐπιγινομένη κατάθλιψις πανταχῦ ἐκτελεῖται καὶ ὡσαύτως τῶν λοιπῶν τῦ ὑγρῦ μερῶν.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἔςω ἀγγεῖον ὑέλινον, ἐκ τεσσάρων συγκείμενον σιφώνων τῶν AB, ΓΔ, EZ, οτ (χ. 89), συνηνωμένων ἀλλήλοις, ϗ ἀνεφγμένων τὰς βάσεις, ὥςε ῥευσὸν ἐγχεόμενον δι' ἄλλυ εἰς ἄλλο μετεγχωρεῖν μεθιςάμενον, τῦτ' ἔςιν ἐκ τῦ σίφωνος φέρε AΘB διαῤῥεῖν εἰς τὸν BEZτ, ϗ ἐντεῦθεν ἀνιέναι εἰς τὸς ΔΓ, το· ἐγχείθω τοίνυν ὕδωρ εἰς τὸ ςόμιον A τῦ AB σίφωνος· ϗ ἐπινοηθήτωσαν εὐθεῖαι παράλληλοι τῷ ὁρίζοντι αἱ AΓο, ΘιK, κτλ. διήκυσαι διὰ τῶν τριῶν σιφώνων AB, ΓΔ, οτ· ὅταν δὴ τὸ ὕδωρ ἐν τῷ πρώτῳ σίφωνι ὑψωθῇ μέχρι τῦ Θ, ὑψωθήσεται ἐν μὲν τῷ δευτέρῳ μέχρι τῦ ι, ἐν δὲ τῷ τρίτῳ μέχρι τῦ K, τῦτ' ἔςιν εἰς τὸ αὐτὸ ὕπερθεν τῦ ὁρίζοντος Bτ ὕψος· ἐὰν δὲ ϗ ἄλλο προσεγχυθῇ ὕδωρ, ϗ ἐν τῷ πρώτῳ σίφωνι μέχρι τῦ A ἀρθῇ, ἀρθήσεται καὶ μέχρι τῦ Γ, ϗ μέχρι τῦ ο ἐν τοῖς ἄλλοις σίφωσιν· ἐκ τύτυ δὴ τῦ πειράματος, ὃ ἐκ ἔςιν ὃς τις ἂν εὐμαρῶς καθ' ἑαυτὸν ἐκ ἐκτελέσειεν, ἀποισόμεθα τήν τε δεῖξιν τῦ Θεωρήματος, καὶ πάντων τῶν ἐν τῇ Ὑδροςατικῇ χρησιμωτέρων.

ά. Ἡ κατάθλιψις, ἣν ὁ ὑδατώδεις κύλινδρος ΘB διὰ τὴν ἑαυτῦ βαρύτητα παρήγαγεν, ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω

τελεῖται, ϗ ἐπὶ τὸν Β πυθμένα τῦ δοχείυ· ὅπερ ἀναγκαίως ἀποτελεῖ ἡ φυσικὴ φορὰ πάντων τῶν βαρέων, ϗ ἑπομένως τῦ κυλίνδρυ ΘΒ.

β΄. Ἡ κατάθλιψις αὕτη ϗ κάτωθεν ἐπὶ τὰ ἄνω τελεῖται· ἡ γὰρ τῦ ΘΒ κυλίνδρυ κατάθλιψις, ἀναβιβάζυσα τὸ ὕδωρ μέχρι τῦ ι διὰ τῦ σίφωνος ΔΓ, κατέχει αὐτὸ ἀπηωρημένον εἰς τὸ ι ὕψος· ὅπερ ἐκ ἂν συνέβαινεν, εἰ μὴ ὁ κύλινδρος ΘΒ καταθλίβοι τὸν κύλινδρον Δι ϗ κάτωθεν πρὸς τὰ ἄνω διὰ τῦ τῷ σίφωνι ΒΔ ἐμπεριεχομένυ ῥευςῦ, ὅσον αὐτὸς ὁ Δι διὰ τὴν ἰδίαν αὐτῦ βαρύτητα ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω καταθλίβει.

γ΄. Ἡ τῦ ΘΒ κυλίνδρυ κατάθλιψις ἐκτελεῖται ϗ πλαγίως· τὸ γὰρ ἐμπεριεχόμενον τῷ ΑΒ σίφωνι ὕδωρ ἐκ ἂν ὑψώσειε τὸ εἰ τὸν ΔΓ σίφωνα, εἰ μὴ ἀπωθήσειε πλαγίως εἴτ' ἓν ἀριςερόθεν πρὸς τὰ δεξιὰ τὸ τῷ ΒΔ ἐμπεριεχόμενον ὕδωρ.

δ΄. Ἡ κατάθλιψις ἐπίσης ἀπανταχῦ τῦ δοχείυ τελεῖται, τῦτ' ἔςιν ἐν τῷ προτεθέντι πειράματι ἡ πλαγία κατάθλιψις ΒΔ ἐξισῦται τῇτε ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω τελυμένῃ ΘΒ, ϗ τῇ κάτωθεν ἐπὶ τὰ ἄνω Δι· εἰ μὴ γὰρ, ἔςω ἡ πλαγία ΒΔ ἀσθενεςέρα τῆς καθέτυ ΘΒ· ἐπεὶ δὲ ὁ ΘΒ κύλινδρος ἐκ ἄλλως, εἰ μὴ διὰ τῆς τῦ ΒΔ καταθλίψεως, ἀναβιβάζει τὸν κύλινδρον ΘΒ εἰς τὸ ὕψος ι, ὃ ἰσῦται τῷ ὕψει Θ, ὁ ΘΒ κύλινδρος δύναται διὰ τῆς μεσολαβύσης πλαγίας καταθλίψεως τῦ κυλίνδρυ ΒΔ ἀπωθῆσαι τὸν κύλινδρον Δι κάτωθεν πρὸς τὰ ἄνω, ὅσον ὁ Δι καταθλίβει πρὸς τὰ κάτω ἄνωθεν, ϗ δὴ τὸ ὕψος ι ταὐτὸν ἐκ ἔςι τῷ ὕψει Θ· ὅπερ τῇ προφανεῖ πείρᾳ ἀντίκειται.

Ἀλλαμὴν κἄν ἡ πρὸς τῷ Β γινομένη κατάθλιψις

ὑπὸ τῦ κυλίνδρυ ΘΒ τελοῖτο διὰ τὴν αὐτῦ βαρύτητα, κἂν ὑπ' ἰσχύος τῇ τῆς βαρύτητος ἐκείνυ ἴσης, δακτύλυ φερ' εἰπειν τὸ ὕδωρ καταθλίβοντος τῇ αὐτῇ ἰσχύϊ, ἥπερ κ' ὁ ΘΒ κύλινδρος διὰ τὴν ἰδίαν ἑαυτῦ βαρύτητα, ἀποτέλεσμα ἔσαι τὸ αὐτὸ, κ' ὁ κύλινδρος Δι εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος ι ἀρθήσεται· ἐν γένει ἄρα ἡ ῥευσῷτινι ἐπιγινομένη καταθλιψις ὑφ' ἡστινοσῦν αἰτίας, πανταχῦτε κ' ἐπίσης ἀποτελεωθήσεται. Ο. Ε. Δ.

16. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Τοῖς ἀνωτέρω μεριδίοις τῦ ὑγρῦ καταθλίβεται τὰ κατώτερα· τὸ γὰρ ὕδωρ εἰς τὰ Α ἀφικόμενον ἀναβαίνει κ' εἰς τὸ Γ· τῦτο τοίνυν κὴ ἂν γένοιτο, εἰμὴ τὸ μέρος ΑΘ τῦ κυλίνδρυ ΑΒ καταθλίβοι τὸ ΘΒ δι' ἰσχύος ἴσης τῇ ἑαυτῦ βαρύτητι· ὁ γὰρ κύλινδρος ΑΒ βασάζει τὸν ΓΔ· κ' ἐπεὶ πᾶσα ἡ καταθλιψις τῦ μέρυς ΘΒ, προερχομένη ἐκ τῆς ἰδίας αὐτῦ βαρύτητος, καταναλίσκεται βασάζυσα τὸ μέρος ιΔ, τὸ μέρος ιΓ βασάζεται ἐξ ἀνάγκης ὑπὸ τῆς καταθλίψεως τῦ μέρυς ΑΘ· ἀλλ' ἀμέσως τὸ μέρος ιΓ βασάζεται ὑπὸ τῦ ὑγρῦ ΘΒΔ· τὸ δὲ κὴ ἂν βασάσειε τὸ εἰρημένον μέρος ἄλλως, εἰ μὴ διὰ τῆς καταθλίψεως, ἣν τὸ μέρος ΑΘ ἐπενεργεῖ τῷ Θ· τὸ ἄρα ἀνώτερον μέρος ΑΘ τῇ ἑαυτῦ βαρύτητι καταθλίβει τὸ κατώτερον μέρος ΘΒ.

17. Ἀλλὰ γὰρ ἄλλως ἔχειν τυτὶ ἀνένδεκτον κ' διὰ τὸν γενικὸν τῆς βαρύτητος νόμον· ἕκασον γὰρ μερίδιον τῦ ὑγρῦ, ὅσον ἂν εἴη μικρὸν, βάρος ἔχει τῇ μάζῃ ἀνάλογον (Φυσ. 163)· τείνει ἄρα πρὸς τὰ κάτω, κ' ἕτω καταθλίβει δι' ὅλυ τῦ ἑαυτῦ βάρυς τὸ κατώτερον μέρος.

18. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἡ τῶν ἀνωτέρων ΑΘ ἐπὶ τὰ κατώτερα μερίδια ΘΒ γινομένη καταθλιψις, ἥ, ὅπερ ἐσὶ ταὐτὸν, ἡ τῦ κυλίνδρυ ΑΘ ἐφ' ἓν σημεῖον Θ

γινομένη κατάθλιψις, παρίσαται διὰ τῆς καθέτου ΑΘ, ἢ Γι, ἢ ον, τῆς ἀγομένης ἀπὸ τῆς τῷ ὁρίζοντι παραλλήλου ΑΓο ἐπὶ τὴν παράλληλον Θιν, ὑφ' ἧς περατεῖται ὁ ἀνώτερος κύλινδρος ΑΘ· ἡ γὰρ κατάθλιψις τῆ ΑΘ, ἰσῆται τῇ τῆ ιΓ, ὅστις ἀντιξλίβει ἐκεῖνον· καὶ τούτου μένουσιν ἑκάτερος ἐν ἀντιῤῥοπίᾳ· ἡ δὲ τῆ ιΓ ἰσῆται τῇ τῆ οΚ, ὅτι ἐκεῖνος βασάζει τὸν πλάγιον κύλινδρον οΚ, τῆ ὑγρῆ ἐπίσης ἀνερχομένη εἰς τὴν τῷ ὁρίζοντι παράλληλον ΑΓο διάτε τῆ καθέτου κυλίνδρου ΑΘ, ᾗ διὰ τῆ πλαγίου οΚ· ἡ δὲ κατάθλιψις τῆ καθέτου ΑΘ ἐκ ἂν εἴη ἴση τῇ τῆ πλαγίου οΚ, εἰμὴ ὁ οΚ καταθλίβοι ἰσχύϊ ἴσῃ τῇ καθέτῳ ΑΘ = ον.

19. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ὁποιαῦν ἄρα ἂν εἴη ἡ γωνία, ἡ ὑπὸ τῆ κυλίνδρου ΑΒ, ἢ Ζο ᾗ τῆς ὁριζοντίου γραμμῆς Βτ περιεχομένη, ἀεὶ ἡ κατάθλιψις ἡ γινομένη κατὰ τὸ Β, ἢ κατὰ τὸ τ, ἔσαι ὡς ἡ κάθετος ΑΒ, ἢ οπ.

20. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Ἡ κατὰ τὸ τ, ἢ Β κατάθλιψις κυλίνδρου ἐκ ἐξήρτηται τῆς τῆ ἐμπεριεχομένου αὐτῷ ὑγρῆ ποσότητος· ὡς γὰρ ἤδη εἴδομεν, ἡ ἐν τῷ Θ ὑπὸ τῆ ΑΘ γινομένη κατάθλιψις ἰσῆται τῇ ἐν τῷ Κ ὑπὸ τῆ οΚ γινομένῃ· ὅθεν ᾗ ἡ ἐν τῷ Β ὑπὸ τῆ ΑΒ γινομένη ἰσῆται τῇ ἐν τῷ τ ὑπὸ τῆ οτ· ὑποτιθεμένων ἄρα ἰσαλλήλων τῶν κατὰ τὰς ΑΒ, οτ κυλίνδρους διαμέτρων, ὁ οτ πλαγιαζόμενος ἐπὶ τῆ ὁρίζοντος μᾶλλον ᾗ μᾶλλον, ἀσυγκρίτως πλεῖον ὕδωρ περιέξει, ἢπερ ὁ ΑΒ κάθετος, ἀεὶ μέντοι καταθλίψει τὸ τ, ὅσον ᾗ ὁ ΑΒ τὸ Β· ἡ ἄρα κατάθλιψις ἐκ ἐξέχεται τῆς τῆ ὑγρῆ ποσότητος, πλὴν εἰμὴ εἴη ὁ κύλινδρος τῷ ὁρίζοντι κάθετος.

21. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Ἡ κατάθλιψις κυλίνδρου τῆ

ΑΒ, ἢ οτ, ἀπειροσὸν ὅσον ἔχοντος πύκνωμα, δηλωθήσεται διὰ τῆς καθέτυ ΑΒ, ἢ οπ.

22. ΠΟΡΙΣΜΑ ς΄. Ε᾽πείπερ αἱ καταθλίψεις διαφόρων κυλίνδρων ΑΘ, Γι, οΚ εἰσὶ κάθετοι ταῖς ὁριζοντίοις γραμμαῖς ΑΓο ΘΙΚ, ὑφ᾽ ὧν περιέχονται, ϗ ταῖς καθέτοις ταύταις ἐξισῶνται· ἐντεῦθεν ἄρα πάντα τὰ σημεῖα Α, Γ, ο τῆς ἐπιφανείας ὑγρῦτινος ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας γίνεται (Γεωμ. 438. Τόμ. Γ΄.)· αἱ γὰρ κάθετοι ΑΒ, ΓΔ, οπ δυσὶν ὁριζοντίοις γραμμαῖς Ao, ΘΚ, ταῖς ὡς ἀληθῶς δυσὶν ἴσαις τόξοις ἀπειροσοῖς τῆς ὑδρογείυ σφαίρας, ὑ δύνανται ἰσῦσθαι ἀλλήλαις (ὡς ἰσῦσθαι δέδειϰται ὑπὲρ τῶν ἀντιῤῥοπούντων κυλίνδρων ΑΒ, οτ), εἰ μὴ ἀρχόμεναι ἀπὸ γραμμῆς ὁριζοντίυ τῆς ΘιΚ ἀποτερματίζοιεν τὰ ἄκρα ἀυτῶν σημεῖα Α, Γ, ο πρὸς ὁριζοντίῳ ἄλλῃ τῇ ΑΓο· πάντα ἄρα τὰ σημεῖα τῆς τοιαύτης ὑδατώδυς ἐπιφανειας ἔξυσι θέσιν ὁριζόντιον, γενήσονται δηλονότι ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανειας, ἢ, ὃ ταὐτὸν δήπυ, ἴσον ἔσονται ἀφεϛηκότα ἀπὸ τῦ τῆς γῆς κέντρυ.

23. ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ΄. Τ᾽γρῦ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια ὐδέποτε ἔσαι ἀκριβῶς ἐπίπέδος, ἀλλ᾽ ἀεὶ κυρτὴ, ϗ τμῆμα οἷον σφαιρικὸν τῆς ὑδρογείυ σφαίρας, μεῖζον ἢ ἔλαττον· ἀλλ᾽ ἔσι γὰρ ἡ κυρτότης αὕτη μείζων ἀεὶ, ἢ ὥϛε ταῖς ὑμετέραις ὑποπεσεῖν αἰσθήσεσι· παρατηρεῖται μέντοι ὑπὸ τῶν ἐκ τῶν αἰγιαλῶν πόῤῥω εἰς τὴν θάλασσων ὁρώντων· ϗ᾽ν ἐν τοῖς ἐλαχίϛην ἔχυσιν ἐπιφάνειαν ὑγροῖς μὴ ὁρᾶται, ἀλλ᾽ ἐπείπερ οἱ κύλινδροι αὐτῦ ΑΘ, ιΓ, οΚ ὐ δύνανται εἶναι ἀντιῤῥοποι, εἰ μὴ εἶεν ἰσάλληλοι αἱ αὐτῶν κάθετοι ΑΘ, ιΓ, ον, αἱ αὐτῶν κορυφαὶ, ἴσον τῦ τῆς γῆς κέντρυ ἀπέχυσαι, συνισᾶσι σφαιρικὴν ἐπιφάνειαν· ἀλλ᾽ ἔμπης ὀφθαλμοῖς ἀμήχανόν ἐσι παρατη-

ρηθῆναι τὴν κυρτότητα ἐν μικροῖς δοχείοις, ἢ καὶ ὀλιγαρίθμων ὀργυιῶν ἔχουσιν ἔκτασιν, εἴγε τόξον ἐνίων ὀργυιῶν περιεκτικὸν κυκλικῆς περιφερείας = 9000 λεύγαις ἀπειροςὴν οἷον ἔχει καμπυλότητα (Γεωμ. 589. Τόμ. Γ΄.)

24. ΘΕΩΡΗΜΑ Β΄. Ἡ ὅλη κατάθλιψις ὑγροῦ, ἐμπεριεχομένου δοχείῳ, ὅπως ποτὲ ἐσχηματισμένῳ, παράλληλα ἔχοντι τὰ κάτω τοῖς ἄνω, ἢ συγκλίνοντα ἢ ἀποκλίνοντα, ἤτοι κυρτῷ ἢ κοίλω, ἀεί ἐςιν ἴση τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῆς ἐκ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ τῇ ὁριζοντίῳ αὐτοῦ βάσει ἐφιςαμένης καθέτου, καὶ τῆς βάσεως.

ΔΕΙΞΙΣ. α΄. Ῥᾷςά τις ἂν συνίδοι τὴν τοῦ θεωρήματος ἀλήθειαν, εἴπερ εἴη τὸ δοχεῖον πρίσμα, ἢ κύλινδρος ὀρθὸς, τὴν βάσιν ἔχων τῷ ὁρίζοντι παράλληλον· ἔςω γὰρ δοχεῖον πρισματῶδες τετραγωνικὸν τὸ ΑΒΓΔ, καὶ διῃρήσθω εἰς πολλὰ μικρὰ τετράγωνα ἡ αὐτοῦ βάσις ΒβΔδ· ἕκαςον οὖν τετράγωνον βάσις ἔςαι τετραγωνικοῦ πρίσματος τοῦ ΑβΒΕ· ἐπεὶ δὲ τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆς βάσεως καὶ τοῦ ὕψους ἐμφαίνει πάντα τὰ ἐμπεριεχόμενα τῷ πρίσματι μόρια (Γεωμ. 456. Τόμ. Β΄.), ἐμφανεῖ καὶ τὴν ὑπ' αὐτῶν γινομένην πρὸς τῇ τοῦ δοχείου βάσει κατάθλιψιν· ἄρα τὸ ὑφ' ὅλης τῆς βάσεως γινόμενον καὶ τοῦ ὕψους ἐμφανεῖ τὴν ὅλην κατάθλιψιν.

Ἀλλ' ἔςωσαν δοχεῖα δύω, τὸ μὲν κωνοειδὲς ΑΒΓ (χ. 90), τὸ δὲ κυλινδρικὸν ΕΒΓΖ, τὴν αὐτὴν βάσιν καὶ τὸ αὐτὸ ἔχοντα ὕψος· καὶ οὕτως οὖν τὸ ἐν ἐκείνῳ ὕδωρ, τριτημόριον ὂν τοῦ ἐν τούτῳ (Γεωμ. 458. Τόμ. Β΄.), καταθλίψει τὴν βάσιν, ὅσον καὶ τὸ ἐν τούτῳ.

Δέδεικται γὰρ τὴν ὑπὸ ςύλης ὑγροῦ τινος γινομένην κατάθλιψιν πανταχοῦ καὶ ἐπίσης διανέμεσθαι (15)· ἔςω νῦν ἡ ὁριζόντιος βάσις (χ. 89) βΒχτ δοχείου πρισμα-

τώδες τετραγωνικῦ τῦ ΑΒτΛ, ϗ διηρήσθω εἰς δέκα μέρη ἰσάλληλα, τετράγωνα, ἢ ἐπιμήκη ὀρθογώνια, ϗ ἐφ' ἑκάστε τέτων ἐννοηθήτω ἐσηκυῖα σήλη ῥοώδης ἡ ΑΒΕ, ἔχεσα βάσιν μὲν ἓν τῶν ὀρθογωνίων, ὕψος δὲ τὸ τῦ δοχείε ὕψος ΑΒ· κἂν ἓν αἱ σῆλαι κάθετοι εἶεν τῇ βάσει, ϗ ἰσοϋψεῖς τῷ δοχείῳ, ὡς ἐπὶ τῦ πρισματώδες ΑΒΛτ (χ. 89) ϗ τῦ κυλινδρικῦ ΕΒΓΖ (χ. 90), κἂν ἔνιαι εἶεν ἀποκλίνεσαι, οἷαι αἱ οτ, Βσ, ὕψος μέντοι ἔχεσαι τὸ οπ = τῷ τῦ δοχείε ΑΒ (χ. 89), ἢ συγκλίνεσαι οἷαι αἱ ΑΒ, ΑΓ (χ. 90), κἂν αἱ παντοίως ἔτω φερόμεναι σῆλαι μὴ εἶεν ἰσοϋψεῖς τῷ δοχείῳ, οἷαι αἱ ιΔ, ΚτΖ, ἀείποτε ἡ πρὸς τῇ βάσει τῦ δοχείε γινομένη κατάθλιψις δηλωθήσεται διὰ τῦ γινομένε ὑπὸ τῶν δέκα εἰρημένων ὀρθογωνίων, τῶν συμπληρέντων τὴν τῦ δοχείε βάσιν, ϗ τῦ ΑΒ ὕψες τῦ ὑγροῦ.

ά. Ἔσωσαν κάθετοι τῇ ὁριζοντίῳ βάσει Βτ αἱ σῆλαι ΑΒ, ΓΔ, κτλ.· ἐπεὶ ἓν τηνικαῦτα τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆς βάσεως ϗ τῦ ὕψες ἐμφαίνει ὡς εἴρηται πάντα τὰ μερίδια τῦ ὑγροῦ, ἡ ὅλη ἄρα πρὸς τῇ βάσει γινομένη ὑφ' ἁπάντων τῶν μεριδίων κατάθλιψις δηλωθήσεται διὰ τῦ γινομένε ὑπὸ τῆς βάσεως ϗ τῦ ὕψες.

β. Αἱ δέκα σῆλαι ἔσωσαν ἀποκλίνεσαι, ϗ ὕψος ἔχεσαι τὸ οπ = ΑΒ· ταὐτὸν ἓν ἔσαι κἀνταῦθα· ἡ γὰρ σήλη ΑΒ καταθλίβει τὴν πλαγίαν σήλην οτ κατὰ λόγον τὸν τῆς καθέτε οπ, ὅτι (15) ἡ ΑΒ κάθετος ἀναβιβάζει εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος ο τὴν πλαγίαν σήλην οτ, κἂν εἴη μείζων· ϗ ὁ λόγος σαφής· ἡ γὰρ πλαγία ὑδατώδης σήλη οτ, ἐπὶ πρανῦς κειμένη ἐπιπέδε τῦ οτ, ἀντικαταθλίβει τὴν κατάθλιψιν τῆς ΑΒ σήλης μόνη τῇ χετικῇ βαρυτῆτι (Φυσ. 193), τῇ δηλεμένῃ ὑπὸ τῆς καθέτε οπ·

ἡ κατάθλιψις ἄρα ἑκάσης τῶν πλαγίων ϗ ἀποκλινουσῶν σηλῶν, οἵα ἡ οτ, ἢ Βσ, ἀναγκαίως ἰσῶται τῇ τῆς σήλης ΑΒ· ἰσῶται δὲ ϗ τῇ, ἣν ἂν ἐπὶ τῦ αὐτῦ ὀρθογωνίυ καταθλίψειε σήλη κάθετος ἡ τΛ.

γ΄. Ταὐτὸν δὲ δειχθήσεται κἂν αἱ τῇ βάσει ΒΓ (χ. 90) πλαγίως ἐφισάμεναι σῆλαι εἶεν συγκλίνουσαι, εἰ μόνον ἔχοιεν τὸ αὐτὸ κάθετον ὕψος ΑΗ = ΕΒ, ὃ ϗ τὸ πρίσμα, ἢ ὁ κύλινδρος, ἐγχεομένυ γὰρ ὕδατος διὰ τῦ καθέτυ κυλίνδρυ ΕΒ, κατὰ τὸ προεκτεθὲν πείραμα, ἡ σήλη ΕΒ τῦ ὕδατος ὑψώσει τὰς πλαγίας ὑδατώδεις σήλας ΒΑ, ΓΑ εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος ΗΑ· ἐφαρμοσθῆναι ἄρα δύνανται κἀνταῦθα τὰ προειρημένα (β΄.) ἐπὶ τῶν ἀποκλινουσῶν σηλῶν ΒΑ, ΓΑ. Ἐντεῦθεν ἓν ἕτω συλλογιόμεθα· ἑκάσης τῶν εἰρημένων δέκα σηλῶν, ὧν βάσεις τὰ δέκα ὀρθογώνια, τὰ συμπληρωτικὰ τῆς ὁριζοντίυ βάσεως, κἂν εἶεν ὀρθαὶ, κἂν συγκλίνουσαι, κἂν ἀποκλίνουσαι, ἰσῶται τῇ καταθλίψει σύλης ὑδατώδυς ὀρθῆς ἰσοϋψῦς σφίσιν· ἰσῶται ἄρα τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῦ ὀρθογωνίυ ϗ τῆς ΑΒ καθέτυ· ἡ ἄρα ὅλη γινομένη πρὸς τῇ βάσει κατάθλιψις ἰσῶται τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῶν δέκα ὀρθογωνίων, τῶν τῆς βάσεως συμπληρωτικῶν, εἴτ' ἓν τῆς ὅλης βάσεως, ϗ τῦ ὕψυς ΑΒ, εἰ μόνον ἰσοϋψεῖς εἶεν ἅπασαι αἱ σῆλαι.

Ἔσω δοχεῖον ὅμοιον τῷ ΣΒτο χήματι (χ. 89), ὑπερ ἡ ὁριζόντιος βάσις Βτ ἔσω κύκλος· τὸ τοίνυν ὑγρὸν, ὃ πλῆρες ὑποτίθεται τὸ δοχεῖον, ἔσαι κῶνος κόλυρος, ὃ ἐλάττων μὲν βάσις ἔσαι ἡ τῦ δοχείυ βάσις Βτ, ἡ τῷ ὁριζοντι παράλληλος ὑποτιθεμένη, μείζων δὲ ἡ Σο τῇ ἐλάττονι παράλληλος, διὰ τὸ ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας γίνεσθαι τὰ τῦ ὑγρῦ μερίδια (22)· ἐὰν ἓν ἀχθῶσι κάθετοι ΑΒ, Λτ, περιωθήσεται κύλινδρος, βάσιν ἔχων τὴν

Βτ, τὸ δὲ γινόμενον ὑπὸ τῆς Βτ βάσεως καὶ τοῦ ΑΒ ὕψους ἐμφανεῖ κατὰ τὰ ἤδη δεδειγμένα τὴν ὅλην τοῦ ὑγροῦ πρὸς τῇ Βτ βάσει γινομένην κατάθλιψιν· τὸ δὲ περιέχον τοῦ ΑΒτΛ κυλίνδρου ὑγρὸν, τὸ ἐν τοῖς γωνιώδεσι χωρίοις Λτο, ΑΒΣ, ὅτ' αὔξει ὅτ' ἀπομειοῖ τὴν πρὸς τῇ βάσει Βτ γινομένην κατάθλιψιν.

δ'. Ἀλλὰ καὶ πείραμα τοῦτ' αὐτὸ ἐμπεδοῖ· ἐνηρμόσθω γὰρ κύλινδρος ὁ ΑΒτΛ τῷ δοχείῳ σΒτο· καὶ τοῦ πυθμένος πρὸς τῷ Δ τρηθέντος, ἐνηρμόσθω ἠρέμα τῇ ὀπῇ ἐπίπωμα· τούτων τεθέντων ἐγχείσθω ὕδωρ ἐν τῷ κυλίνδρῳ ΑΒΛτ, καὶ παρατηρηθήτω, εἰς ὅσον ὕψος τὸ ὕδωρ ἀρθὲν ἀπωθεῖ τὸ ἐπίπωμα· ἔστω δὴ ὕψος τὸ ι· ἐξήχθω νῦν ὁ κύλινδρος, καὶ αὖθις προσηρμόσθω τῇ Δ ὀπῇ τὸ ἐπίπωμα, ὡς καὶ πρότερον, καὶ ἐγχυθήτω ὕδωρ τῷ ὅλῳ δοχείῳ ΣΒτο· τὸ τοίνυν ἐπίπωμα ἀπωσθήσεται αὖθις ἐκ τῆς Δ ὀπῆς, τοῦ ὕδατος ἀρθέντος μέχρι τοῦ αὐτοῦ ὕψους ι, μέχρις οὗ καὶ πρότερον ἀρθὲν ἀπώθησεν αὐτό· ἐντεῦθεν ἄρα δῆλον, μήθ' αὔξειν μήθ' ἀπομειοῦν τὴν πρὸς τῇ βάσει γινομένην κατάθλιψιν τὸ τοῦ κυλίνδρου περιέχον ὕδωρ.

ε. Φημὶ δὲ ἔτι, τὴν πρὸς τῇ βάσει γινομένην κατάθλιψιν ἰσοῦσθαι τῷ γινομένῳ ὑφ' ὅλης τῆς τοῦ δοχείου βάσεως, τῆς τῷ ὁρίζοντι παραλλήλου, καὶ τοῦ ὕψους ΑΒ, εἴτ' ἐν τοῦ τῆς ὑδατώδους ἐπιφανείας Α ἀπὸ τῆς ὁριζοντίου βάσεως ἀποσήματος, κἂν τὰ τῶν σηλῶν ὕψη μὴ εἶεν ἴσα τῷ ΑΒ ὕψει· εἰς δὲ τὴν τούτου δεῖξιν ὑποτεθείσθω, τοῦτο δὴ τὸ ἐξαισιώτατον καὶ δυσχερέσατον τῶν ἄλλων, μία μόνη σήλη ὑψηλοτέρα τῶν ἄλλων ἡ ΑΒ· αἱ δ' ἄλλαι ὑψούσθωσαν μέχρι μόνης τῆς ΘιΚ παραλλήλου. Ἐπεὶ τοίνυν αἱ σῆλαι ιΔ κτλ. μέχρι μόνης τῆς ΘιΚ αἴρονται, τῆς

ΑΒ τεμέσης εἰς τὸ ὑψῶσαι αὐτὰς μέχρι τῆς ΑΓο, ἐκληπτέον ἐςὶ τὸ δοχεῖον ὅμοιον τῷ σχήματι ΘιΚΒτ, ἐπικεκλεισμένον ἄνωθεν ἀκινήτῳ ἐπιπέδῳ τῷ ΥιΚ· καὶ ἔτω τοίνυν ἡ πρὸς τῇ βάσει τῆ δοχείᾳ γινομένη κατάθλιψις ἰσῆται τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῆς Βτ βάσεως καὶ τῆ ΑΒ ὕψει· ἡ γὰρ ΑΒ σήλη καταθλίβει τὰς μικρὰς ἐπιφανείας, ἐξ ὧν σύγκειται ἡ Βτ βάσις, καὶ ἐφ' ὧν ὡς βάσεων ἐφεσήκασιν αἱ ἄλλαι σῆλαι, τοσῆτον, ὅσον ἀνυψῆν δύναθαι τὰς σήλας ιΔ κτλ., μέχρι τῆ ὕψους ΣΑΓο (15)· καὶ εἴπερ ἦν κινητὸν τὸ ΥιΚ ἐπίπεδον, ὑψῆτ' ἂν ὑπὸ τῆς ΑΒ σήλης μέχρι τῆ ΣΑΓο ὕψους· ἀπωθεῖ ἄρα ἡ σήλη τὸ ΥιΚ ἐπίπεδον καταθλίψει τῇ Γι = ΘΑ· ἐπεὶ τοίνυν ἀκίνητόν ἐςι τὸ ἐπίπεδον καταθλιβόμενον πρὸς τὰ ἄνω ὑπὸ τῆς σήλης ΑΒ τῇ καταθλίψει Γι, τῇ αὐτῇ ἀντικαταθλίβει ἄνωθεν πρὸς τὰ κάτω τὴν βάσιν Βτ· ἐντεῦθεν ἄρα συλλογιόμεθα ἔτω· ά. ἡ σήλη ΑΒ καταθλίβει τὸ τῆς βάσεως μέρος Δ, ὥπερ ἀντιςοιχεῖ ἡ ΓΔ σήλη, τῇ καταθλίψει ΘΒ = Δι· ὃ γὰρ ἂν ἄλλως βασάσειεν ἐν ἀέρι τὴν μικρὰν σήλην Δι, εἰ μὴ καταθλίβοι τὸ τῆς βάσεως μέρος Δ ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω καταθλίψει ἴση, ἥπερ καὶ αὐτὴ ἡ Δι καταθλίβει τὸ Δ· ἀνάγκη γὰρ πᾶσα, ἐπεὶ βασάζει τὴν Δι βάσιν, ἐπισηρίζεθαι τῷ μέρει Δ ἰσχύι ἴση τῇ τῆς Δι σήλης καταθλίψει· β'. ἡ σήλη ΑΒ καταθλίβει τὸν τῆς τῆ δοχείᾳ βάσεως τόπον Δ καὶ τῇ ὑπεροχῇ ΑΘ = Γι, ὡς ἤδη δέδειχται· ἄρα ἡ σήλη ΑΒ ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω καταθλίβει τὸ τῆς βάσεως τῆ δοχείᾳ μέρος Δ, ὅπερ ἐςὶ βάσις τῆς μικρᾶς σήλης Δι, τῇ καταθλίψει Δι + ιΓ = ΔΓ = ΑΒ.

Ὅσον ἄρα ἂν εἴη μικρὸν τὸ ὕψος σήλης τῆς ιΔ, ἀείποτε διὰ τῆς καταθλίψεως τῆς μεγάλης σήλης ΑΒ,

τῆς τελευμένης ἐφ' ἑκάςῳ τῆς βάσεως μέρει, ἡ καθάλιψις τῆς Δι σήλης ἔσαι ἡ αὐτὴ, ὡς εἴπερ ἡ ιΔ ὕψος εἶχε τὸ ΓΔ = ΑΒ· ἀλλαμὴν, εἰ πᾶσαι αἱ σῆλαι ὕψος εἶχον = ΑΒ, ἡ πρὸς τῇ βάσει ὁλικὴ καθάλιψις ἴσυτο τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῆς Βτ βάσεως ϗ τυ ΑΒ ὕψυς, ὡς δέδεικται (γ'., δ'.)· ἄρα κἀνταῦθα ἡ καθάλιψις ἡ πρὸς τῇ βάσει ἔσαι ἴση τῷ αὐτῷ γινομένῳ.

ς'. Ἀλλὰ καὶ πειραμάτων πλήθει συνάδει τὸ ἤδη δειχθὲν, ὡς ἐπὶ τυ ἐφεξῆς προσφυῶς ἔχοντος παντὶ δοχείυ χήματι δῆλον ἔσεται· τὸ 90 χῆμα παρίσησι ά. δοχεῖον κυλινδρικὸν τὸ ΕΒΓΖ· β'. κωνοειδὲς τὸ ΑΒΓ· γ'. ἀποκλινέσας ἔχον πλευρὰς τὸ ΘΒΓΝ, εἴτ' ἓν κόλυρον κῶνον· δ'. κοῖλον τὰς πλευρὰς τὸ ΘνΒΓοΝ· ε'. κυρτὸν τὰς πλευρὰς τὸ ΕγΒΓοΖ· ἐὰν ἓν ταῦτα πάντα τὰ δοχεῖα βάσιν ὁριζόντιον ἔχωσι τὴν αὐτὴν ΒΓ, ϗ ὕψος τὸ αὐτὸ ΑΗ, φημὶ, ὅτι κατὰ τὸ πείραμα ἡ πρὸς τῇ ΒΓ βάσει γινομένη καθάλιψις ὑπὸ διαφόρων ὑγρῶν, ἐμπεριεχομένων πᾶσι τοῖς διαφόροις τύτοις δοχείοις, ἔσιν ἡ αὐτή· πρὸς δὲ τὴν τύτυ δεῖξιν, ἔσω κινητὴ ἡ κυκλικὴ βάσις ΒΗΓ ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω διὰ τυ κοίλυ κυλίνδρυ ΒΠΓΞ· ϗ διὰ τυ τῆς βάσεως μέσυ Η διήχθω νῆμα, ὃ προσδεδέσθω τῷ ἄκρῳ Ρ πλάσιγγος τῆς ΣΤΡ· μετὰ ταῦτα δὲ πληρώσθω ὕδατος πρῶτον τὸ κωνοειδὲς δοχεῖον ΑΒΓ, αὐξομένυ ἀεὶ τυ ἐν τῷ υ σαθμυ, ἵνα μὴ κινηθῇ ἡ κινητὴ βάσις ΒΓ· ἔσω ἓν τὸ σαθμὸν, ὃ ἀντιῤῥοπεῖ τῷ ἐν τῷ κωνοειδεῖ δοχείῳ ὕδατι, = 10 λίτρ. πληρώσθω εἶτα ϗ τὰ γωνιώδη χωρία ΕΒΑ, ΑΓΖ, ἵν' ἐμπλησθείη ὕδατος ὅλος ὁ κύλινδρος ΕΒΓΖ· καίτοι ἓν τὸ ἐμπεριεχόμενον τῷ κυλίνδρῳ ΕΒΓΖ τριπλάσιόν ἐσι τυ ἐμπεριεχομένυ τῷ ΑΒΓ κώνῳ (Γεωμ. 458 Τόμ. Β'.)·

ἡ κυκλικὴ μέντοι βάσις ΒΓ ϗ αὖθις ἀντιῤῥοπεῖ τῷ ϛαθμῷ υ = 10 λίτραις· πληρώσθω δὲ ὕδατος ϗ τὰ χωρία ΖοΓ, ΕνΒ· πάλιν ἓν ἡ κυκλικὴ βάσις ΒΓ ἀντιῤῥοπήσει τῷ υ· τελευταῖον δὲ πληρώσθω ϗ τὸ γωνιῶδες χωρίον, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τόξυ τῦ ΖοΓ ϗ εὐθείας τῆς ΓΝ, ἢ τὸ χωρίον τὸ ὑπὸ τῦ τόξυ ΓοΝ ϗ τῆς εὐθείας ΓΝ, κτλ.· ἀεὶ τοίνυν ἡ ΒΓ βάσις ἀντιῤῥοπήσει τῷ ϛαθμῷ υ = 10 λίτραις· ϗ πεῖρα ἄρα δείκνυσι τὴν ἀλήθειαν τῦ θεωρήματος. Ο.Ε.Δ.

25. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ε'κ τῶν δύω προεκτεθ'εντων θεωρημάτων πορισθήσονται τὰ ἑφεξῆς.

26. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Νόμος καθολικὸς ἐπίτε τῶν ῥευϛῶν ϗ ἐπὶ τῶν ϛερεῶν τὸ κράτος ἔχων ἐϛὶν, ἵν' ἕκαϛον μόριον καταθλίβῃ τὸ κατώτερον ἑαυτῦ μόριον, ϗ ἑφεξῆς ὁμοίως· νημάτιον γὰρ ἀπειροϛῦ πάχους, ἡ ϛήλη λεπτοτάτη, κατὰ κάθετον θλίβει, ὅϛον ϗ ϛήλη μορίων ϛερῤῥῦ σώματος, ἰϛόπυκνος ϗ ἰϛομεγέθης τῇ τῦ ῥευϛῦ· ἑκατέρωϛε δὲ ἡ καταθλιψις αὕτη τελεῖται ὑπὸ τῦ ἀθροίϛματος τῶν βαρυτήτων πάντων τῶν μορίων τῶν ἄλλυ μετ' ἄλλο κατὰ κάθετον τεταγμένων.

27. ΠΟΡΙΖΜΑ Β'. Ε'ν τύτῳ δὲ διαφέρει τὰ ϛερῤὰ τῶν ὑγρῶν, ὅτι ἡ καταθλιψις, ἢ βαρύτης, τῶν τῦ ϛερῤῦ μορίων ἀγείρεται ἐν ἑνὶ ϛημείῳ, καλυμένῳ κέντρον τῆς βαρύτητος, ϗ ἐν αὐτῷ ἐμφιλοχωρεῖ πᾶϛα ἡ ἰϗὺς πάντων τῶν ἄλλων ϛημείων· ἡ δὲ τῶν ὑγρῦ ϛώματος μορίων καταθλιψις τελεῖται διὰ τῶν ϛημείων ἑκάϛης ϛήλης τῶν πρὸς τὰ κάτω φερομένων· διὸ δὴ κόκκος χαλάζης ἰϗυρώτερον πλήττει, ϗ μᾶλλον λυμαίνεται τὰ φυτὰ, ἢ κόκκός ὕδατος, ὅτι ἡ μὲν κινήϛις πάντων τῶν μορίων τῦ τῆς χαλάζης κόκκυ ἥνωται ἐν ϛημείῳ ἑνὶ, δι' ὗ

γίνεται ἡ πληγή· αἱ δὲ σῆλαι, ἐξ ὧν σύγκειται ἡ ὑδατώδης ῥανὶς, πολλοῖς σημείοις τῷ φυτῷ προσβάλλουσιν, καὶ ἀσχέτως ἀλλήλων.

28. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄. Ε'ὰν ὑποτεθῶσι δύω ὀρθὰ πρίσματα, τὴν αὐτὴν βάσιν καὶ τὸ αὐτὸ ὕψος ἔχοντα, καὶ τὴν αὐτὴν πύκνωσιν, ἀλλὰ τὸ μὲν σερρὸν, θάτερον δὲ ὑγρὸν, ἐμβαλλόμενα ταχέως δυσὶ δοχείοις, ἃ ἂν εἶεν σφίσιν ὁμοιοσχήμονα, ἴσον ἑκάτερα πρὸς τῇ βάσει τὸ δοχεῖον καταθλίψουσι.

29. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ΄. Ε'ὰν δ' ἑκάτερα κωλύματι συναντήσωσιν, τὸ σερρὸν τῷ ὑγρῷ ἐν τούτῳ διοίσει, ὅτι ἐν μὲν τῷ σερρῷ ἡ μέρους τινὸς κατάθλιψις κατὰ κάθετον μεταδίδοται τῇ ἐπιφανείᾳ, καθ' ἣν προσέκρουσεν· ὅπερ ἐξασθενίζει τὴν κατάθλιψιν, διανεμομένην ἅπασι τοῖς σημείοις τῆς βάσεως, ἢ τῆς πληγείσης ἐπιφανείας· ἀλλ' ἡ μέρει τινὶ τοῦ ὑγρῷ γινομένη κατάθλιψις μεταδίδοται πᾶσι μὲν τοῖς σημείοις, ἐπίσης δὲ, εἴτ' ἓν ἀδιαιρέτως καὶ ἰσχύι τῇ αὐτῇ (15).

Ε'ὰν μὲν γὰρ τὸ ΑΒοτ σχῆμα (σχ. 89) σερρόντι ἐμφαίνῃ, καὶ κατὰ τὸ Γ τὴν ἐπιφάνειαν ΑΓο βάρος λίτρας καταθλίβῃ, ἡ κατάθλιψις διανεμηθήσεται πᾶσι τοῖς μέρεσι τῆς Ββτχ βάσεως· τὸ δὲ σερρὸν τοσούτῳ καταβήσεται ἔλαττον, ὅσῳ μείζων ἂν εἴη ἡ Ββτχ βάσις· ἐὰν δὲ τὸ ΑΒοτ σχῆμα, δοχεῖον ὑγρῷ πλῆρες, καὶ διηρημένον εἰς τοὺς κυλίνδρους ΑΒ, ΓΔ, οτ, κτλ. ἐμφαίνῃ, πολὺ τὸ διάφορον ἕξει ἡ γινομένη κατάθλιψις· θλιβέτω γὰρ τὴν τοῦ ΓΔ κυλίνδρου κορυφὴν Γ βάρος λίτρας μιᾶς, καὶ ἔσωσαν, ὅσους ἂν βαλώμεθα, οἱ κύλινδροι ΑΒ, οτ, κτλ.· τοιγαροῦν ἡ ἑκάστου ἐνίσχυσις εἰς τὸ ὑπερπηδῆσαι τοῦ Α, τοῦ ο, κτλ. ἥκιστα μειωθήσεται ὑπὸ τοῦ τῶν κυλίνδρων ἀ-

ριθμῷ, ϗ ἐπίσης ἑκάσῳ ἐπενεργήσει· ἔσωσαν γὰρ οἱ τὴν ΑΓο συντιθέντες ἐπιφάνειαν κύλινδροι δέκα, ϗ ἐμῷ τῷ δακτύλῳ θλίβοντος τὸ σόμιον τῷ ΓΔ σίφωνος, ἄλλος ἐπιθλιβέτω διὰ τῶν δακτύλων τὰς ἄλλας· ἕκασος ἓν τῶν δακτύλων ἐκείνῳ τοσούτῳ καταθλίψει τὸν ὑποκείμενον κύλινδρον, ἵνα τὴν τῦ ὕδατος κωλύσῃ ἀναπήδησιν, ὅσῳ τὸν ΓΔ ὁ ἐμὸς δάκτυλος· ἀλλὰ γὰρ ϗ πειράματος ἄνευ τὸ λεγόμενον ἄντις κατανοήσειεν εὐπετῶς· ἐὰν γὰρ ὁ ἐμὸς δάκτυλος καταθλίβῃ τὸν ΓΔ κύλινδρον ἰσχύϊ, ἐμφαινομένῃ ὑπὸ τῦ τῆς καθέτυ μέρυς Γι, τοσοῦτον ἀποτελεῖται, ὡς εἴπερ ὁ ΓΔ ἦν = ΓΔ + Γι· ἀλλαμὴν τηνικαῦτα ὁ ΓΔ τὰς ἄλλας ὑψοῖ ὑπὲρ τὴν ΑΓο ὁριζόντιον τῇ Γ ποσότητι (15)· ἆρα ἡ ἐκ τῦ ἐμῦ δακτύλυ κατάθλιψις τῦ ΓΔ κυλίνδρυ, ἡ ἐμφαινομένη ὑπὸ Γι, ὅλη μεταδίδοται ἑκάσῳ τῶν ἄλλων κυλίνδρων, ὅτ' ἐξαθενῆσα, ἔτε μὴν διαιρυμένη· ϗ ἐπεὶ μεταδίδοται διὰ τῶν μεταξὺ κυλίνδρων Β Δ, Δτ, κτλ. μεταδίδοται ἄρα ϗ πλαγίως ϗ παντα χῦ, μένυσα ἀδιαίρετος.

Τελευταῖον δὲ ἡ κατάθλιψις παντα χῦ ἐκτελεῖται κατὰ κάθετον ἑκάσῳ μέρει τῆς ἐντὸς τῦ δοχείυ ἐπιφανείας· εἰ γὰρ πλαγίως, ἐξηθένει ἂν ἀναλυομένη (Φυσ. 136)· ὅπερ κατὰ τῦ πειράματος.

30. ΣΧΟΛΙΟΝ. Η᾽ γενικὴ τῶν ὑγρῶν ἰδιότης αὕτη, τῦ τὴν κατάθλιψιν ἀπαντα χῦ μεταδίδοσθαι ἀδιαίρετον ϗ κατὰ κάθετον, ἀναπηγάζει πάντως ἐκ τῦ τῶν κατ' αὐτὰ μορίων ἑνικινήτυ τε ϗ ἀλλήλοις ἀσυνδέτυ· ὅτω γὰρ ἐμῷ δακτύλῳ καταθλίβοντος τὸν κύλινδρον ΓΔ καταθλίψει = Γι, εἴπερ ἄλλος δακτύλῳ καταθλίβοι κύλινδρον ἄλλον καταθλίψει < Γι, τὸ ὑγρὸν ἀναβήσεται πρὸς τὸν δάκτυλον, τὸν ἧττον ἢ ἐγὼ καταθλίβοντα·

ϰ᾽ ἀδ᾽ ἀντιῤῥοπήσει, εἰ μὴ ϰ᾽ τῶν ἄλλων δακτύλων ἕκαϛος καταθλίβοιεν δι᾽ ἰϊχύος ἴσης τῇ τῦ ἐμῦ· ἡ ἄρα τῦ ἐμῦ δακτύλυ κατάθλιψις ὅλη πανταχῇ μεταδοθήσεται μέχρις ἑκάϛυ τῶν ἄλλων δακτύλων, ἔνθ᾽ ἀφανισθήσεται ὑπ᾽ ἰϊχύος οἱ ἴσης ϰ᾽ ἐναντίας.

31. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε΄. Ε᾽ϰ τῶν προεκτεθέντων θεωρημάτων καταγοεῖται, διὰ τί πολλάϰις πηγαὶ εὑρίϛϰονται ἐν ταῖς ϰορυφαῖς βυνῶν ϰ᾽ ὀρέων· ἔϛω γὰρ τὸ σημεῖον Κ (χ. 89) ϰορυφὴ ὄρυς τῦ τΚ, ἔνθα πηγὴ ἀναβρύει· δῆλον ἔν ὅτι ἐϰ τόπυ ταπεινοτέρυ, ἢ ὁ Κ, πηγάζειν ἀδύνατον· ϛήλη γὰρ ὑδατώδης ἡ ιΚ ϰαθ᾽ ἑαυτὴν εἰλημμένη διὰ τὴν ἰδίαν βαρύτητα ϰάτειϭιν, ἐ μὴν ἀναβαίνει εἰς τὸ ὕψος Κ, εἰ μὴ ϰαταθλίβοιτο ὑπὸ ϛήλης ἑτέρας τῆς ΘΒ ἰϭοϋψῦς γῦν οἱ, ϰ᾽ ϰοινωνύϭης· ἔϛω ἓν πληθὺς ὕδατος, ἐμπεριεχομένυ ϰύτει ὄρυς τῷ Α, ὑψηλοτέρυ τῆς ϰορυφῆς Κ τῦ πρώτυ ὄρυς, ϰ᾽ τὸ ὕδωρ διηθύμενον ϰ᾽ εἰϭδύον ἔνερθεν τῦ Α, ϰ᾽ μεθιϛάμενον, ὅπυ ἐλάϭϭονι ἀπαντᾷ ἀντιϛάϭει, ποιείτω εἶδος ὑδραγωγῦ τῦ ΘΒτΚ, πῇ μὲν ϰαθέτυ τῇ ὁριζοντίῳ ΒΔ, πῇ δὲ πλαγίυ, ϰοίλυ, ϰυρτῦ, ϰ᾽ ὡς εἰπεῖν ἀϰανονίϛυ, ὅϭον ἄντις ϰ᾽ βύλοιτο· ἐϰῦν ἡ ΑΒ ϛήλη ϰατὰ τὰ δεδειγμένα ἀναγϰάζει τὸ ὕδωρ ἀνελθεῖν διὰ τῦ σίφωνος τΚ μέχρι τῦ ο (22)· ἐὰν ἄρα τὸ ὕδωρ διαῤῥήγματι συναντήϭῃ τῷ Κ, εἴτ᾽ ἓν ἐν τῇ ϰορυφῇ τῦ πρώτυ ὄρυς, ἐϰρεύϭει ἐντεῦθεν· ἐξ ἧ γίνεται πηγή.

32. ΠΟΡΙΣΜΑ ϛ΄. Η᾽ τῇ βάϭει τῦ δοχείυ γινομένη ϰατάθλιψις ϰ᾽ ἐξήρτηται τῆς ποϭότητος τῦ τῷ δοχείῳ ἐμπεριεχομένυ ὕδατος· ϰ᾽ γὰρ τὸ τῷ ϰώνῳ ΑΒΓ (χ. 90) ἐμπεριεχόμενον ὕδωρ, τριτημόριον ὂν τῦ ἐν τῷ ϰυλίνδρῳ ΕΒΓΖ, ἐμποιεῖ τῇ ΒΓ βάϭει τῦ δοχείυ ϰατάθλιψιν, ὅϭην ϰἀϰεῖνο (24. ϛ΄.).

33. ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ΄. Αἱ ταῖς βάσεσιν ἄρα διαφόρων δοχείων γινόμεναι καταθλίψεις ὑφ' ὁμογενῶν ὑγρῶν ἐν λόγῳ εἰσὶ συνθέτῳ ἐκ τῶν ὑψῶν καὶ τῶν βάσεων· εἰσὶ γὰρ γινόμεναι ὑπ' αὐτῶν, ὡς ἤδη δέδεικται.

34. ΠΟΡΙΣΜΑ Η΄. Ἐλαχίστη ποσότης ὑγρᾶ καταθλίψαι δύναται, ὅσον καὶ μεγίστη· φημὶ δή, ὡς ὕδωρ λίτρας μιᾶς πληρῶν τὸν σίφωνα ΑΒ (κ. 89) δύναται θλίψαι τὴν βάσιν Βτ, ὅσον καὶ ὕδωρ λιτρῶν χιλίων· αἰτῶ μόνον ά. τὸν σίφωνα ΑΒ λεπτότατον ἅμα καὶ μακρότατον εἶναι, ὥστε χωρεῖν ὕδωρ λίτρας μιᾶς· β΄. τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς Ββχτ βάσεως χιλιάκις ἐμπεριέχεσθαι τὴν μικρὰν βάσιν ΒΕ τοῦ ΑΒ σίφωνος· φημὶ δ' ὡς ὁ ΑΒ σίφων, ὁ λίτρας ἕλκων βάρος, ἐμποιήσει τῇ βάσει Ββχτ καταθλιψιν λιτρῶν χιλίων, εἰ μόνον βραχύτι εἴη κενὸν τὸ Ββχτ μεταξὺ τῆς ἔνερθεν βάσεως τοῦ δοχείου, καὶ τῆς ἐπικειμένης ΕΖ. Δέδεικται γὰρ, ὅτι ἡ καταθλιψις παράγοιτο ὑπὸ τῆς τῇ βάσει καθέτου σήλης ΑΒ, καὶ τῆς κατὰ τὴν βάσιν ἐπιφανείας, κἂν αἱ ἄλλαι σῆλαι μέχρι τῆς ΣΑΓο αἴροιντο, κἂν μέχρι τῆς πρὸς τὸ δοκοῦν λαμβανομένης ταπεινοτέρας ἐπιφανείας ΥιΚ· ταὐτὸν ἄρα κρατήσει, κἂν ἡ ἐπικειμένη ἐπιφάνεια ΕΖ ἀπέχοι ποσότητι ἐλαχίστῃ τῇ ΒΕ ἀπὸ τῆς βάσεως Ββτχ· τῆς ἓν ὁριζοντίᾳ ὑδατοφυοῦς σιβάδος, πυκνότητα τὴν ΒΕ, ὅσον ἄντις βάλοιτο, μικρὰν ἐχέσης, ἡ λίτρας μιᾶς σήλη ΑΒ καταθλίψει τὴν βάσιν Ββχτ, ὅσον καὶ ὕδωρ χιλίων λιτρῶν.

35. ΠΟΡΙΣΜΑ Θ΄. Ἐντεῦθεν ἄρα πλεῖσα φαινόμενα ἢ πειράματα ἑρμηνεύονται, ἐξαίσια δοκοῦντα καὶ δυσανάπτυκτα.

ά. Σίφων ὀρειχάλκινος ὁ ΑΒ, μακρὸς, διάμετρον μικρὰν ἔχων, ἡμίσεως φέρε δακτύλου, προσηρμόσθω ὀπῇ

τῇ Β τῆς ὕπερθεν ΒΔτ βάσεως, ὁποιονῦν ἔχοντος σχῆμα, ὕδατος ἢ οἴνου πεπληρωμένου· β΄. πληρωθήτω ὕδατος ὁ ΑΒ σίφων· ὅσον ἦν ἂν εἴη σεῤῥὸν τὸ δοχεῖον, θραυσθήσεται, εἴπερ ὁ σίφων, καίτοι λιτρῶν ἐνίων ὕδωρ περιέχων, εἴη μακρότερος, ἢ σέγειν τὸ δοχεῖον· ὁ δὲ λόγος τούτου σαφής· ἐπεὶ γὰρ ἐντῷ 89 σχήματι ἡ σήλη ΑΒ τείνει εἰς τὸ ἀποσπάσαι τὸ ἐπικάλυμμα Εδχ ἀπὸ τῆς βάσεως ΒΔτ ἰσχύϊ ἴσῃ τῷ γινομένῳ ὑπὸ ΑΒ χ τῆς ἐπιφανείας τῆς βάσεως, ἥπερ ἀντισοιχοῦσι πᾶσαι αἱ τοῦ δοχείου ὑδατώδεις σῆλαι, τείνει δὴ εἰς τὸ ὑψῶσαι τὰς τῷ δοχείῳ ἐμπεριεχομένας ὑδατώδεις σήλας εἰς ὕψος τὸ ΒΑ· αἱ δὲ, τῇ βάσει ἐπερειδόμεναι, ἀπωθοῦσι πρὸς τὰ ἄνω ἴσον σημεῖον, καθ' ὃ ἅπτονται τοῦ κατὰ τὸ δοχεῖον ἐπικαλύμματος· τείνουσιν ἄρα εἰς τὸ ἀποκρῆσαι τῆς βάσεως τὸ ἐπικάλυμμα κατὰ τὴν εἰρημένην ἰσχύν· ἐὰν ἦν ἄρα μῆκος ἔχῃ ὁ σίφων ἱκανὸν, ἡ κατάθλιψις ἀποκρέσει βιαίως τὸ ἐπικάλυμμα τῆς βάσεως· χ ἐπείπερ ἡ κατάθλιψις πανταχοῦ ἐπίσης μεταδίδοται, τὸ δοχεῖον θραυσθῆναι δύναται κατὰ τὰς πλευράς, χ ἐν γένει, ὅπου ἂν ἡ ἀσθενέστερον· τοῦτο τοίνυν τὸ θαυμάσιον φαινόμενον ἐκτελεῖται ὑφ' ὕδατος λιτρῶν ἐνίων.

36. β΄. Σίξος ὁ πέμπτος, ἐργάτας ἰδὼν ἐπὶ πολὺ διὰ κενῆς πονοῦντας, ἵνα σήσωσιν ὀβελίσκον κατὰ κάθετον, ἐπέταξεν αὐτοῖς τὰ τὸν ὀβελίσκον ἕλκοντα καλῴδια καθυγραίνειν· ἐν τούτῳ τοίνυν τῷ πάχει μὲν τῶν καλωδίων αὐξηθέντος, μειωθέντος δὲ τοῦ μήκους, ἔσῃ καθ' ἑαυτὸν ὁ ὀβελίσκος· τὸ γὰρ καλῴδιον ὑγραινόμενον ὀγκοῦται, συσελλόμενον δὲ διὰ τοῦτο ἕλκει μέγισα βάρη.

Ὡσαύτως ἀποχωρίσαι βουλομένοις μυλικὸν λίθον ἐξ ὄρους τινὸς, περὶ αὐτὸν πρῶτον ἐντίθενται σφῆνες ξύλινοι

ξηροί· μεθ' ὃ ὕδωρ τῶν σφηνῶν ἐπιχεῖται· τῷ δὲ ὕδατος ἰσχύϊ μεγάλη τὰς σφῆνας ὀγκοῦντος, ὁ λίθος τῷ ὄρυς ἀποτέμνεται.

37. Πῶς ἄρα ἐπὶ τῶν δυοῖν τούτων πειραμάτων, καὶ ἀπειραρίθμων τοιούτων, ἰσχὺς προάγεται ἐξαισία ἐξ ἐλαχίστης ποσότητος ὕδατος; ἀλλὰ τὴν, ἣν σήλη λεπτὴ ὑδατώδης προάγει ἐν τῷ δοχείῳ ἰσχύν, σήλη ἄλλη AB, πολλῷ ἔτι λεπτοτέρα (ἡ γὰρ διάμετρος τῆς σήλης ἀδὲν, ὡς εἴδομεν, συντελεῖ) νῆμα φημὶ ὑδατῶδες ἀδύναται προαγαγεῖν ἐν μικρῷ μέρει τοῦ καλῳδίου, καὶ ἑπομένως σειρὰ συνεχὴς τῶν νημάτων τούτων ἐν ὅλῳ τῷ μήκει; εἰσίτω· γὰρ χεδὸν κατὰ κάθετον νῆμα ὑδατῶδες τὸ AB τῇ τοῦ καλῳδίου ἐπιφανείᾳ· εἰσελθὸν δ' ἓν εἰς τὸ μέσον διηθηθήσεται εἰς χωρίον παράλληλον τῷ τοῦ καλῳδίου μήκει, οἷον τὸ Bτ, καὶ τενεῖ εἰς τὸ ἀποχωρίσαι ἀλλήλων τὰς τοῦ καλῳδίου ἐπιφανείας, καὶ τὴν αὐτοῦ διάμετρον, εἴτ' ἓν τὸ πάχος αὐξῆσαι ἰσχύϊ, δηλουμένη χεδὸν ἐκ τοῦ γινομένου ὑπὸ τοῦ κατὰ τὸ νῆμα μήκους AB καὶ τῆς ὅλης ἐπιφανείας τοῦ παραλλήλου χωρίου, εἰς ὃ τὸ νῆμα εἰσέδυ, τῆς ἰσχύος, ἣν ἐμφαίνει μόνον τὸ μῆκος τοῦ ὑδατώδους νήματος AB, τὸ ἄθροισμα ὅσης τῶν ἐφελκύσεων, ἃς ὑφίσαται ἐκ τοῦ καλῳδίου, εἴτ' ἓν τὸ ἄθροισμα τῶν ὑδατωδῶν μορίων τῶν ἐν τῷ νήματι· τὸ ἓν ὑδατῶδες νῆμα AB διὰ τὴν ἰδιοτέραν τοῦ καλῳδίου ἐφέλκυσιν, εἰσιὸν εἰς τὸ μικρὸν δοχεῖον τὸ ἐν τῷ καλῳδίῳ, προάξει τὴν αὐτὴν ἰσχὺν, ἣν καὶ ἐν τῷ μεγάλῳ δοχείῳ ABτΛ, διὰ τὴν ἑαυτοῦ βαρύτητα, ἢ τὴν γενικὴν ἐφέλκυσιν τῆς γῆς.

38. ΠΟΡΙΣΜΑ Ι'. Ἡ κατάθλιψις, ἡ ἐφ' ἑκάστου τῶν κατὰ τὰς πλευρὰς τοῦ δοχείου σημείων ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ τελουμένη, ἐκδηλοῦται ὑπὸ τῆς καθέτου, τῆς ἀγομένης ἐκ

τῆς τε ὑγρᾶ ἐπιφανείας ἐπὶ τὴν δι' ἐκείνα τε σημεία διήκασαν ὁριζόντιον γραμμήν, ἥ, εἰ καὶ ἔτω βελόμεθα, ὑπὸ τε τῶ σημείω τῶ δε ἀντισοιχέντος ὕψος· οἷον ἡ καθάλιψις, ἡ πρὸς τῶ Θ γινομένη ὑπὸ τῆς AB σήλης, ἐνδηλέται ὑπὸ τῆς καθέτα σήλης AΘ· ἐὰν γὰρ ἡ ὁριζόντιος γραμμὴ Θι ὑποτεθῆ σίφων τετρημένος, τοῖς AΘ, Γι συγκεκολλημένος, ἡ κατὰ πλευρὰν πρὸς τῶ Θ ὑπὸ τῆς AΘ σήλης γινομένη καθάλιψις, ἐξήρκει ἂν πρὸς τὸ ὑψῶσαι τὸ ὑγρὸν εἰς τὸ ὕψος ιΓ = ΘA.

39. ΠΟΡΙΣΜΑ ΙΑ΄. Ὅσω πυκνοτέρα ἐσὶν ἡ AB σήλη, τοσέτω ἀναλόγως αὔξει ἡ πρὸς τῶ Θ γινομένη ὑπὸ τε AΘ αὐτῆς μέρος καθάλιψις· ἰσέται ἄρα ἡ καθάλιψις τῶ γινομένω ὑπὸ τῆς εἰρημένης (38) καθέτα, καὶ τῆς κατὰ τὸ ὑγρὸν πυκνότητος.

40. ΠΟΡΙΣΜΑ ΙΒ΄. Η᾽ ἄρα ἐν τοῖς δοχείοις ὑπὸ τῶν ὑγρῶν γινομένη καθάλιψις ἀεὶ πολλῶ ἐσι μείζων τῆς ὑπὸ τῶν σερεῶν· τὰ μὲν γὰρ σερεὰ μόνην καθαλίβει τὴν βάσιν· τὰ δὲ, πρὸς τῆ βάσει καὶ τὰς παραπλεύρας ἐπιφανείας· πᾶς φέρε κυβικὸς μολίβδα, δοχείω σερεότατα κυβικῆ ποδὸς ἔχοντι ἐντεθεὶς, μόνην τὴν βάσιν αὐτῆ καθαλίβει· χωνευθεὶς δὲ, ά. καθαλίβει τὴν βάσιν, ὅσον καὶ πρότερον· β΄. ταύτη τῆ καθαλίψει προσιθησι καὶ τὴν, ἣν ἐμποιεῖ ταῖς ἐντὸς πλευραῖς· ἄγγος ἓν ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω μηκυνόμενον, καὶ ὕδατος πληρέμενον, διαῤῥαγήσεται τὰς πλευρὰς, εἰ μὴ εἶεν ἀναλόγως τῆ ἐκ τα ὕψος καθαλίψει σεγανα· ποταμὸς δ' ἄφνω πλημμυρῶν, τὰ χείλη σφόδρα καταπιέζει, καὶ πολλάκις δὲ καὶ καταῤῥηγνύζει.

41. ΠΟΡΙΣΜΑ ΙΓ΄. Ε'ν δυσὶν ἢ πλείοσι δοχείοις, κοινωνέσιν ἀλλήλοις, τὸ ὁμογενὲς ὑγρὸν ἐπὶ τῆς αὐτῆς γίνεται ἐπιφανείας· ὅσαδή ποτε γὰρ δοχεῖα τοιαῦτα πα-

ραχαθῆναι δύνανται διὰ τῶν σιφώνων ΑΒ, ΓΔ, οτ, κτλ. (χ. 89)· ἀλλαμὴν δέδεικται τὴν ἐν ἅπασι τύτοις ἐπιφάνειαν τῦ ὑγρῦ διατάττεσθαι κατὰ τὴν ὁριζόντιον ΣΑΓΛο, ἢ κατὰ τὴν ΘιΚ, εἰ μόνον ἰσοϋψεῖς εἶεν οἱ σίφωνες, ὁποίῳ ἄν πότ' ὦσι χήματος (15)· ἄρα ἐν ἅπασι τοῖς δοχείοις τὸ ὑγρὸν ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας γίνεται· ταύτη δὲ τῇ ἀρχῇ χ' ἡ δι' ὕδατος κατασκευαζομένη χωροσάθμη (Γεωμ. 59¹, 59². Τόμ. Γ'.) ἐπερείδεται.

42. ΠΟΡΙΣΜΑ ΙΔ'. Τῦ ὑγρῦ ἐν δοχείῳ ἑνὶ, ἢ πλείοσιν, ἀλλήλων κοινωνῦσιν, ἀντιῤῥοπῦντος χ' καθημεμῦντος, εἰ μία σήλη ἄφνω κινηθείη, τῆς καταθλίψεως αὐξηθείσης, ἢ μειωθείσης, ἢ ἀνισότης τῆς καταθλίψεως μεταδοθήσεται χ' ταῖς ἄλλαις· ἄλλης γὰρ ἀνιύσης, ἄλλη κάτεισι, χ' ἀντιτρόφως, σειρᾶς ἀναλικνήσεων γινομένης ἀεὶ, ὑπελαττυμένων ἠρέμα μέχρι τῆς ἐντελῦς τάσεως· ἀεί ποτε δὲ τυτὶ τοῖς ὑγροῖς ἐπισυμβαῖνον ὁρῶμεν.

43. Ἔ"στω γὰρ δοχεῖον σύνθετον ἐκ τριῶν σιφώνων ΑΒ, ΒΔ, ΓΔ, χ' ὕδωρ ἐν αὐτῷ ἀναβαινέτω πρῶτον μέχρι τῆς ὁριζοντίᾳ Θι· ἠυξήθω δὲ ἄφνω ἡ κατάλιψις τῆς ΘΒ σήλης, ἐγχεομένυ ἔτι ὀλίγυ ὕδατος· βαρυτέρα ἓν αὕτη καθισαμένη τῆς Δι, ἀναβιβάζει ταύτην, ἡ δὲ τὴν ΒΘ ὡσαύτως· ἡ δὲ τρίτη αὕτη κινηθεῖσα ἅπαξ καὶ ἀνελθῦσα ὑπὲρ τὴν ἐπιφάνειαν, ἐφ' ἧς εἰσιν αἱ ἄλλαι, διὰ τῆς προσκτηθείσης κινήσεως κάτεισιν αὖθις, χ' ἀνωθεῖ τὰς ἄλλας δύω· αἱ δὲ αὖθις τὸ αὐτὸ ἓκ διαδοχῆς ποιῦσι τὴν τρίτην, κἀκτύτυ ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω ἀναλικνήσεις ἀναφύονται ἄπειροι, εἰ μὴ ἐτρίβοντο πρὸς ταῖς πλευραῖς τῶν σιφώνων (ἡ δὲ τριβὴ πρὸς ἀλλήλας γίνεται, ὅταν ἀμέσως ἀλλήλων ἐπιψαύωσιν αἱ ὑδατώδεις σῆλαι), χ' ἡ ἐκ. τῦ ἀέρος ἀντίσασις μὴ ἠλάττυ τὴν προσγινομένην σφίσιν

ἐν τῷ κατιέναι ταχίτητα· διὰ τὴν τριβὴν μέντοι ϗ τὴν τῦ ἀέρος ἀντίςασιν ἀεὶ ὑπελαττῦνται αἱ ἀναλικνήσεις, ἔςτ' ἂν, ἐν ᾗ ἂν δέοι, σὺν τῷ προσενθέντι ὕδατι ἐπὶ τῆς αὐτῆς ὁριζοντίε γένωνται αἱ ὑδατώδεις ςῆλαι ἐπιφανείας.

44. ΣΧΟΛΙΟΝ. Διακριτέον δὲ τὸ βάρος, τὸ αἶρον μόνην τὴν κινητὴν βάσιν δοχείε μὴ πρισματικῦ τῦ ΣΒτο (χ. 89), ἢ ΑΒΓ (χ. 90), τῦ βάρες, τῦ ὅλον τὸ δοχεῖον ἐν ἀέρι βαςάζοντος, ϗ ἂν ἐξαιροῖτο τὸ τῦ δοχείε βάρος· τὸ μὲν γὰρ βαςάσει ἀκριβῶς πρίσμα, ἢ κύλινδρον ὑσοϋψῆ τῷ δοχείῳ, ϗ τὴν αὐτὴν ἐκείνῳ βάσιν ἔχοντα· τὸ δὲ δεύτερον, τὸ ἀπόλυτον βάρος τῆς τῦ τῷ δοχείῳ ἐμπεριεχομένε ὑγρῦ ποσότητος· ὁ γὰρ ἀνέχων, τῇ μὲν τῶν χειρῶν τὸ κωνικὸν δοχεῖον ΑΒΓ, θατέρᾳ δὲ τὸ κυλινδρικὸν ΕΒΓΖ, ἄμφω ὕδατος ἔμπλεω, ἰσοϋψῆ τε ϗ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως βεβηκότα, βάρος τριπλασίε ἐν τῷ δευτέρῳ, ἢ ἐν τῷ πρώτῳ, αἰσθήσεται· ἡ γὰρ τῆς καταθλίψεως τῶν ἐν τῷ κώνῳ ςηλῶν ὑπεροχὴ, ἣ περ αἱ ςῆλαι τείνεσιν ἀνελθεῖν εἰς τὴν τῦ κώνε κορυφὴν, ἀφανίζεται ὑπὸ τῆς συνοχῆς τῆς βάσεως ϗ τῶν πλευρῶν· ἀλλ' ὅς ἂν ἆραι βελήθείη τὴν κινητὴν τῦ κώνε βάσιν, παρὰ τὴν ἀπόλυτον τῦ ὑγρῦ βαρύτητα βαςάσει ϗ τὴν τῦ ὑγρῦ ἰσχύν, καθ' ἣν τῇ βάσει ἐνισχυρίζεται διὰ τὴν ἐκ τῶν πλευρῶν ἀντίςασιν, καθ' ἣν αὐτὰς καταθλίβει, ἵν' ἀποκρῆσαν αὐτὰς, τὰς ςήλας ἰσοϋψεῖς τῇ ἐν τῷ ἄξονι τῦ κώνε ἀπεργάσηται.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Περὶ ἑτερογενῶν ὑγρῶν.

45. **ΘΕΩΡΗΜΑ.** Δύω ἑτερογενῆ ὑγρὰ ἀντιῤῥοπήσουσιν, ὅταν ὧσι τὰ ὕψη αὐτῶν ἀντιστρόφως ὡς αὐτῶν αἱ εἰδικαὶ βαρύτητες.

ΔΕΙΞΙΣ. Τὸ βεβαιότατον μέσον τῶν φυσικῶν γνώσεων, ἡ πεῖρα, ὕτως ἡμᾶς βεβαιοῖ· ἴσμεν γὰρ τὸν ὑδράργυρον δεκατετραπλασίως ὄντα τοῦ κοινοῦ ὕδατος βαρύτερον· ἀλλ' ἐὰν ληφθῇ τοῦ ΑΘΒ ὀρθοῦ σίφωνος τὸ ΒΘ = $\frac{1}{14}$ τοῦ ΑΘΒ, καὶ ἑπομένως = $\frac{1}{14}$ τοῦ ΓΔ, καὶ ὕδωρ ἐγχυθῇ τῷ ΓΔ, ἐς ὅπερ ἀνέλθοι εἰς τὸ Θ ὁ ἐν τῷ ΑΒ ὑδράργυρος, τὸ ὕδωρ ἀναβήσεται μέχρι τοῦ Γ, καὶ αἱ δύω σῆλαι ἠρεμήσουσιν· ἐνταῦθα ἄρα τὸ ὕψος τοῦ ὑδραργύρου πρὸς τὸ ὕψος τοῦ ὕδατος, ὥσπερ 1 εἰδικὴ βαρίτης τοῦ ὕδατος: 14 εἰδικὴν βαρύτητα τοῦ ὑδραργύρου.

Ἀλλὰ καὶ ἐκ τῶν προειρημένων δείκνυται· ἡ γὰρ σήλης ὑγρῷ κατάθλιψις ἴση τίθεται τῷ αὐτῆς ὕψει, ὅτι τὸ ἄθροισμά ἐσι πασῶν τῶν καταθλίψεων, ἢ βαρυτήτων, τῶν ἐκ τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ τῶν κατὰ κάθετον διὰ ὅλου τοῦ ὕψους διατεταγμένων· ὅσῳ δὲ πλείω βαρύτητα εἰδικὴν τὰ ὑγρὰ ἔχει, τοσούτῳ τὸ ὕψος ἀναλόγως, τῶν ἰσαρίθμων μορίων βραχύτερον· ἐχέτω γὰρ ἡ εἰδικὴ τοῦ ὑδραργύρου βαρύτης πρὸς τὴν τοῦ ὕδατος :: 14 : 1, τοῦτ' ἔσιν ἐν τῷ αὐτῷ ὄγκῳ ἔσω δεκατετραπλασίως ἐκεῖνος τούτου βαρύτερος· ἐντεῦθεν ἄρα δῆλον, ὅτι ὑδραργύρου μορίων ἰσαρίθμων ὕδατος μορίοις ὁ ὄγκος ἔσαι ὑποδεκαπλάσιος τοῦ τούτων· ἵν' ἄρα ἡ κάθετος σήλη τοῦ ὑδραργύρου, δι' ἧς ἐκ

τιμᾶται ἡ τῶν ὑγρῶν κατάθλιψις, τόσα βαρέων μορίων τῦ ὑδραργύρυ περιέχη, ὅσα ϗ ἡ τῦ ὕδατος, ἑκατέρων τὴν αὐτὴν ἐχυσῶν διάμετρον, ταύτην ἐκείνης ἀνάγκη δεκατετραπλάσιον ὑπάρχειν τῷ μήκει· τὰ ὕψη ἄρα τῦ ὑδραργύρυ ϗ τῦ ὕδατος, ϗ ἐν γένει τῶν ἑτερογενῶν ὑγρῶν κτλ. Ο.Ε.Δ.

46. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Αἱ πρὸς ταῖς βάσεσι τῶν ἑτερογενῶν ὑγρῶν καταθλίψεις εἰσὶν ἐν λόγῳ συνθέτῳ ἔκτε τῶν βάσεων ϗ τῶν ὑψῶν ϗ τῶν εἰδικῶν βαρυτήτων· ἐπὶ γὰρ τῶν ὁμογενῶν εἰσὶν ἐν λόγῳ συνθέτῳ τῶν βάσεων ϗ τῶν ὑψῶν (33)· ἀλλαμὴν δῆλον, ὡς εἶπερ, δυοῖν ἰσαλλήλων τά τε ὕψη ϗ τὰς βάσεις δοθέντων δοχείων, ϗ πρὸς ὀρθὰς ἱσαμένων, ἡ τῦ ἐν θατέρῳ ὑγρῦ εἰδικὴ βαρύτης εἴη διπλῆ, τριπλῆ κτ. τῆς τῦ ἐν θατέρῳ, ϗ ἡ ἐκείνυ καταθλιψις τῆς τύτυ ἔσαι διπλῆ, τριπλῆ κτλ.· ἄρα τῦ κατὰ τὰς βάσεις λόγυ, ἐπὶ τὸν τῶν ὑψῶν πολλαπλασιαθέντος, ἐπάναγκες ἐπιπολλαπλασιάσαι τὰ γινόμενα ϗ ἐπὶ τὸν λόγον τῶν εἰδικῶν βαρυτήτων· ϗ δὴ αἱ πρὸς ταῖς βάσεσι τῶν ἑτερογενῶν ὑγρῶν καταθλίψεις ἔσονται ἐν λόγῳ συνθέτῳ τῶν βάσεων, τῶν ὑψῶν, ϗ τῶν εἰδικῶν βαρυτήτων.

47. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Αἱ εἰδικαὶ βαρύτητες δυοῖν ἑτερογενῶν ὑγρῶν ἀνάλογον ἔχυσι ταῖς αὐτῶν πυκνότησι· τὸ γὰρ τὸν ὑδράργυρον ἐν τῷ αὐτῷ ὄγκῳ δεκατετραπλάσιον ἔχειν βαρύτητα εἰδικὴν τῆς τῦ ὕδατος, τ' αὐτόν ἐσιν ἐπίσης ϗ τὸ ἔχειν πυκνότητα δεκατετραπλάσιον τῆς τῦ ὕδατος· αἱ ἄρα πρὸς ταῖς βάσεσι τῶν ἑτερογενῶν ὑγρῶν καταθλίψεις εἰσὶ ϗ ἐν λόγῳ συνθέτῳ, ἔκτε τῶν ὑψῶν ϗ τῶν βάσεων, ϗ τῶν κατ' αὐτὰ πυκνοτήτων.

48. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄. Τῶν ἄρα βάσεων ἰσαλλήλων

ὑσῶν, αἱ καταβλίψεις ἔσονται ἐν λόγῳ συνθέτῳ ἔκ τε τῶν ὑψῶν καὶ τῶν πυκνοτήτων (Συμβ. Λογ. 307. Τόμ. Α΄).

49. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ΄. Δυοῖν ἑτερογενῶν ὑγρῶν ἀντιῤῥοπέντων, αἱ αὐτῶν ἐπιφάνειαι ἐδέποτε ἔσονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας.

50. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε΄. Ε'ὰν ἔκτινος αἰτίας κινηθῇ ἡ εἰδικὴ βαρύτης μιᾶς μόνης σήλης, τῆς ἐν τοῖς ὑγροῖς ἀντιῤῥοπίας παυομένης, πᾶσαι αἱ σῆλαι, ἐλεύθεροι ὖσαι, κινηθήσονται· οἷον ἡ ΑΒ σήλη, ἀντιῤῥέπᾶσα ταῖς ἄλλαις Δι, τΚ, βαρυτέρα ἑαυτῆς ἄφνω γενομένη, κἂν τὸν ὄγκον μὴ μεταβληθῇ, ἀνυψώσει τὰς σήλας Δι, τΚ, καὶ πάσας τὰς ἄλλας, ὧν ἔχει κοινωνίαν, ὡς τὸ νέον ὕψος ἑκάσης πρὸς τὸ τῆς ΑΒ ἔχειν, ὡς ἡ νέα εἰδικὴ βαρύτης τῆς ΑΒ πρὸς τὴν εἰδικὴν ἑκάσης τῶν ἄλλων βαρύτητα· ἐὰν δὲ τἐναντίον ὑπομειωθῇ τῆς ΑΒ σήλης ἡ εἰδικὴ βαρύτης, αἱ καταβλίψεις ἑκάσης τῶν λοιπῶν, ὑπερβάλλουσαι τὴν τῆς ΑΒ, εἰς ὕψος μεῖζον ἑκάσην ἀρῦσιν, αὐταὶ κατερχόμεναι εἰς ἧττον.

51. ΠΟΡΙΣΜΑ ς΄. Ε'ντεῦθεν ἄρα πολλῶν φαινομένων ἀναπηγάζει ἡ ἀνάπτυξις· κείσθω ἓν ἡμῖν ἔνια εἰς ὑπόδειγμα.

α΄. Ε"ςω τὸ ΣΒτο δοχεῖον ὕδατος περιεκτικὸν μέχρι τῆς ὁριζοντίᾳ γραμμῆς ΘιΚ, καὶ ἐπιτεθείσθω πυρί· τὸ ἓν ἔνερθεν μέρος Δ τῆς τοῦ ὕδατος σήλης Δι λίαν διαςέλλεται καὶ μανῦται ὑπὸ τῆς τοῦ πυρὸς ἐνεργείας, καὶ, ὡς εἰπεῖν, εἰς ἀτμὺς ἀναλύεται, τῶν ἄλλων σηλῶν ΘΒ, ιΚ, ἔλαττον μανυμένων· ἡ τοίνυν Δι σήλη, εἰδικῶς κυφοτέρα γινομένη τῶν ἄλλων ΘΒ, ιΚ, ἀναγκαίως ὠθυμένη ὑπὸ τῶν ἄλλων, αἴρεται ὑπερθεν τῆς ὁριζοντίᾳ ΘιΚ, τῶν ἄλλων κατερχομένων αὐτῆς ἔνερθεν· ἀλλὰ τὰ ὑπεράνω τῆς ΘιΚ

ὑψωθέντα μέρη τῆς Δι, κατὰ πλευρὰν ἥκιστα βασαζόμενα, διὰ τὴν ἰδίαν βαρύτητα καταπίπτουσιν ἐπὶ τῶν προσεχῶν οἱ σηλῶν· ἐν τούτῳ δὲ τὰ κατώτατα μέρη τῶν περὶ τὴν Δι σηλῶν ἀντικαθίστανται τῶν κατωτάτων μερῶν τῆς Δι σήλης, τῶν ἀλληλοδιαδόχως κάτωθεν ἐπὶ τὰ ἄνω ὑπὲρ τὸ ι αἱρομένων. Τὸ δὲ περὶ τῆς Δι σήλης εἰρημένον νοητέον ὡσαύτως καὶ περὶ τῶν ἄλλων σηλῶν ἑκάστης, ἧς τὸ κατώτατον μέρος μᾶλλόν τι μεμάνωται τοῦ τῆς οἱ προσεχοῦς· ἕτως ἂν συνεχῶς διαφθαρήσεται τὸ μεταξὺ διαφόρων σηλῶν ἀντίῤῥοπον· καὶ ὁρᾶν ἐξέσαι, τὰς μὲν τῶν σηλῶν ἀνιούσας, τὰς δὲ κατιούσας ἀμαιβαδόν πως, ἄνευ μέντοι μονίμης τάξεως· ἐντεῦθεν ἄρα μεγίστη ἐναποτίκτεται τῷ ὑγρῷ κίνησις, καὶ αἱ σῆλαι οὐχ' ὅπως ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας γίνονται, ἀλλ' ὥσπερ ὄρη καὶ λόφους καὶ κοιλάδας καὶ ἀνωμαλίας παντοίας χηματίζουσι· τοῦτ' ἔσιν ὧν, ἃ καλοῦμεν τῶν ὑγρῶν ἀναάζεσιν.

52. β'. Ἀνάπτω πῦρ ἐν τῇ ἐμαυτοῦ ἑστίᾳ· τέως μὲν οὖν ἡ ἐν τῷ θαλάμῳ ἀὴρ, καὶ ὁ περὶ τὸν θάλαμον, καὶ ὁ ἐν τῷ τῆς καμίνου ὀχετῷ, ὁμογενεῖς, εἴτ' οὖν ἰσόπυκνοι, ἦσαν· θερμανθέντος δὲ τοῦ περὶ τὸ πῦρ ἀέρος, ἐὰν ἡ ἐν τῇ καμίνῳ ἀερώδης σήλη ὑποτεθῇ ἡ ΔΓ, καὶ ἐκτὸς τοῦ θαλάμου σήλη ἀερώδης ἡ ΑΒ κοινωνοῦσα τῆς ΔΓ δι' ὀπῆς τινος, θυρίδος φέρε τοῦ θαλάμου, ἐπείπερ τὸ κατώτατον μέρος Δ τῆς ΔΓ σήλης λίαν ὑπὸ τοῦ πυρὸς διαθέλεται ἀραιούμενον, ἡ ΔΓ εἰδικῶς κουφοτέρα τῆς ΑΒ καθίσαται· ἡ τοίνυν ΑΒ αἴρει τὴν ΔΓ, καὶ ἐπεὶ τὰ τοῦ ΑΒΔ ῥευστοῦ μόρια ἀντικαθίστανται τῶν τῆς ΔΓ αἱρομένων συνεχῶς ἐπὶ τὸ Γ, ὅπερ ὑποτιθέμεθα κορυφὴν τοῦ τῆς καμίνου ὀχετοῦ· α'. ἔσαι ῥεῦμα συνεχὲς ἀέρος, φερόμενον διὰ τοῦ ΑΒΔΓ χωρίου· β'. ἄνεμος, μᾶλλον ἢ ἧττον παιδη-

τὸς, πνεύσει ἐν τῇ δυρίδι Β, καθ' ἣν ὁ ἐκτὸς ἀὴρ ΑΒ κοινωνεῖ τῷ ἐντὸς ΒΔΓ· γ'. ἄνθρωπος, πρὸς τῇ κορυφῇ Γ τῆς καμίνε ἑσὼς, ἀνέμε σφοδρωτέρε αἰσθήσεται πνέοντος· τὰ γὰρ μόρια, τὰ συνεχῶς ἐπὶ τὰ ἄνω κάτωθεν ἀνιόντα, ἐ μόνον ἀπεργάζονται τὴν ΓΔ σήλην κυφοτέραν τῆς ΑΒ, διὰ τῆς ἀραιώσεως, ὡς ἐν τοῖς ἐφεξῆς ὀψόμεθα, ἀλλ' ἐλασικώτερα γινόμενα ὑπὸ τῷ πυρὸς, ἰσχυρῶς σπεύδεσιν ἐξελθεῖν, ὅταν πρὸς τῇ κορυφῇ τῷ ὀχετῷ γένωνται· ὕτω πεῖρα ἡμᾶς ὁσημέραι διαβεβαιοῖ.

γ'. Α" παρατετήρηται ἐν τῷ ἀναζέοντι ὕδατι ἀεί ποτε κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἧττον ἐπισυμβαίνοντα καθορᾶται τῇ ἀτμοσφαίρᾳ· ὁ γὰρ φωσὴρ ἐκ διαδοχῆς δι' ὡρῶν τεσσάρων πρὸς ταῖς εἴκοσι, διαφόροις τῆς γῆς τόποις ἐπερειδόμενος, ἢ ἑπομένως διαφόροις τῆς ἀτμοσφαίρας τόποις, τοῖς ἐξ ἀνατολῶν πρὸς δυσμὰς κειμένοις, διαθερμαίνει ἄλλον ἐξ ἄλλε· ἡ σήλης ἄρα ἀερώδης, χώρᾳ τινὶ ἀντισοιχέσης, θερμότης ἀεὶ προχωρεῖ, πρῶτον μὲν αὔξεσα, εἶτα μειεμένη, ἐπὶ τῷ ὡρῶν 24 χρονικῷ διασήματος· ἐντεῦθεν ἄρα, α'. ἡ τῆς ἀτμοσφαίρας ἐπιφάνεια ἐδέποται κυρτὴ ἀκριβῶς εἶναι δύναται, καθὰ δὴ ἢ ἡ τῷ ἀναζέοντος ὕδατος· β'. τῶν κατὰ τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα σηλῶν ἀεὶ τῆς ἀντιῤῥοπίας ἐκπιπτεσῶν, ἀεὶ κίνησιν ἐν αὐταῖς εἰκὸς διεγείρεσθαι, ἤτοι ὅτι ἑκάση σήλη, κυφοτέρα γινομένη, ἄνεισι, ἢ τρίβει τὰς ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ κατιέσας προσεχεῖς οἱ σήλας, ἢ ὅτι ἡ κορυφὴ αὐτῆς, ὑψηλοτέρα γινομένη, ῥέει ἐπὶ τῶν προσεχῶν οἱ ταπεινοτέρων σηλῶν, τῶν ἐκείνην συνεχῶς αἱρεσῶν· ἢ τελευταῖον, ὅτι τὰ κατὰ τὰς προσεχεῖς σήλας μόρια κινῆνται εἰς τὸ καταλαχεῖν τὸν χῶραν τῶν ἀνιόντων, ὥσπερ ἀμέλει συμβαίνει τῇ ἐκτὸς ΑΒ σήλῃ, ἥτις σπεύδει ἀντικατασαθῆναι τῶν ἀνερχομέ-

νων μορίων τῆς ἐν τῇ καμίνῳ ΔΓ ςήλης, πυρὸς ἀναπτομένȣ· γ΄. ἄνεμον ἀποτελεσθῆναι εἰκὸς, εἴτ' ȣ̃ν μετάβασιν ἀέρος ἀπὸ τόπȣ εἰς τόπον, ἐν τῇ ἀτμοσφαίρα, ὥσπερ ἀποτελεῖται ἔντε τῇ Ε θυρίδι, κἀν τῇ καμίνῳ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

Περὶ τῆς ἀπὸ τῶν δοχείων, οἷς ἔνεςιν, ἐκρεύσεως τῶν ὑγρῶν.

53. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ε'ὰν δοχεῖον, ὁποιονȣ̃ν τὸ σχῆμα, τὸ ψΒτυ (σχ. 89), ὅπȣ πότ' ἂν διατρηθῇ, εἴτε ἐν τῇ βάσει κατὰ τὸ Δ, εἴτε ἐν τῇ πλευρᾷ κατὰ τὸ Κ, ἢ ο, ὅσον ἂν εἴη τὸ τῆς ὀπῆς μέγεθος, τὸ ποσὸν τῆς τȣ̃ ἐκ τῆς ὀπῆς ἐξιόντος ὑγρȣ̃ κινήσεως, ἔςαι ἀεὶ ἴσον τῷ γινομένῳ ὑπὸ τȣ̃ τῇ ὀπῇ συςοιχȣ̃ντος ὕψȣς, ϗ τῆς τȣ̃ ὑγρȣ̃ πυκνότητος, ϗ τῆς κατὰ τὴν ὀπὴν ἐπιφανείας.

ΔΕΙΞΙΣ. Η' γὰρ ἐφ' ἑκάςȣ τῶν κατὰ τὰς ἐσωτερικὰς ἐπιφανείας τȣ̃ δοχείȣ σημείων ὑπὸ τȣ̃ ὑγρȣ̃ τελȣμένη κατάθλιψις ἰσȣ̃ται τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῆς καθέτȣ τῆς ἀπὸ τῆς τȣ̃ ὑγρȣ̃ ἐπιφανείας ἐπὶ τὸ σημεῖον τȣ̃το ἀγομένης, ϗ τῆς τȣ̃ ὑγρȣ̃ πυκνότητος (39)· ἄρα δύναται ἡ κατάθλιψις αὕτη τὸ γινόμενον ὑπὸ τȣ̃ τῷ σημείῳ τȣ́τῳ ἀντιςοιχȣ̃ντος ὕψȣς, ϗ τῆς τȣ̃ ὑγρȣ̃ πυκνότητος, ϗ τȣ̃ ἀριθμȣ̃ τῶν τὴν ἐπιφάνειαν τῆς ὀπῆς συντιθέντων σημείων, εἴτ' ȣ̃ν τῆς κατὰ ὀπὴν ἐπιφανείας· ἀλλαμὴν ποσὸν κινήσεως ὑγρȣ̃, ἐξ ὀπῆς τῆς Θ ἐξιόντος, ἡ τῆς καταθλίψεως ἐςὶν ἐνέργεια, ἧπȣ δῆλον· ἄρα τὸ ποσὸν τῆς κινήσεως κτλ. Ο. Ε. Δ.

54. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Η᾽ ποσότης τῆς κινήσεως ὑγρῷ, ὃ δοχείῳ ἐκρέει, ἐν λόγῳ ἐςὶ συνθέτῳ ἐκ τῷ ὕψος τῷ τῇ ὀπῇ ἀντισοιχοῦντος, καὶ τῆς τῷ ὑγρῷ πυκνότητος, καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς ὀπῆς· ἔςι γὰρ, ὡς τὸ γινόμενον ὑπὸ τέτων τῶν τριῶν ποιητῶν (Συμβ. Λογ. 291. Τόμ. Α΄.).

55. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Ε᾽ἀν μὲν τὰ ὕψη καὶ αἱ πυκνότητες ὦσιν αἱ αὐταὶ, αἱ ποσότητες τῶν κινήσεων ἔσονται ὡς αἱ ὀπαί· ἐὰν δὲ τὰ ὕψη καὶ αἱ ὀπαὶ, ὡς αἱ πυκνότητες· ἐὰν δὲ αἱ ὀπαὶ καὶ αἱ πυκνότητες, ὡς τὰ ὕψη· δύο γὰρ ἐκ τριῶν ποιητῶν γινόμενα, ἐὰν, πλὴν ἑνὸς, ἰσάλληλοι ὦσιν οἱ ποιηταὶ, εἰσὶν ὡς οἱ ἄνισοι ποιηταί· καὶ γὰρ ααδ : ααβ : : δ : β (Συμβ. Λογ. 233, 307. Τόμ. Α΄.).

56. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄. Ε᾽ἀν τὰ δοχεῖα ἀκριβῶς ὦσι πεπληρωμένα ὁμογενοῦς ὑγροῦ, ἡ ποσότης τοῦ ἐκρέοντος, ἐν λόγῳ ἐςὶ συνθέτῳ ἐκ τοῦ τῶν ὀπῶν, καὶ τοῦ ὑποδιπλασίονος τῶν ὑψῶν, καὶ τοῦ τῶν χρόνων.

α΄. Η᾽ ποσότης τοῦ ἐκρέοντος ὑγροῦ ἔσιν ὡς ἡ ὀπή· τὸ γὰρ ὑγρὸν ἐκ ἐκρέει τάχιον δι᾽ ὀπῆς μείζονος, ἢ δι᾽ ἐλάττονος, ὅτι ἡ ταχυτὴς ἑκάςε τῶν ἐκ τῆς ὀπῆς ἐξιόντων μορίων ἀποτέλεσμά ἐςι τῆς τῇ ὀπῇ ἐπιδρωμένης καταψήλψεως· ὅσῳ ἄρα μείζων ἡ ὀπὴ, τοσέτῳ ἀναλόγως ἐκρέυσι μόρια πλείω ὑδατώδη· τῶν ἄλλων δ᾽ ἓν τῶν αὐτῶν μενόντων, τὰ ἐκδιαφόρων ὀπῶν ἐκρέοντα τῶν ὑγρῶν ποσὰ ἔσονται ὡς αἱ ὀπαί.

β΄. Τὰ ποσὰ τῶν ἐν διαφόροις ὕψεσιν ἐκρεόντων ὑγρῶν, τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μενόντων, ἐν ὑποδιπλασίονι εἰσὶ λόγῳ τῶν ὑψῶν· εἴδομεν γὰρ, ὅτι τὸ ποσὸν τῆς κινήσεως ὑγροῦ, ἐκρέοντος ὀπῆς δεδομένης, ἀνάλογον εἴη τοῖς ὕψεσι (53)· ἐντεῦθεν ἄρα τὸ ποσὸν τοῦ ὑγροῦ ἀναγκαίως ἔςαι ἀνάλογον, τοῖς μὲν ὕψεσιν ἐχὶ, ταῖς δὲ

τοι τετραγωνικαῖς τῶν ὑψῶν ῥίζαις· πάνυ εἰκότως· καὶ γὰρ τὸ ποσὸν τῆς τῦ ὑγρῦ κινήσεως γίνεται ὑπὸ τῆς μάζης, εἴτ' ἓν τῆς ποσότητος τῦ ἐκρέοντος ὑγρῦ, ϗ τῆς αὐτῦ ταχυτῆτος· τὸ ἄρα ποσὸν τῦ ἐκρέοντος ὑγρῦ ἐκ ἔσιν ὡς ἡ ποσότης τῆς κινήσεως, ἀλλ' ἑπομένως ὡς ἡ κατάθλιψις, ἢ τὸ ὕψος τῆς ϛήλης, ἀλλ' ὡς τὸ πηλίκον, τὸ προϊὸν διαιρέσει τῦ τῆς κινήσεως ποσῦ διὰ τῆς ταχυτῆτος (Ἀριθμ. 108)· α΄. ἄρα ἀδὲν ξένον, εἰ τὸ ποσὸν τῦ ἐκρέοντος ὑγρῦ μὴ εἴη ἀνάλογον τοῖς ὕψεσι· β΄. ἀριθμὸς ὁ ἐμφαίνων τὴν τῦ ἐν χρόνῳ δεδομένῳ ἐξ ὁπῆς τῆς αὐτῆς ἐκρέοντος ὑγρῦ ποσότητα, ϗ τὴν αὐτῦ ταχύτητα, ἔσαι ῥίζα τῦ ὕψος τετραγωνική· ἔϛω γὰρ τὸ ὕψος 4ρβ = Θβ· ἡ τοίνυν ποσότης τῆς κινήσεως τῦ τῆς β ὁπῆς ἐξιόντος ὑγρῦ κατὰ τὴν βρ κατάθλιψιν τετραπλάσιος ἔσαι, προαγομένης ὑπὸ τῆς Θβ καταθλίψεως· φημὶ δ' ἓν, ὅτι ἡ τῦ τῆς β ὁπῆς ἐκρεύσοντος ὑγρῦ ποσότης ἔσαι διπλασία, ὡσαύτως δὲ ϗ ἡ ταχυτὴς αὐτῦ διπλασία, ἑκατέρα τε ὡς ἡ τετραγωνικὴ τῦ 4 ῥίζα· ἐὰν γὰρ ἡ κατάθλιψις Θβ ἐξάγῃ διὰ τῆς β ὁπῆς λίτραν φέρε ὕδατος μίαν ἐν ἑνὶ λεπτῷ δευτέρῳ, ἵνα ἡ ρβ κατάθλιψις ἐξαγάγῃ δύω λίτρας ἐν ἑνὶ λεπτῷ δευτέρῳ, ἀνάγκη τὰς δύω ταύτας λίτρας τῆς ὁπῆς ἐκρεῦσαι τὴν ἑτέραν μετὰ τὴν ἑτέραν· ἀλλαμὴν λίτρας δύω τῆς αὐτῆς ὁπῆς ἐκρεῦσαι τὴν ἑτέραν μετὰ τὴν ἑτέραν ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ, ἐν ᾧ ϗ λίτρα μία, ἀδύνατον, εἰ μὴ ἔχοιεν ταχύτητα διπλασίαν τῆς, ἣν ἔχει λίτρα μία· ϗ λίτραι δύω, πολλαπλασιαζόμεναι ἐπὶ ταχύτητα διπλασίαν, παρέχεσι ποσότητα τραπλασίαν τῆς, ἣν παρέχει λίτρα μία, πολλαπλασιαζομένη ἐπὶ ταχύτητα ὑποδιπλασίαν, εἴτ' ἓν 1· δῆλον ἄρα ὅτι ὁ ἀριθμὸς 2, ὁ τῆς ποσότητος τῦ ὑγρῦ ἐκφαντορικὸς,

καὶ ὁ 2, ὁ τῆς ταχυτῆτος, τετραγωνικαί εἰσι ῥίζαι τοῦ ὕψους 4.

Ε'φόδῳ δὲ ὁμοίᾳ συλλογισμῷ πεισόμεθα, ὡς εἴπερ εἴη βρ=ρΘβ, τὸ ποσὸν τοῦ τῆς β ὀπῆς ἐκρεύσοντος ὑγροῦ ἐν δεδομένῳ χρόνῳ κατὰ τὴν κατάθλιψιν βρ, ἔσαι τριπλάσιον τοῦ ἐκρέοντος τῆς αὐτῆς ὀπῆς β ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ κατὰ τὴν κατάθλιψιν Θβ· εἰ γὰρ ἐκρεύσειεν ἂν τῆς β ὀπῆς ὕδωρ λιτρῶν τριῶν ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ, ἐν ᾧ ἐκρέει καὶ μία μόνη, εἰ μὴ ἑκάστη τῶν τριῶν λιτρῶν βαίνοι ταχυτῆτι τριπλασίᾳ τῆς, ἥπερ ἐξέῤῥευσεν ἡ μία· ὅθεν δῆλον, ὅτι ἥτε ποσότης τοῦ ὑγροῦ καὶ ἡ ταχυτὴς εἰσὶν ὡς ἡ τοῦ ὕψους τετραγωνικὴ ῥίζα· ὡσαύτως δὲ δείκνυται καὶ περὶ ἄλλων ὑψῶν, ἐχόντων πρὸς ἄλληλα τὸν τυχόντα λόγον· τοῦτ' ἔσιν ἐν γένει, ἡ ποσότης τοῦ ὀπῆς τινος ἐκρέοντος ὑγροῦ, τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μενόντων, ἔσιν ὡς ἡ τετραγωνικὴ ῥίζα τῶν ὑψῶν.

Ε'ὰν ἄρα δοχεῖον τὸ ρΒΔξ, ἀεὶ πλῆρες ὑγροῦ, τετρημένον ἢ ἐν διαφόροις ὕψεσι Βρ, Θρ, Αρ, ἦσι πρὸς ἄλληλα, ὡς οἱ ἀριθμοὶ 9, 4, 1, ὡς εἶναι ρΘ = 4Αρ, καὶ ρΒ = 9Αρ, τῶν ὀπῶν ἰσαλλήλων ὑποτιθεμένων, εἴπερ ἐκ τῆς ὀπῆς Α λίτρα ὕδατος ἐκρεύσειε, ἐκ μὲν τῆς Θ ἐκρεύσουσι δύω, ἐκ δὲ τῆς Β τρεῖς.

γ'. Η' ποσότης τοῦ ἐκρέοντος ὑγροῦ ἔσι, τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μενόντων, ὡς οἱ χρόνοι· εἰ γὰρ τὸ δοχεῖον ρΒΔξ ἀεὶ πλῆρες ὑποτεθῇ, εἴπερ ἐν ἑνὶ λεπτῷ ἐκρεύσει τῆς ὀπῆς Θ ὕδωρ λιτρῶν 10, ἐν μὲν δυσὶν ἐκρεύσει 20, ἐν δὲ τρισὶ, 30, κτλ.

Ε'κ τούτων ἄρα καταφανὲς, ὅτι αἱ ποσότητες τῶν ἐκρεόντων ὁμογενῶν ὑγρῶν ἐκ διαφόρων δοχείων, ἀκριβῶς πεπληρωμένων, ἐν λόγῳ εἰσὶ συνθέτῳ ἐκ τοῦ τῶν ὀπῶν,

καὶ τῆ ὑποδιπλασίονος τῶν ὑψῶν, εἴτ' ἓν τῆ τῶν κατὰ τὰ ὕψη τετραγωνικῶν ῥιζῶν, καὶ τῆ τῶν χρόνων.

57. Ῥᾶσα ἐντεῦθεν συνάγεται ὅ,τι χρὴ ποιεῖν, ἵνα τῶν τεσσάρων τούτων· α'. τῶν ὀπῶν, β'. τῶν ὑψῶν, καὶ ἑπομένως τῶν κατ' αὐτὰ τετραγωνικῶν ῥιζῶν, γ'. τῶν χρόνων, δ'. τῆς ποσότητος τῆ ἐκρέοντος ὕδατος, τριῶν δοθέντων, εὕρωμεν τὸ τέταρτον.

Ἔστωσαν ἓν δοχεῖα δύω ΨΒΡξ, ΔΚρ, ἀεὶ πλήρη ὑγρᾶ ὁμογενοῦς, ὕδατος φέρε, καὶ ἔστω ἡ ἐν τῷ Β ὀπὴ διπλασία τῆς ἐν τῷ τ, καὶ τὸ ὕψος ρΒ ἑνκαιδεκαπλάσιον τοῦ ὕψους ιΔ, καὶ ἐν μὲν τῷ Β ὑποτεθήτω δεξαμενὴ ἐν τρισὶ λεπτοῖς, ἐν δὲ τῷ τ ὑποτεθήτω ἑτέρα ἐν ἑνὶ μόνῳ λεπτῷ· ἐὰν ἓν τὸ ἐν τῇ τ ὀπῇ δέξηται δέκα λιτρῶν ὕδωρ, συναχθήσεται, ὅτι ἡ ἐν τῇ Β ἐν τρισὶ λεπτοῖς δέξεται $10 \times 2 \times \sqrt{16} \times 3 = 140$ λίτραις.

58. ΠΟΡΙΣΜΑ. Αἱ ταχύτητες τῶν δι' ὀπῆς τινος ἐκρεόντων ὁμογενῶν ὑγρῶν εἰσὶν ὡς αἱ τετραγωνικαὶ τῶν ὑψῶν ῥίζαι· εἴδομεν γὰρ, ὅτι ἐξ ἴσων ὑψῶν ἡ ἑκάστου τῶν σημείου ἑκάστου τῆς ὀπῆς ἐκρεόντων ὑγρῶν μορίων εἴη ἡ αὐτὴ, κἂν μικρὰ, κἂν μεγάλη ἡ ὀπὴ γένηται· καὶ ἐν γενει δέδεικται, ὅτι τὸ ποσὸν τοῦ ἐκρέοντος ὑγροῦ ἐκ τῶν αὐτῶν ὑψῶν ἐν λόγῳ εἴη συνθέτῳ τοῦ τῶν ὀπῶν καὶ τοῦ τῶν χρόνων (56)· ὅπερ οὐκ ἂν εἶχε γίνεσθαι, εἰ μὴ ταχυτὴς εἴη ἡ αὐτὴ ἔντε διαφόροις χρόνοις, καὶ ἐν διαφερούσαις ὀπαῖς· οὐδὲν ἄρα, ἀλλ' ἢ μόνα τὰ διαφέροντα ὕψη ποικίλλεται τὴν ταχύτητα τῶν ἐκρεόντων ὁμογενῶν ὑγρῶν· ἀλλαμὴν αἱ ἐκ διαφόρων ὑψῶν ταχύτητες τῶν ἐκρεόντων ὁμογενῶν ὑγρῶν, καὶ δὴ καὶ αἱ ποσότητες αὐτῶν, εἰσὶν ὡς αἱ τετραγωνικαὶ ῥίζαι τῶν ὑψῶν (56. β'.)· ἄρα κτλ.

Ἐὰν ἓν παραβολὴ γραφῆ ἡ ΕΙΘ (χ. 91), ἔχουσα

ἄξονα μὲν τὸν τῦ δοχείυ ΖΕ, κορυφὴν δὲ τὴν ὀπὴν Ε, αἵ τε ταχυτῆτες, ϗ τὰ ποσὰ τῦ ἐκρέοντος ὑγρῦ ἀφ' ὑψῶν τῶν ΖΕ, ΚΕ, ΗΕ, κτλ. δηλωθήσονται ὑπὸ τῶν τῆς παραβολῆς τεταγμένων ΖΘ, ΚΛ, ΗΙ· ϗ ἡ ἄρα ΕΖ : ΕΚ :: ΖΘ^2 : ΚΛ^2 (Υ΄ψ. Γεωμ. 14. Τόμ. Γ΄.)· ὅθεν √ΕΖ : √ΕΚ :: ΖΘ : ΚΛ· ἀλλὰ √ΕΖ : √ΕΚ :: Τ : τ :: Π : π (τῶν Τ, τ, ϗ Π, π τὰς ταχύτητας ἐμφαινόντων ϗ τὰ ὑγρὰ τῦ ἐκρέοντος ὑγρῦ) (56. β΄.)· ἄρα Τ : τ :: Π : π :: ΖΘ : ΗΙ.

59. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἐν τοῖς ἐς δεῦρο εἰρημένοις ἡ τῶν ὑγρῶν κατάθλιψις ὡς αἰτία ἐξείληπται, ἐπ' εὐθείας διαφόροις σημείοις τῶν δοχείων ἐπιδρῶσα· ἀλλὰ πολλὰ γάρ εἰσι ϗ ἄλλα, ἃ ποικίλλει ἐν τῇ πράξει τὴν ἀποδεδομένην ἡμῖν θεωρίαν.

α΄. Ὑποτέθειται γὰρ τὰ ἐκ διαφόρων ὀπῆς σημείων ἐκρέοντα μόρια, ϗ τὰ κατὰ πλευρὰν, τάχει τῷ αὐτῷ ἐξιέναι· ἀλλ' ἐδέποτε ἀκριβῶς ἀληθεύει τῦτο λεγόμενον, ϗ τοσῦτῳ ἧττον, ὅσῳ μείζων ἐστὶν ἡ ὀπή· κείσθω γὰρ πρὸς σαφήνειαν τρία μόρια, ἐκρέοντα διὰ τῆς κατὰ κάθετον διαμέτρυ ὀπῆς, κατὰ τὴν πλευρὰν τῦ δοχείυ ὕσης· ταῦτα τοίνυν ἀντισοιχήσει τρισὶ διαφέρυσιν ὕψεσι· ϗ τὸ μὲν ἔσχατον τάχιον, ἢ ἄλλα δύω, χωρήσει, τὸ δὲ μέσον μέσως· ϗ τὸ μὲν ἔσχατον μόριον, τάχιον ἢ τὸ μέσον χωρῦν, ἐπιβραδυνθήσεται ὑπὸ τῦ μέσυ, πρὸς ἐκεῖνυ τριβόμενον· τὸ δὲ μέσον κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον ὑπὸ τῦ πρώτυ· ἡ ἄρα ταχύτης, ϗ ἑπομένως ἡ ποσότης τῦ ἐκρεύσαντος ὑγρῦ, ἀναγκαίως ἐλάττων ἔσαι τῆς, ἥτις ἂν ἐξέῤῥευσε κατὰ τὴν προεκτεθεῖσαν θεωρίαν.

β΄. Αἱ κατιῦσαι σῆλαι τριβονται ὑπὸ τῶν σφίσι προσεχῶν· ὅπερ ἐπιβραδύνει αὐταῖς τὸ τάχος κατὰ τὸ μᾶλ-

λον ϗ ἧττον, ὡς ἂν ἧττον ἢ μᾶλλον ἔχοι σφαιροειδῶς τὰ τῦ ὑγρῦ μόρια.

γ΄. Τὰ τῆς ὀπῆς ἐξιόντα μόρια τριβὴν ὑπομένει ἐκ τῶν τῆς ὀπῆς ἐπιφανειῶν· α΄. ἄρα τὰ πρὸς τῇ περιφερείᾳ τῆς ὀπῆς ἐξιόντα, βραδύτερον, ἢ τὰ διὰ τῦ κέντρυ, ἐξέρχεται· β΄. ἡ ποσότης τῦ ἐκρέοντος ὑγρῦ, ϗ δὴ ϗ ἡ αὐτῦ ταχύτης, ἐλάττω καθίσανται, ἢ ὡς ἀποδέδεικται ἐν τῇ προεκτεθειμένῃ θεωρίᾳ.

δ΄. Τοῖς ἐσῶσι μορίοις ἐφελκυόμενα τὰ ἐκρέοντα, βραδύτερά τε καθίσαται, ϗ ἐλάττω τῇ ποσότητι ἐξίασι.

ε΄. Αἱ κατὰ πλευρὰν σῆλαι, πλαγίως καταβλίβσαι τὰ ἐξιόντα μόρια, δυσὶν αὐτῶν ἐκ τῶν κατὰ διάμετρον σημείων τῆς ὀπῆς ἐξιῦσι παρέχονται φορὰς συγκλινέσας· ὅθεν α΄. αἱ φοραὶ ἀλλήλας μετὰ διάσημά τι ὡρισμένον διατέμνυσι· β΄. τὸ σερεὸν, τὸ ὑφ' ὅλης τῆς ποσότητος τῦ ὀπῆς κυκλικῆς ἐκρέοντος ὑγρῦ συνισάμενον, ὃκ ἔσι κύλινδρος, ἀλλά πυ ὑφίσαται πίεσιν· ὁ δὲ μέγας Νεύτων διὰ πειραμάτων εὗρατο τὴν πεπιεσμένην ταύτην διάμετρον λόγον ἔχυσαν πρὸς τὴν τῆς ὀπῆς, ἐγγύς πυ :: $5\frac{1}{2} : 6\frac{1}{2}$, ϗ τὸ ποσὸν τῦ ἐκρέοντος ὑγρῦ ἐκτιμᾶσθαι δεῖν ἐκ τῆς πεπιεσμένης ταύτης διαμέτρυ, ϗ τῦ μήκυς τῆς καθέτυ, τῆς ἀπὸ τῆς τῦ ὑγρῦ ἐπιφανείας ἀρχομένης, ϗ τελευτώσης εἰς τὴν εἰρημένην διάμετρον.

6ο. ΣΧΟΛΙΟΝ. Τὸ ἄσατον τῶν ἀποτελεσμάτων τύτων ὁ Μαριότος συνιδὼν, πειράματα πολλὰ ἐκτελέσαι, ϗ πίνακα αὐτῶν ἐκθέσθαι, ἀνεβάλετο· ἀλλὰ γὰρ τῦ σωλῆνος πρανῦς ὄντος, ἢ μακροτέρυ, ἢ γωνιώδυς, πλατυτέρυ, ἢ σενωτέρυ, ἡ τῦ ὕδατος ταχύτης, ϗ ἑπομένως ἡ ποσότης αὐτῦ, ἐλάττω ἐγίνετο, ἢ ὥσε βασάσαι δύνασθαι τὸν Μαριότειον Πίνακα· ὅσῳ μὲν γὰρ ἐπιμηκέσερος,

ϗ σενώτερος ὁ σωλὴν, τοσούτῳ μᾶλλον ἐπιβραδύνει ἡ τριβὴ τὸ ὑγρὸν (Φυσ. 389)· γωνιώδες δ' ὄντος τοῦ σωλῆνος, τὸ ὕδωρ, προσαράσσον ταῖς γωνίαις, ἀπόλλυσί τι τῆς ἑαυτοῦ κινήσεως· τὰ δὲ ἀερώδη μόρια, τὰ τῷ ὕδατι συναναμεμιγμένα, ἀγειρόμενα κατὰ βραχὺ ἐν τοῖς γωνιώδεσι χωρίοις, ϗ διὰ τὸ ἐλασικὸν ἀντεφαλλόμενα τῷ ὕδατι, σενοῦσιν αὐτοῦ τὴν ἔξοδον, πολλάκις δὲ ϗ ἐπιπωματίζουσιν ὅλως τὸν σωλῆνα, εἴπερ εἴη λίαν σενός. Ὁ δὲ Κούπλετος ἐπὶ τῶν ὑδραγωγῶν τῆς Βερσαϊλλίας χαρίεντα διέπραξε πειράματα, ὧν ἡμῖν ἀναμνησέον εἶναι ἐνίων ἔδοξεν, ἵνα φανείη, ὅσον αἱ ἤδη εἰρημέναι αἰτίαι τῆς γενικῆς θεωρίας ἀποτέμνουσαι, τὴν τῶν ὑγρῶν ἐλαττοῦσι κίνησιν.

Διὰ σιδηροῦ σωλῆνος, διάμετρον μὲν ἔχοντος = 4 δακτύλοις, μῆκος δὲ = 1800 ποσὶ, ϗ πολλαχοῦ κεκαμπυλωμένου, τοῦ δὲ ὕδατος ὑπὲρ τὴν ὀπὴν τοῦ σωλῆνος εἰς ὕψος 9 δακτύλων ἐν τῷ δοχείῳ ἀναβαίνοντος, δάκτυλοι κυβικοὶ δύω ϗ γραμμαὶ τρεῖς ϗ ἐξήκοντα ὕδατος ἐξέρρεον ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ, ἐν ᾧ, τοῦ σωλῆνος μικροῦ ϗ εὐθέος ὄντος κατὰ τὸν Μαριότειον πίνακα, ἔρρευσεν ἂν ὕδωρ ἐνὸς ϗ ἐξήκοντα κυβικῶν δακτύλων, ὅ ἐσι, τριακονταπλάσιον. Δι' ἑτέρου αὖθις σωλῆνος, διάμετρον μὲν ἔχοντος ἴσην πέντε δακτύλοις, μῆκος δὲ = 7014 ποσὶ, τοῦ ὕδατος ἐν τῷ δοχείῳ ὑπὲρ τὴν ὀπὴν αἰρομένου εἰς ὕψος = 25 δακτύλοις, ἐξέρρευσεν ὕδωρ 9 δακτύλων κυβικῶν ϗ 115 γραμμῶν ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ, ἐν ᾧ ὁ Μαριότειος πίναξ ἐξῆγε δακτύλους κυβικοὺς 160, τοῦτ' ἔσιν ὕδωρ ἑκκαιδεκαπλάσιον.

Τελευταῖον δὲ παρετήρησεν, ὅτι διὰ μολιβδίνου σωλῆνος, ἔχοντος διάμετρον μὲν = 8 δακτύλοις, μῆκος δὲ

= 11400 ποσὶ, πολλαχῆ μέντοι κεκαμπυλωμένη, τὸ ὕδωρ ἐκρεῦσαι δ' δύναται, ὅτι μὴ δι' ἡμερῶν 10· ἕ δὴ τὸν ἀέρα ἠτιάσατο, ἐμβάλλοντα τοῖς γωνιώδεσι χωρίοις, καὶ τὴν τῆ ὕδατος κίνησιν δι' ὀλίγον ἐπικωλύοντα· διὸ δὴ ἐν ταῖς καμπαῖς τῶν ὑδραγωγῶν ἐπισόμιόν τι ὑπανεῳγμένον οἱ Μηχανικοὶ κατασκευάζουσιν, ἵν' ἐκεῖθεν ἐξίῃ ὁ συναγειρόμενος ἀήρ.

61. ΘΕΩΡΗΜΑ. Τὰ μήκη τῆ κρουνῆ, τῆ ῥέοντος ἐκ τῆς ὀπῆς Δ τῆ σωλῆνος ΚΔ, τῆ πλαγίᾳ ἢ παραλλήλῳ πρὸς τὸν ὁρίζοντα, ἐν ὑποδιπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὑψῶν τῆ ἐν τῷ δοχείῳ ῥευστῆ (χ. 92).

ΔΕΙΞΙΣ. Μενέτω γὰρ πλῆρες τὸ δοχεῖον ΖΑ, προσιθεμένη ἀμέλει ὑγρῆ, ὅσον ἐκρεῖ τῆς ὀπῆς· καὶ ὁ κρουνὸς, κινούμενος ὑπὸ τῆ ἐν τῷ δοχείῳ ὑγρῆ, τῆ ὕψος ἔχοντος τὸ ΘΑ, ἐκτεινέσθω μέχρι τῆ Σ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τῆ Δ ἡ ΔΙ πρὸς ὀρθὰς τῇ τῆ σωλῆνος πλευρᾷ ΚΔ, καὶ εἰλήφθω ἡ μὲν ΔΙ = ΑΘ, ἡ δὲ Δδ = ΑΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΣΙ, ᾗ ἤχθω παράλληλος ἡ δε, τέμνουσα τὸν κρουνὸν κατὰ τὸ ε, καὶ πεπληρώσθω τὰ παραλληλόγραμμα ΙΦ, δΕ· ἐπεὶ ἓν τὸ ὑγρὸν δισσαῖς κινεῖται δυνάμεσι, τῇ καταθλίψει τῆ ὑγρῆ, καὶ τῇ ἰδίᾳ βαρύτητι, ὧν ἡ μὲν αὐτὸ κινεῖ ἰσομερῶς (πεπληρωμένον γὰρ μένει τὸ δοχεῖον), ἡ δὲ ἰσοταχῶς, παραβολὴν καταγράφει, τὴν ἐμφαινομένην τῷ ΔΣ κρουνῷ (Φυσικ. 230)· ἄρα ΙΣ² : δε² :: ΔΙ : Δδ (Γ'ψ. Γεωμ. 14. Τόμ. Γ'.)· ἀλλὰ ΔΙ = ΑΘ, καὶ Δδ = ΑΒ· ἄρα ΙΣ² : δε² :: ΑΘ : ΑΒ· καὶ ΙΣ : δε :: √ΑΘ : √ΑΒ· ἀλλ' αἱ ΙΣ, δε τὰ μήκη τῆ κρουνῆ ἐμφαίνουσιν· ἄρα κτλ. Ο. Ε. Δ.

62. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐὰν ἄρα δυοῖν σκευῶν, τῆ αὐτῆ πεπληρωμένων ὑγρῆ, τὸ μὲν ὕψος ἔχῃ ποδῶν 16, θά-

τερον δὲ, 4, σωλήνων ἰσαλλήλων ἑκάτέρῳ ὑποτιθεμένων, τὸ μῆκος τῆ κατὰ τὸ πρῶτον κρουνῆ διπλάσιον ἔσαι τῆ κατὰ τὸ δεύτερον· ἀλλὰ γὰρ τῶν δοχείων κατὰ βραχὺ ἐποκενουμένων, ϗ τῶν καταθλίψεων συνεχῶς ἀπομειουμένων διὰ τὴν ὕψος ἐλάττωσιν, οἱ μὲν κρουνοὶ εἰς τὸ εὐθὲς ἐκ τῆ καμπύλου ἀποκλίνουσι· τὰ δὲ μήκη αὐτῶν ἐνδελεχῶς συσέλλεται.

63. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἐν τοῖς ἀποκενουμένοις ἐκ τῆς τῆ ὑγρῆ ἀπορρεύσεως δοχείοις, τὰ ποσὰ τῆ ῥέοντος ὑγρῆ ἐν τοῖς ἀλληλοδιαδόχοις χρόνοις ἀπομειῶνται κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν πρόοδον ÷ 9.7.5.3.1.

ΔΕΙΞΙΣ. Δέδεικται γὰρ ά. ὅτι αἱ ταχύτητες ἴσαι εἶεν τοῖς τῆ ἐκ διαφόρων ὑψῶν ἐκρέοντος ὑγρῆ ποσοῖς (56. β'.)· δυνατὸν ἄρα ἀντικατασῆσαι τὰς ταχύτητας τῶν τῆ ὑγρῆ ποσοτήτων· β'. αἱ τοῖς ὕψεσιν ἀντισοιχῆσαι ταχύτητες ἀνάλογον ἔχουσι ταῖς τετραγωνικαῖς αὐτῶν ῥίζαις (αὐτ.)· τὰ δὲ διάφορα ὕψη εἰσὶ τὰ διανυόμενα διασήματα· ἀλλαμὴν αἱ ταχύτητες, ἀνάλογον ἔχουσαι τοῖς διανυομένοις χωρίοις, ἀπομειῶνται, ἐν κινήσει ἰσοβραδεῖ, κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν πρόοδον ÷ 9.7.5.3.1 (Φυσ. 157)· ἄρα αἱ ἀλληλοδιάδοχοι ταχύτητες τῆ ἐκ δοχείῳ ἀποκενουμένῳ ἐκρέοντος ὑγρῆ ἐν ἀλληλοδιαδόχοις χρόνοις ἀπομειῶνται κατὰ ταύτην τὴν πρόοδον· ὡσαύτως ἄρα ἀπομειῶνται ϗ αἱ ἀλληλοδιάδοχοι ποσότητες τῆ ἐκρέοντος ὑγρῆ. Ο. Ε. Δ.

64. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐντεῦθεν ἄρα τοῖς πάλαι ἡ τῆς κλεψύδρας μεμηχάνηται κατασκευή· εἰλήφθω γὰρ κυλινδρικὸν δοχεῖον τὸ ΑΒΓΔ, ὅπερ ὅλον ἀποκενῆται τῆ ὕδατος ἐν 12 ὥραις· ϗ τετμήσθω τὸ ὕψος ΑΒ εἰς μόρια ἰσάλληλα 144, ὅς ἐσιν ἀριθμὸς τετράγωνος ἀπὸ τῆ

12 ἀριθμῷ τῷ χρόνῳ· εἰ μὲν ἦν ἡ κίνησις ἐπεταχύνετο, τὰ διανυόμενα διαςήματα ἐν ἑκάςῃ τῶν ἀλληλοδιαδόχων ὡρῶν ἐδηλοῦντ' ἂν ὑπὸ τῆς ἀριθμητικῆς προόδου ÷ 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23· ἐπεὶ μέντοι ἡ τῶν ςηλῶν καταθλιψις συνεχῶς ἀπομειοῦται, ἡ πρόοδος μειωθήσεται· ὁ ἄρα δωδέκατος ὅρος 23 (Συμβ. Λογ. 210. Τόμ. Α΄.) ἐμφαίνει, ὅτι τὸ ἐν τῇ πρώτῃ ὥρᾳ διανυόμενον χωρίον, ἢ τὸ μέρος τοῦ κυλίνδρου τὸ κενωθὲν, ἔςι $\frac{23}{144}$ τοῦ κατὰ τὸ δοχεῖον ὕψος AB· γεγράφθω ἄρα ἡ πρώτη ὥρα ἐπὶ τῆς 23 κατατομῆς· ὁ ἑνδέκατος ὅρος 21 τῆς προόδου ἐμφαίνει, ὅτι ἐξέῤῥευσε τὸ $\frac{21}{144}$ τοῦ ὅλου ὑγροῦ, καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὕδατος κατήχθη εἰς τὸ $\frac{21}{144}$ τοῦ AB ὕψους· ἐγχαράχθων ἦν ἐπὶ τῆς κατατομῆς 23 + 21 = 44 αἱ 2 ὧραι· διὰ δὲ τὸν αὐτὸν λόγον ἐγχαραχθήτωσαν ὧραι 3 ἐπὶ τῆς 63 κατατομῆς, καὶ 4 ἐπὶ τῆς 80, καὶ ἐφεξῆς ὡσαύτως· τελευταῖον δὲ ἐπὶ τῆς 144 ἐγχαραχθήσεται ἡ δωδεκάτη ὥρα (*).

65. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἐν δοχείοις κυλινδρικοῖς ἀποκενουμένοις οἱ τῶν ἀποκενώσεων χρόνοι ὑγρῶν ὁμογενῶν λόγον πρὸς ἀλλήλας ἔχουσι σύνθετον ἔκτε τοῦ ἀντιςρόφου τῶν ὀπῶν, καὶ τοῦ ὀρθοῦ τῶν βάσεων, καὶ τοῦ τῶν κατὰ τὰ ὕψη τετραγωνικῶν ῥιζῶν.

ΔΕΙΞΙΣ. ά. Οἱ τῶν ἀποκενώσεων χρόνοι ἀντιπε-

(*) Κλεψύδρα δὲ ἤκουσεν ὡς κρύπτουσα, καὶ οἱονεὶ κλέπτουσα, τὸν χρόνον τῆς ἀποκενώσεως· ὁ γὰρ ἰδὼν, ὅτι μετὰ τὴν πρώτην ὥραν ἀπεκενώθησαν 23 κατατομαὶ, ἡγεῖται καὶ μεθ' ἑκάςην τῶν ἑξῆς 23 κενωθήσεσθαι, καὶ μεθ' ὥρας 6 λεπ. 15 καὶ λεπ. δευτ. πεδόντι 39 ὅλον ἐκρεύσειν τὸ μετὰ 12 ὥρας ἀποκενωθησόμενον.

πονθότως εἰσὶν ὡς αἱ ὀπαί· ἰσαλλήλων γὰρ ὑποτιθεμένων τῶν τε ὑψῶν καὶ τῶν βάσεων τῶν κατὰ τὲς κυλίνδρες, τὰ ποσὰ τᾶ ἐκρέοντος ὑγρᾶ ἔσονται ὡς αἱ ὀπαὶ (56. ά.)· ἐκρεύσει ἄρα ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ δὶ ὁπῆς διπλῆς, τριπλῆς, τετραπλῆς κτλ., ποσὸν ὑγρᾶ διπλᾶν, τριπλᾶν, τετραπλᾶν, κτλ.· ἄρα τὸ ὅλον ὑγρὸν, εἴτ' ἓν [1], ἐξ ἴσων δοχείων ἐκρεύσει ταχυτῆσι διπλῆ, τριπλῆ, τετραπλῆ κτλ.· οἱ χρόνοι ἄρα τῶν κενώσεων ἔσονται ἀντιπεπονθότως ὡς αἱ ὀπαί.

β'. Τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μενόντων, οἱ χρόνοι τῶν ἀποκενώσεων ἔσονται καὶ ἐν ὀρθῷ λόγῳ τῶν κατὰ τὲς κυλίνδρες βάσεων· ἰσοϋψῶν γὰρ ὄντων τῶν κυλίνδρων, αἱ τῶν αὐτοῖς ἐμπεριεχομένων ὑγρῶν ποσότητες ἔσονται ὡς αἱ βάσεις· ἔστω ἓν θατέρᾳ ἡ βάσις τῆς θατέρᾳ τριπλάσιος· ὑγρὸν ἓν τριπλάσιον τῷ πρώτῳ, ἢ τῷ δευτέρῳ, ἐμπεριεχθήσεται· ἀλλὰ διὰ τὰ ἴσα ὕψη, καὶ τὰς ἴσας ὀπὰς, ἴσαι ποσότητες ὑγρῶν ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ ἐκρεύσεσιν· ἵν' ἄρ' ὅλον τὸ ἐν τῷ τριπλασίῳ δοχείῳ ὑγρὸν ἐκρεύσῃ, δεήσεται χρόνᾳ τριπλασίᾳ· οἱ ἄρα τῶν ἀποκενώσεων χρόνοι ἔσονται ὡς αἱ βάσεις.

γ'. Των ἄλλων τῶν αὐτῶν μενόντων, οἱ τῶν ἀποκενώσεων χρόνοι εἰσὶν ὡς αἱ τετραγωνικαὶ τῶν ὑψῶν ῥίζαι· τῶν γὰρ βάσεων ἰσαλλήλων ὐσῶν, τὰ ἐμπεριεχόμενα ὑγρὰ ἔσονται ὡς αἱ βάσεις (Συμβ. Λογ. 306. Τόμ. Α'.)· ὑποτιθεμένων δὲ ἰσαλλήλων τῶν ὀπῶν, αἱ ποσότητες τῶν ἐκρεόντων ὑγρῶν ἔσονται ὡς αἱ τετραγωνικαὶ τῶν ὑψῶν ῥίζαι (56. β'.)· δεήσει ἄρα πρὸς τὸ πᾶν τὸ ὑγρὸν, ὅ ἐσιν ὡς τὸ ὕψος, ἐκρεῦσαι χρόνᾳ ἐμφαινομένᾳ ἀριθμῷ τοιῷδε, ὃς πολλαπλασιαθεὶς ἐπὶ τὸ ῥέον ὑγρὸν ἐν χρόνῳ δεδομένῳ, καὶ ἑπομένως ἐπὶ τὴν τᾶ ὕψος τετραγωνικὴν

ῥίζαν (56. β΄.), ποιεῖ τὸ ὕψος· ὁ δὲ ἀριθμὸς ἕτος ὐδεὶς ἂν εἴη, ὅτι μὴ αὐτὴ πάλιν ἡ τῦ ὕψυς τετραγωνικὴ ῥίζα, ὡς καθ' ἑαυτὸ ὑπάρχει πρόδηλον. Ε'ὰν φέρε ἰσάλληλοι μὲν ὦσιν αἱ βάσεις, τὸ δ' ὕψος ἐννεαπλάσιον, ἡ ποσότης τῦ ὑγρῦ ἔσαι ἐννεαπλάσιος· ἀλλ' ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ τριπλῆν ὑγρὸν ἐκρεύσει· τριπλασίυ ἄρα χρόνυ δεήσεται πρὸς τὸ ὅλον ἐκρεῦσαι, εἴτ' ἔν χρόνυ ἐμφαινομένυ ἀριθμῷ, ὃς ἂν εἴη τῦ 9 ὕψυς ἡ ῥίζα ἡ τετραγώνειος. Ο. Ε. Δ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

Περὶ τῆς τῦ ὕδατος ἀναπηδήσεως.

66. Ε"ςω δοχεῖον τὸ ψρΑΒΕ (χ. 89), ὕδατος πλήρες, κοινωνῦν τῦ σίφωνος Δι διὰ τῦ μεταξὺ κειμένυ ΒΔ· χ̀ πρὸς τῷ ι προσηρμόσθω σίφων ἄλλος, ὗ διάμετρος εἴη πολὺ ἐλάττων τῆς ΡΔ διαμέτρυ τῦ ΡΔι σίφωνος, ἑςὼς πρὸς ὀρθὰς, ἢ βραχύτι πλαγίως τῷ ὁρίζοντι ΘΚ· τὸ τοίνυν ὑγρὸν, ἐκ τῦ ρ κατιὸν διὰ τῆς σήλης ρΒ, προσκτήσεται ταχύτητα, δι' ἧς ἂν ἀνέλθοι εἰς τὸ ὕψος Δξ = ρΒ (Φυσ. 190)· ἢ, εἰ χ̀ τῦτο βυλόμεθα, ἡ τῆς Δι ὑψηλοτέρα σήλη ρΒ κατιῦσα ἀνυψώσει τὴν Δι μέχρι τῦ ξ (41)· ὑποτιθεμένυ δὲ ἀεὶ πλήρυς τῦ δοχείυ ψρΒΕ, τὴν μέχρι τῦ ξ ἀνελθῦσαν σήλην, πεσῦσαν κατὰ πλευρὰν, μετὰ τὸ ἀπολέσαι πᾶσαν τὴν ταχυτῆτα, διαδέξεται σήλη ἄλλη, χ̀ ταύτην ἄλλη, χ̀ ἐφεξῆς ὡσαύτως· τυτὶ τοίνυν τὸ ἐν τῷ ἀέρι ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω ἀλλόμενον ὕδωρ, ἀνάπήδημα τῦ ὕδατος ὀνομάζεται· ἡ δ' ὀπὴ τῦ μικρῦ σίφωνος, ὅθεν ἀφάλλεται, σόμιον τῦ ἀναπηδήματος.

67. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Παντὸς ἐξαιρεμένου κωλύματος, τὸ ὕψος τοῦ κατὰ τὸ ὕδωρ ἀναπηδήματος ἔσαι τὸ Δξ = ρΒ ὕψει τοῦ δοχείου, ἤτοι ὅτι ἡ ρΒ σήλη ἀνυψοῖ τὴν Δι μέχρι τῆς ὁριζοντίου γραμμῆς ρξ (41), ἢ ὅτι τὸ ὑγρὸν κατιὸν προσκτᾶται ταχυτῆτα, δι' ἧς ἂν ἀνέλθοι μέχρι τοῦ ξ (Φυσ. 190).

68. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Τοῦ μικροῦ σίφωνος πρὸς ὀρθὰς τῷ ὁρίζοντι ἐφισαμένου, τὸ πρῶτον ἀναπήδημα ὑψηλότερον τῶν ἐφεξῆς ἀναβήσεται· εἰ τὸ πρῶτον φέρ' εἰπεῖν ἀφίκοιτο εἰς τὸ ξ, τὸ δεύτερον ἔνερθεν τοῦ ξ, ἀφίξεται φέρ' εἰπεῖν εἰς τὸ Γ· τὰ γὰρ πρῶτα ὑδατώδη μόρια, ἀνερχόμενα δὸς εἰπεῖν εἰς τὸ ξ, μηδεμίαν ἔτι ἐκεῖ πρὸς τὰ ἄνω διασώζοντα ταχύτητα, ἐπικαταπίπτοντα τοῖς ἐφεξῆς ἀναβαίνουσι μορίοις, ἐπιβραδύνουσιν αὐτοῖς τὴν κίνησιν· ὅθεν οὐκ εἰς τὸ ξ, ἀλλ' εἰς τὸ Γ ἀνίασι.

Εἰς δ' ἔγκλισιν τούτου τοῦ ἐλαττώματος, βραχύτι πλαγιάζουσι τὸν σωλῆνα, ὅθεν ἀναπηδᾷ τὸ ὕδωρ.

69. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄. Ἡ τῆς τριβῆς ἀντίσασις τὸ ὕδωρ κωλύει τοῦ ἀναπηδᾶν εἰς ὕψος τὸ Δξ = Βρ ὕψει τοῦ δοχείου· τὸ γὰρ ὑγρὸν, ὡς βαρύτι σῶμα ἐκλαμβανόμενον, οὐκ ἄνεισιν εἰς τὸ Δξ, εἰ μὴ κατιὸν κτήσαιτο ταχυτῆτα, δι' ἧς ἂν ἀνέλθοι εἰς τὸ Δξ· οὐδὲν οὖν δεῖ ταχύτητος ἀπολέσαι, οὐδ' ἀπόλλυσιν ὅλως, παρ' ὅσον ἀπαιτεῖ ὁ λόγος τῆς αὐτοῦ βαρύτητος· ἐλάττωσις οὖν τῆς ταχύτητος ἔξωθεν ἐπιγινομένη, φέρ' εἰπεῖν ἐκ τῆς τριβῆς, ἀναγκαίως αὐτὸ κωλύσει τοῦ ἀνελθεῖν, εἰς ὃ ἔδει κατὰ τὴν αὐτοῦ βαρύτητα· ἀλλαμὴν τὸ ὑγρὸν, κατιόν τε καὶ ἀνιὸν, τρίβεται πρὸς ταῖς ἐπιφανείαις τοῦ σίφωνος· τὸ ἀναπήδημα ἄρα τοῦ ὕδατος διὰ τὴν τριβὴν οὐ δύναται ἀνελθεῖν εἰς τὸ αὐτὸ τῷ τοῦ δοχείου ὕψος.

70. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ΄. Εἴδομεν δὲ, ὡς ἡ ὑγρῷ πρὸς ταῖς σίφωνος ἐπιφανείαις τριβὴ ἀνάλογός ἐςι ταῖς ἀνωμαλίαις τῆς τῦ σίφωνος ἐπιφανείας, τῷ ὁριζοντίῳ μήκει, ταῖς ἐν αὐτῷ καμπαῖς, ϗ τῷ ἐν αὐταῖς ἀγειρομένῳ ἀέρι κτλ. · ἐντεῦθεν ἄρα συνάγεται α΄. ὅτι τὸ ὕψος τῦ κατὰ τὸ ὕδωρ ἀναπηδήματος ἔσαι ἀεὶ ἔλαττον, ἢ τὸ τῦ δοχείυ· β΄. δύναται ἀσυγκρίτως ὑπάρχειν ἔλαττον, τριακοσὸν φέρ' εἰπεῖν μέρος, τῦ κατὰ τὸ δοχεῖον ὕψυς (60).

71. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε΄. Τὸ ἀναπήδημα τοσῦτον ἄνεισιν ὑψηλότερον, ὅσῳ α΄. τὸ ὕδωρ ἐξ ὑψηλοτέρυ τόπυ κάτεισι· β΄. ὁ σίφων μείζονα ἔχει διάμετρον, λειότερός τε ϗ ὁμαλώτερος ὑπάρχει· ϗ γὰρ ἡ τῆς τριβῆς ἀντίςασις, ϗ ἑπομένως ἡ τῆς ταχυτῆτος τῦ ὑγρῦ ἐπιβράδυνσις, συναύξει τῆτε ἀνωμαλίᾳ ϗ τῇ ςενότητι τῦ σίφωνος.

72. ΠΟΡΙΣΜΑ ς΄. Ἀλλὰ ϗ ἡ τῦ ἀέρος ἀντίςασις ἐλάττω τὸ ὕψος τῦ ἀναπηδήματος· αὐτίκα μὲν γὰρ καταδηλον, ὅτι ὁ ἀὴρ ἐπιβραδύνει τι τὴν τῦ ἀναπηδήματος ταχυτῆτα· δυσχερῶς δ' ἄντις συνεννοήσειεν, ὅσον· εἴδομεν γὰρ ἐπὶ τῶν ςερῤῥῶν τὴν τῦ ἀέρος ἀντίςασιν ἀνάλογον ἔσαν (Φυσ. 391) ταῖς αὐτῷ παρισαμέναις ἀμέσως ἐπιφανείαις τῶν ςερῤῥῶν, ϗ τοῖς ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγώνοις.

Ἀλλὰ γὰρ τύτῳ τὰ ςερῤὰ διαφέρει τῶν ὑγρῶν, τῦ ὕδατος φέρε, ὅτι τῆς ταχύτητος αὐτῦ μεγάλης ὔσης, τὰ ἀερώδη μόρια ἀντίςαται ἰσχυρῶς τοῖς ὑδατώδεσι, ϗ ταῦτ' ἀλλήλων διαζεύγνυσιν· ὅθεν ἡ ὑδατώδης ςήλη, ἐν τῷ κατιέναι καταπερματιζομένη ὥσπερ εἰς ἀπειραρίθμυς νετῦ ῥανίδας, προτίθησι τῷ ἀέρι πολλῷ μείζω ἐπιφάνειαν· ϗ ὕτως ἀπὸ τῆς ἑαυτῆς κινήσεως ἀναχαιτίζεται.

Τυτὶ τὸ ἐκ τῆς ἀντιςάσεως τῦ ἀέρος γεννώμενον κώ-

λυμα ὥσπερ ἀκαταυλήτου ἐξιν, ὅταν ὑγρὰ εἰς ὡρισμένον τι ὕψος μετεωρίσαι βελώμεθα· τὸ δὲ μέγιστον, ὡς εἰπεῖν, τῆ ὕψει, εἰς ὃ τὸ ὕδωρ ἀναπηδῶν ἀνελθεῖν δύναται, ᾗ ὅπῃ δυσχερέστατα ἄνεισι, κατὰ τὴν ἁπάντων τῶν φυσιολογούντων ὁμολογίαν, ἔστιν = 100 ποσί.

73. ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ'. Ε'ὰν τὸ στόμιον ι, δι' ἧ ἄλλεται τὸ ὕδωρ, ἴσον ᾖ τῷ τῆ σίφωνος ΔΡ, τὸ ὕδωρ ἀνελεύσεται εἰς ἔλαττον ὕψος, ἢ εἴπερ ἡ τῆ στομίῳ διάμετρος εἴη ἐλάττων τῆς τῆ σίφωνος· ᾗ γὰρ, ὅταν ᾖ τὸ στόμιον μικρὸν, ὅλον τὸ ἐν τῷ δοχείῳ ὕδωρ, τὸ μικρὰν ἑαυτῆ ποσότητα ἐκρεῦσαι δι' ὀπῆς στενωτάτης καταναγκάζον, βραχέως κινέμενον, βραχύτι τρίβεται πρὸς ταῖς τῆ δοχείῳ ἐπιφανείαις.

Α'λλ' ἔμπης ά. ἐὰν ὁ σίφων μακρότατος ᾖ ᾗ στενώτατος, τῆς τριβῆς μεγάλης γινομένης, τὸ ὕψος τῆ ἀναπηδήματος ἀναγκαίως ἔλαττον ἀποκαθίσαται· ὥστε κἂν ἀληθεύῃ, τὸ ὕψος τῆ ἀναπηδήματος τοσούτῳ γίνεσθαι μεῖζον, ὅσῳ ἡ τῆ στομίῳ διάμετρος ὑπερέχει τὴν τῆ μεγάλῃ σίφωνος, τυτὶ μέντοι μέχρι τινὸς ἀληθεῦόν ἐστιν· ἀνάγκη ἄρα, ἵνα τὸ ἀναπήδημα εὐτυχῶς γίνηται, ἀναλογεῖν τὴν τῆ στομίῳ πρὸς τὴν τῆ σίφωνος διάμετρον, ᾗ αὖ τὴν τούτῳ πρὸς τὸ τῆ δοχείῳ ὕψος· β'. ὅταν ᾖ λίαν μικρὸν τὸ στόμιον, ἔσαι μικρὰ ᾗ ἡ τῆ ἀναπηδήματος διάμετρος· τὸ ἀναπήδημα ἄρα ἁπαντᾷ ἐκ τῆ ἀέρος ἀντισάσει πλείονι ἀναλόγως τῇ ἑαυτῆ μάζῃ, ᾗ ἑπομένως τῇ ἰσχύϊ (Φυσ. 389)· ἧττον ἄρα ἀνελθεῖν ἀνάγκη, ᾗ τάχιον εἰς ῥανίδας ἀναλυθῆναι· γ'. ὅταν ὁ μικρὸς σίφων ᾖ κωνοειδὴς, ὥσπερ πολλάκις αὐτὸν κατασκευάζουσιν, ἡ πάντων τῶν κατὰ πλευρὰν ὑδατωδῶν μορίων κίνησις, συγκλίνουσα γίνεται, τῶν κατὰ τὸ μέσον μόνων ἀνιόντων διὰ

τȣ̃ κατὰ τὸν κῶνον ἄξονος· ἐντεῦθεν ἄρα ταραχώδης τις ἀποτελεῖται ἐν τοῖς μορίοις κίνησις, ὑπ' ἀλλήλων ἀντικρȣομένοις, μηδ' αἰρομένοις εἰς μέγα ὕψος· τό,τε ἀποτελȣ́μενον ἐντεῦθεν σχῆμα ȣ̓κ ἔςι διαφανὲς, ϗ εἰς ἀέρα ἀρθὲν μᾶλλον ὑπόκειται τῇ εἰς ῥανίδας συγκαταθραύσει· προκρίνεται τοιγαρȣ̃ν τȣ̃ κωνοειδȣ̃ς, ϗ μάλιςα πρὸς ὑπομείωσιν τῆς τριβῆς, κυλινδρικὸς σίφων, ȣ̃ μέντοι ἡ διάμετρος πρὸς τὴν τȣ̃ ςομίȣ τηροίη λόγον τινὰ κατάλληλον, ὥσπερ εἴρηται.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΚΤΟΝ.

Περὶ Κυμάτων.

74. Ἐὰν ἐξωτερικῇ τινι αἰτίᾳ ἡ κατάθλίψις, ἢ ἡ βαρύτης, ὑδατώδȣς τινὸς ςήλης αὐξηθῇ, λίθȣ φέρ' εἰπεῖν ἐμβολῇ, ἡ ςήλη, διὰ τὸ τȣ̃ λίθȣ βάρος βαρυτέρα καθιςαμένη τῶν περὶ αὐτὴν, κάτεισι μὲν αὐτὴ, ἀναβιβάζει δὲ τὰς ἄλλας· ἐκ δὲ τῶν προσεχῶν ςηλῶν καμπυλότης οἷον συςαθήσεται περὶ κέντρον τὴν ταπεινωθεῖσαν πρώτην ςήλην, τȣ̃τ' ἔςι λόφος κυκλοειδὴς βάσιν ἔχων ὁριζόντιον τοσȣ́τῳ πλατυτέραν, ὅσῳ μείζων εἴη ἡ διάμετρος τῆς συνταραξάσης τὴν ἀντιῤῥοπίαν ςήλης· ȣ̃τος δὲ ὁ λόφος, εἴτ' ȣ̃ν τὸ ἄθροισμα τῶν κυκλοειδῶς διατεταγμένων ςηλῶν, ὑψηλότερος γενόμενος τῶν οἱ προσεχῶν ςηλῶν, τῶν μᾶλλον ἢ αὐτὸς τῆς πρώτως συνταραχθείσης ςήλης ἀπεχȣσῶν, αὐτὸς μὲν ταπεινȣ̃ται, ἐκείνας δ' ἀνυψοῖ· κἀκ τȣ́τȣ καινός τις ἀπογεννᾶται κυκλοειδὴς λόφος, διάμετρον ἔχων μείζω τῆς τȣ̃ προτέρȣ· ϗ πάλιν ἄλλος ϗ ἄλ-

λος· ταῦτα τοίνυν ἐσὶν, ἃ καλεῖται κύματα, ἢ κυματώδης κίνησις.

75. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Τὰ ἀλλήλοις παραχωρῦντα διάφορα κύματα ἔσονται ὡς κύκλοι ὁμόκεντροι· ἡ γὰρ ἀνισότης τῆς καταθλίψεως, ἢ τῆς βαρύτητος, μεταδίδοται ἐφεξῆς κ᾽ ἐπίσης ἁπάσαις ταῖς περὶ τὴν, ἢ τὸ ἀντιῤῥοπον συνετάραξε, σήλαις· ἀλλὰ κ᾽ πεῖρα αὐτὸ τῦτ᾽ ἐμπεδοῖ.

76. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Ε᾽ἀν ἡ ἀντιῤῥοπία ὑπὸ δύω διαφερσῶν σηλῶν συνταραχθῇ, ὡς εἰ ἅμα φέρε δύω λίθοι τῷ ὕδατι ἐμβληθεῖεν, ἑκατέρα τῶν σηλῶν ἀπογεννήσει διακριδὸν τὺς ἑαυτῆς κυματισμὺς, ὡς εἰ μόνη ἐνίνει τὸ ὕδωρ· ἑκατέρα γὰρ τὰς οἷ προσεχεῖς ταπεινυμένη ἀνυψώσει, κἀκεῖναι τὰς περὶ αὐτάς· διὸ δὴ ἐὰν ἐξ ὄχθης λίμνης τινὸς πολὺς ἅμα κ᾽ πολλαχῦ λίθακας ἐμβάλωμεν, πολλοὶ κυματισμοὶ κυκλοειδεῖς συσαθήσονται, ἐπεκτεινόμενοι, ἀλλήλοις διατεμνόμενοι, κ᾽ ἐν ἀκαρεῖ τῆς λίμνης τὴν ἐπιφάνειαν λόφων κ᾽ κυκλικῶν κυρτοτήτων ἀναπιμπλῶντες.

77. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄. Ε᾽ἀν δὲ κύματί τινι κώλυμα προσεθῇ, οἷον σκόπελος, τὸ κῦμα ἐνεχθήσεται ἐπέκεινα τῦ κωλύματος, ἄλλως γὰρ αἱ αἰρόμεναι πρὸς τῇ ὄπισθεν τῦ κωλύματος σῆλαι ταύτῃ ἧκις᾽ ἂν ἀντιῤῥοπήσειαν.

78. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ΄. Ε᾽ἀν μέντοι τὸ κώλυμα τοιόνδε ᾖ, ὡς μὴ δύνασθαι ἐπέκεινα τὸ κῦμα μεταβῆναι, τεῖχος φέρ᾽ εἰπεῖν, ἢ ὄρος, ἀνακλασθήσεται, ταὐτὰ ποιῦν, ὡς εἰ κ᾽ μηδενὶ συνήντα κωλύματι· ἀναχαιτιζόμενον γὰρ ἐπισωρῦται, κ᾽ εἰς λόφον μετεωριωθήσεται, κ᾽ ἄλλην πρὸς τὰ ἔμπροσθεν ἆραι σήλην μὴ ἔχον, ἀρεῖ τὴν ὅ-

πιθεν τῇ αὐτῇ ἰχύϊ, δι' ἧς ἄν ἦρε τὴν ἔμπροσθεν, εἴπερ εἴη· καὶ κείνη ἄλλην καὶ ἄλλην κατὰ τάξιν ἀντίστροφον.

79. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἔστι δὲ καὶ εἶδος ἄλλο κυματισμοῦ οἱονεὶ περιπλανωμένου· ἄνεμος γὰρ ἄφνω ἐπιπνεύσας, καὶ τὰ φορὰν τῷ ὁρίζοντι πλαγιωτέραν, μέρει τινὶ τοῦ ὑγροῦ πρὸς τὴν φορὰν καθέτῳ, αἴρων κατὰ τὴν φορὰν ταύτην ποσότητά τινα ὑγροῦ, κοιλότητα συνίστησι κατ' εὐθεῖαν σχεδὸν γραμμήν, καὶ κατὰ πλευρὰν αὐτῆς κυρτότητα, ἢ ἐξοχήν, καὶ ταύτην κατ' εὐθεῖαν ὡσαύτως γραμμήν· ἡ δὲ, τὰς ἐφεξῆς αὐτῆς κατὰ πλευρὰν ἀνυψοῖ σήλας, καὶ ἐφεξῆς ὡσαύτως· ὅτοι δὲ οἱ κυματισμοὶ τοῖς αὐτοῖς, οἷς καὶ οἱ πρότερον, ὑπόκεινται νόμοις, παρ' ὅσον μὴ εἰσὶ κυκλικοί.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΒΔΟΜΟΝ.

Περὶ τῆς τῶν σερρῶν ἐν τοῖς ῥευστοῖς καταδύσεως.

80. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Στερρῷ ῥευστῷ ἐμβαπτιζομένου, ἡ, ἐφ' ἧς βαίνει, ῥοώδης σήλη ταπεινωθήσεται, μέχρις οὗ τὸ βάρος αὐτῆς ἰσωθείη ἀκριβῶς τῷ σηλῶν ἄλλων, τὴν αὐτὴν ἐχόντων βάσιν.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἡ ῥοώδης σήλη, ἐφ' ἧς τίθεται σερρόντι, ταῖς ἄλλαις ἀντιῤῥοπεῖ, ἡνίκα ἂν ἡ αὐτῆς κατάθλιψις ἴση ᾖ τῇ τῶν περὶ αὐτὴν (15)· ἡ δὲ κατάθλιψις, ἀποτέλεσμα ὅσα τῶν ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω πρὸς ὀρθὰς κατιόντων μορίων, ἀνάλογον ἔχει τῷ αὐτῶν ἀριθμῷ· ἐπεὶ τοίνυν ἡ, ἐφ' ἧς τίθεται τὸ σερρὸν, σήλη ἀντερρόπει ταῖς ἄλλαις πρότερον, γενήσεται τῶν ἄλλων βαρυτέρα τῇ ποσότητι

ὅλῳ τῷ βάρει τῷ ἐπιτεθέντος σερρῷ· τῆς δὲ ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω καταθλίψεως ἰσχυροτέρας, ἢ αἱ τῶν ἄλλων, γενομένης, ταπεινωθήσεται, ὑψομένων τῶν ἄλλων, μέχρις ἂν τὸ αὐτῆς βάρος ἀκριβῶς ἴσον γένηται τῷ σήλης ἄλλης, τὴν αὐτὴν βάσιν ἐχέσης.

Ἀλλὰ μὴ πεῖρα τοῦτ' αὐτὸ κέκραγε· ἔσω γὰρ πάμβαξ κεκαθαρμένος τὸ ῥευστὸν, μὴ ἐντεθείσθω λίθος· ἐκεῖν ἡ σήλη, ἧ ἐπιτέθειται ὁ λίθος, ταπεινωθήσεται, ἔς τ' ἂν ταῖς περὶ αὐτὴν γένοιτο ἀντίῤῥοπος· ἐμβληθήτω δὲ μὴ ξύλον, ἢ σῶμα ἕτερον, ὕδατος πλήρει δοχείῳ· ἡ μὲν ἓν σήλη, ἧ ἐπιβέβηκε τὸ σερρὸν, κάτεισιν, αἱ δ' ἄλλαι αἴρονται, μέχρις ἂν ἀντίῤῥοπος αὐταῖς γένηται· ὅπερ ἐκ ἂν συμβαίη, πρὶν ἢ τὸ αὐτῆς βάρος ἰσωθείη τῷ ἑκάσης τῶν ἄλλων. Ο. Ε. Δ.

31. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ε'ἀν τὸ σερρὸν τὴν αὐτὴν ἔχῃ εἰδικὴν βαρύτητα τῷ ῥευστῷ· α'. ἐμβαπτισθήσεται ὅλον αὐτῷ· β'. ἐμβαπτισθὲν ἅπαξ καθιρεμήσει, ὅπερ ἂν τῷ ὑγρῷ ἐντεθείη· γ'. ῥᾷσα πανταχῷ ἐνεχθήσεται.

α'. Ε'μβαπτισθήσεται ὅλον τῷ ὑγρῷ· ἡ γὰρ, ἐφ' ἧς βαίνει, σήλη, βαρυτέρα γινομένη, ταπεινωθήσεται, μέχρις ἂν ἰσοβαρὴς καταιαίη ταῖς ἄλλαις· ἐπεὶ δὲ ἰσοβαρές ἐσιν ὄγκῳ τῷ ὑγρῷ, ὃς ἴσεσαι τῷ ἑαυτῷ, ἡ σήλη ταπεινωθεῖσα, μέχρις ἂν ἀπολάβοι ἑαυτῇ τὸν τῷ ἐπικειμένῳ σερρῷ σώματος ὄγκον, ἰσοβαρὴς ἐκ ἰσόῤῥοπος ἔσαι ταῖς ἄλλαις· ἐκεῖν ἡ ἀνωτάτη τῷ σερρῷ ἐπιφάνεια ἐπὶ τῆς αὐτῆς γενήσεται ἐπιφανείας τῇ ἄλλῃ τῷ ὑγρῷ ἐπιφανείᾳ, ἐκ δὴ ἐμβαπτισθήσεται τῷ ὑγρῷ ὅλον.

β'. Α'παξ ἐμβαπτισθὲν πανταχῷ καθιρεμήσει· ἐν ἧ γὰρ ἂν τεθείη σήλη, ὄγκον ἀναπληρώσει τῷ ὑγρῷ ἴ-

σον τῷ ἑαυτῦ· ἡ ἄρα σήλη ὅτε βαρυτέρα ὅτε μὴν κυφοτέρα τῶν ἄλλων γινομένη, ἀντιῤῥοπήσει ϗ σήσεται.

γ΄. Τὸ σερῥὸν εὐμαρῶς πάνυ πανταχῦ ἐνεχθήσεται· ἐπεὶ γὰρ τῆς βαρύτητος αὐτῦ ἡ κατάθλιψις ὑπὸ τῶν περὶ αὐτὸ τῦ ὑγρῦ μερῶν, οἷς ἀντιῤῥοπεῖ, ἀφανίζεται, μικρᾷ τινι ἰσχύϊ, καθ' ἣντιναῦν ἐπιδρωμένη φορὰν, τὴν ἀδράνειαν αὐτῦ ϗ τὴν τριβὴν ὑπερβαλλέσῃ, κινηθήσεται.

82. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἐντεῦθεν ἄρα μανθάνομεν, διὰ τί τὸ σερῥὸν, ὑγρῷ, τὴν αὐτὴν ἔχοντι εἰδικὴν βαρύτητα, ἐμβαπτιζόμενον, ἅπαν τὸ ἑαυτῦ βάρος ἀποτίθησι, ὡς εἴπερ ἐν τῷ ζυγῷ ἀντιῤῥοπον ἦν σαθμῷ = 10 φέρ' εἰπεῖν λίτραις, λίνῳ προσδεθὲν, ϗ τῇ πλάσιγγι προσαρτηθὲν διὰ τῦ λίνυ, μηδενὸς βάρυς ἐν θατέρᾳ πλάσιγγι προδεῖσθαι εἰς ἀντιῤῥόπησιν· πανταχόθεν γὰρ αὐτῦ σαθμὰ περιέσηκεν, ἴσα ἕκασον τῷ 10 λιτρῶν, εἴτ' ἕν ὄγκος ὑγρῦ ἴσος τῷ ἑαυτῦ· ἀδύνατον μέντοι ἐντεῦθεν μετὰ τῶν πάλαι συναγαγεῖν, ὅτι τὰ ὑγρὰ ὐκ εἰσὶν ὅλως καθ' ἑαυτὰ βαρέα, ὥσπερ ὐδὲ τὸ σαθμιζόμενον ἄνιον, ϗ τὸ σαθμὸν, ἐντιθέμενα ἐν ταῖς πλάσιγξι ϗ ἰσορῥοπῦντα, ὐδενὸς μετέχει βάρυς, ὅτι βάρος τὸ τυχὸν, θατέρῳ προσιθέμενον, ἑκάτερα κινεῖ.

83. ΘΕΩΡΗΜΑ Β΄. Τῶν ἄλλων αἰτιῶν ἐξαιρυμένων, ὑγρὸν εἰδικῶς βαρύτερον ἐπιπολάζει ὑγρῷ εἰδικῶς κυφοτέρῳ.

ΔΕΙΞΙΣ. Τὸ ἀποτέλεσμα ἀναλογεῖ τῇ αἰτίᾳ· ἐὰν ἄρα μόριον ὑγρῦ βαρύτερον ᾖ, ἢ μόριον ἄλλυ, ἐκείνῳ ὑφισάμενον, τεῖνον εἰς τὸ κατελθεῖν ἐν ἰσχύϊ μείζονι, τὸ ἔνερθεν εἰς τὰ ἄνω ὑψώσει, ϗ ὑπὲρ ἑαυτὸ ποιήσεται· ὥσε πάντα τὰ μόρια τῦ βαρυτέρυ ῥευστῦ ἀνυψώσυσι πάντα

τὰ τῦ κυφοτέρυ, ϗ τῦτο ἐκείνῳ ἐπιπολάσει· ἀλλὰ ϗ ἡ πεῖρα τῦτ' αὐτὸ δείκνυσιν· ὕδωρ γὰρ ἐγχυθὲν ἄγγει ὑδραργύρυ περιεκτικῷ, ἐπιπολάζει τῷ ὑδραργύρῳ, ὑδόλως αὐτῷ συναναμιγνύμενον· ὡσαύτως ϗ ἔλαιον ὕδατι κτλ. Ο. Ε. Δ.

84. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ε'ὰν ἄρα διάφορα ὑγρὰ διαφόρυ εἰδικῆς βαρύτητος δοχείῳ τῷ αὐτῷ ἐμβληθῶσιν, ἄλλο ἐπ' ἄλλο διαταχθήσεται ἐν σιβάδων τῷ ὁρίζοντι παραλλήλων σχήματι· τὰ γὰρ τῦ βαρυτέρυ μόρια πρὸς τῷ πυθμένι σήσονται, ϗ αἱ αὐτῦ σήλαι ἀντιῤῥοπῦσαι, ἐπὶ τῆς αὐτῆς γενήσονται ἐπιφανείας· τὰ δὲ τῦ μικρῷ κυφοτέρυ, ἢ τὸ πρὸς τῷ πυθμένι, διαταχθήσεται τῷ ὁρίζοντι παραλλήλως ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῦ βαρυτέρυ ὑγρῦ· ἐπ' αὐτῆς δὲ τὰ τῦ ἔτι κυφοτέρυ, ϗ ἐφεξῆς ὡσαύτως· ἀλλὰ ϗ πεῖρα τῦτ' αἰτὸ ἐμπεδοῖ· τῷ αὐτῷ γὰρ δοχείῳ, ὑδραργύρυ, ὕδατος, ἐλαίυ κτλ. ἐγχεομένων, ὁ μὲν ὑδράργυρος τὸν κάτω κληρῦται χῶρον, τῶν δ' ἄλλων ἕκασον ἄλλῳ ἐφίσαται κατὰ τὴν ἑκάσυ τῆς εἰδικῆς βαρύτητος τάξιν.

85. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ε'ντεῦθεν ἄρα πολλὰ φαινόμενα ἀναπτύσσεται· πῶς τὰ τῦ ὕδατος εἰδικῶς κυφότερα σώματα ἐπιπολάζει αὐτῷ· τὸ πιαρ τῷ γάλακτι, σιβάδα ὁριζόντιον συναπαρτίζον· τὰ παχυμερέσερα μέρη τῦ κρέατος τῷ ζωμῷ κτλ. τῇ ἐπιφανείᾳ τῶν ἀκινήτων ὑδάτων ἐλαιώδης ὕλη ἐπιπολάζει πολύχρυς· ϗ ἄλλα τύτοις ἐοικότα καθ' ἑκάσην ὁρῶμεν.

86. ΣΧΟΛΙΟΝ Α'. Ε'ρηται ἐν τῷ θεωρήματι (83), ἐξαιρυμένων τῶν ἄλλων αἰτιῶν· συμβαίνει γὰρ πολλάκις ὑγρὸν εἰδικῶς κυφότερον βαρυτέρῳ συναναμίγνυσθαι, ἤτοι, ὅτι ἡ τῶν τῦ βαρυτέρυ μορίων ἐφέλκυσις ὐκ ἐᾷ ἀποζευχθῆναι τὰ τῦ κυφοτέρυ, ἢ μάλισα διὰ τὴν τριβήν,

ἢν ὑπερνικῆσαι ὀφείλυσι τὰ κυφότερα, ἵνα διακριθῶσι τῶν βαρυτέρων, οἷς ἀναμέμικται· ὅσῳ γὰρ μᾶλλον τὸ εἰδικῶς κυφότερον διαιρεῖται, τοσούτῳ μᾶλλον αὔξει αὐτοῦ ἡ ἐπιφάνεια, καὶ ἑπομένως ἡ τῆς τριβῆς ἀντίσασις (Φυσ. 388)· διὰ ταῦτ' ἄρα, κἂν ὑγρὸν εἰδικῶς ἦ βαρύτερον ἑτέρου, συνταραχθέντα μέντοι σφοδρῶς ἐν τῷ αὐτῷ δοχείῳ, ἀνάμικτα μένουσιν· ὕτω γὰρ τοῦ εἰδικῶς κυφοτέρου λίαν διαιρυμένου, τὰ μόρια αὐτοῦ ἀλλήλων ἀποχωριζόμενα πολλὴν συνισῶσιν ἐπιφάνειαν· ἕκασον δ' ἂν ἀποχωριζόμενον τῶν ἄλλων, καὶ τοῖς διατέρου ὑγρῷ ἀναμιγνύμενον, ἐκ ἔτι δύναται ἀπαλλαγῆναι. Ε' ἀν γὰρ ἡρέμα ἐρυθροῦ οἴνος ἄγγει πλήρει ὕδατος ἐγχυθῇ, ὁρῶμεν αὐτὸν, μετὰ τὸ κατελθεῖν εἰς ὡρισμένον τι βάθος, διὰ τὴν, ἣν πίπτων ἐκτήσατο, ταχυτῆτα, ἀνιοντα εἶτα εἰς τὴν τοῦ ὕδατος ἐπιφάνειαν, καὶ ταύτῃ ἐπιπολάζοντα· ὡσαύτως ἐὰν λαγήνῳ, ἐρυθροῦ οἴνου πλήρει, λάγηνος ὕδατος ἐπιτεθῇ, ὡς προσεφαρμόζεσθαι αὐτῶν τὰ σχήματα, ὁρῶμεν αὐτίκα σήλην ἐρυθρὰν διήκουσαν τὴν τοῦ ὕδατος λάγηνον κάτωθεν εἰς τὰ ἄνω, καὶ τὸν οἶνον ὅλον τῆς ἔνερθεν εἰς τὴν κορυφὴν τῆς ὕδατος πλήρους λαγήνου ὁριζοντίως διατασσόμενον· καὶ ὕτως ἡ μὲν τὸ ὕδωρ ἔχουσα ἐμπλησθήσεται οἴνου, ὕδατος δὲ ἡ τὸν οἶνον τ' ἀνάπαλιν· ἐν ἑκατέρῳ τῶν δυοῖν πειραμάτων τούτων, ὁ μὲν οἶνος τὸν ἄνω, τὸ δὲ ὕδωρ τὸν κάτω κληροῦται χῶρον, ὅτι βραχύτι ὁ οἶνος διαιρεῖται, καὶ ἑπομένως βραχύτι τὰ αὐτοῦ μερίδια τοῖς τοῦ ὕδατος ἀναμίγνυται· ἀλλὰ γὰρ σφοδρότερον συγκλονηθέντα τὰ ὑγρὰ, ἐπὶ πολὺ διαιρύμενα, ἀναποσπάσως ἀλλήλων συνέχεται.

87. ΣΧΟΛΙΟΝ Β'. Διὰ τὰς εἰρημένας αἰτίας, καὶ ἄλλας ἔτι ταύταις συνερχομένας, ὅ,τε ἀὴρ καὶ τὸ πῦρ,

καίτοι εἰδικῶς κυφότερα ὑγρῶν ἄλλων, τῦ ὕδατος φέρ' εἰπειν, διεσπορπισμένα τοῖς αὐτῶν μορίοις ἐνυπομένυσι.

88. ΘΕΩΡΗΜΑ Γ΄. Στερρὸν εἰδικῶς κυφότερον ὑγρῦ, τῇ τῦ ὑγρῦ ἐπιφανείᾳ ἐπιτιθέμενον, ἐμβαπτιωθήσεται τῷ ὑγρῷ, ἐς ὃ τοσῦτον αὐτῦ μέρος ἐμβυθιωθείη, ὅσον ἂν εἴη ἴσον ὄγκῳ ὑγρῦ, ὅς ἐσιν ἰσοβαρὴς τῷ ὅλῳ τῦ στερροῦ ὄγκῳ.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἡ γὰρ σήλη, ἐφ' ἧς τίθεται τὸ στερρὸν, κάτεισιν ἀναβιβάζυσα τὰς ἄλλας, ἐς ὃ τὸ βάρος αὐτῆς ἀκριβῶς ἰσωθειη τῷ βάρει ἑκάσης τῶν ἄλλων, τὴν αὐτὴν ἐχέσης βάσιν (80)· ἐντεῦθεν ἄρα συνάγεται, ὅτι στερρὸν, τὴν αὐτὴν ὑγρῷ ἔχον εἰδικὴν βαρύτητα, τῷ ὑγρῷ ἐπιτιθέμενον, ἐπὶ τῆς αὐτῆς γενήσονται ἐπιφανείας· ἵν' ἄρα ἡ, ἐφ' ἧς τὸ εἰδικῶς κυφότερον στερρὸν τίθεται, σήλη κατιῦσα παύσηται, ἢ ταῖς ἄλλαις ἀντιρροπήσῃ, ἀνάγκη τὸ βυθιζόμενον μέρος, ὅπερ ἀνέχει ὅλον τὸ τῦ στερροῦ βάρος, ᾧ συν ᾗ ἡ ὑποκειμένη σήλη ἐπὶ τῆς αὐτῆς ταῖς ἄλλαις γίνεται ἐπιφανείας, ἔχειν τὴν αὐτῦ ἐπιφάνειαν ἐπὶ τῆς αὐτῆς, ἐφ' ἧς αἱ ἄλλαι σῆλαι· ἐντεῦθεν ἄρα τὸ στερρὸν καταδύσεται, μέχρις ὗ τὸ καταδυόμενον αὐτῦ μέρος τὸν χῶρον κατάσχῃ ὄγκυ ὑγρῦ, τῷ ὅλῳ στερροῦ ἰσοβαροῦς. Ο. Ε. Δ.

89. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Ἅπαν ἄρα στερρὸν σῶμα, εἰδικῶς κυφότερον ὑγρῦ, τῷ ὑγρῷ ἐν μέρει ἐπιπολάζει.

91. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Ἐὰν στερρὸν, ὑγρῦ εἰδικῶς κυφότερον, κατελθεῖν ἀναγκαωθῇ εἰς τὸ βάθος τῦ ὑγρῦ, ἀναπηδήσει αὖθις εἰς τὴν ἐπιφάνειαν ταχυτῆτι ἴσῃ τῇ ὑπεροχῇ, ᾗ ὑπερέχει ἡ τῦ ὑγρῦ εἰδικὴ βαρύτης τὴν τῦ στερροῦ· ἀλλ' ἀναβαῖνον, ἐπιταχυνεῖ τὴν ἑαυτῦ ταχυτῆτα, διὰ τὴν τοιάνδε κατάβασιν τῆς πλησίον αὐτῦ ὑδατώδυς σή-

λης· ἀναπηδήσει μὲν ἓν πρῶτον ἐν τῷ ἀέρι, καθηρεμήσει δ' εἶτα, ὅταν μέρος αὐτοῦ ἐμβυθιωθῇ, ἰσοβαρὲς τῷ ὄγκῳ τοῦ ὑγροῦ· ἐντεῦθεν ἄρα κατάδηλον, ὅτι ἡ ἀναγκαία ἰσχὺς εἰς τὸ καταβυθίσαι ὅλον τὸ στερεὸν ἐν τῷ ὑγρῷ, ἢ ἡ εἰς τὸ καταχεῖν αὐτὸ ὅλον ἐμβεβυθισμένον, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπεροχῇ, ἢ ὑπερέχει ἡ τοῦ ὑγροῦ τὴν τοῦ στερεοῦ εἰδικὴν βαρύτητα. ἐὰν ἄρα τὸ αὐτὸ στερεὸν ὑγροῖς, διάφορον μὲν ἔχουσι τὴν εἰδικὴν βαρύτητα, πᾶσι δὲ εἰδικῶς αὐτοῦ βαρυτέροις, ἐμβαπτισθῇ, ἀνελεύσεται εἰς τὰς ἐπιφανείας αὐτῶν διὰ διαφερούσης ταχυτῆτος.

92. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Τὸ μὲν ἐμβυθιζόμενον μέρος τοῦ στερεοῦ ἐμφαίνει τὴν ὅλην αὐτοῦ βαρύτητα· τὸ δ' ἐπιπολάζον, τὴν ὑπεροχήν, ἢ ὑπερέχει ἡ τοῦ ὑγροῦ τὴν τοῦ στερεοῦ εἰδικὴν βαρύτητα· ὅθεν ἀποφέρεται ἡ ἐφεξῆς ἀναλογία: ἡ εἰδικὴ τοῦ ὑγροῦ βαρύτης πρὸς τὴν τοῦ στερεοῦ λόγον ἔχει, ὃν ὁ ὅλος ὄγκος τοῦ στερεοῦ πρὸς τὸ τῷ ὑγρῷ ἐμβυθιζόμενον αὐτοῦ μέρος, τοῦτ' ἔστιν ὁ ὅλος ὄγκος τοῦ στερεοῦ πρὸς τὸ μέρος αὐτοῦ τὸ ἐμβυθιζόμενον ἐν ἀντισρόφῳ ἐστὶ λόγῳ τῆς εἰδικῆς τοῦ στερεοῦ βαρύτητος πρὸς τὴν τοῦ ὑγροῦ.

93. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Ε'ὰν στερεὸν ὑγροῖς διαφόροις εἰδικῆς βαρύτητος ἐμβληθῇ, πλεῖον μὲν καταδύσεται ἐν τῷ κουφοτέρῳ, ἧττον δὲ ἐν τῷ βαρυτέρῳ· αἱ ἄρα εἰδικαὶ βαρύτητες τῶν διαφόρων τούτων ὑγρῶν ἔσονται ἐν λόγῳ ἀντισρόφῳ τῶν καταδυομένων τοῦ στερεοῦ μερῶν· ὥσε αἱ εἰδικαὶ βαρύτητες διαφόρων ὑγρῶν ὁριωθήσονται δι' ἐνὸς στερεοῦ σώματος· ἐὰν γὰρ κύλινδρος ἐμβληθῇ διαφόροις ὑγροῖς, ᾧ τὰ καταδυόμενα μέρη τοῦ κυλίνδρου σημειωθῇ, αἱ εἰδικαὶ βαρύτητες ἔσονται ἀντισρόφως ὡς τὰ καταδυόμενα μέρη· ἐντεῦθεν ἄρα κατασκευάζεται ὄργα-

νον ὑδροσκόπιον καλέμενον, ᾧ αἱ διάφοροι καταδύσεις ἐμφαίνεσι τὰς διαφόρες εἰδικὰς βαρύτητας τῶν ὑγρῶν, οἷς ἐμβαπτίζεται.

Εἰλήφθω σφαιρίδιον ὑέλινον τὸ βγ (χ. 93), καὶ προσηρμόσθω κυλίνδρῳ τῷ αε, ὃ ἡ διάμετρος ἥττων εἴη τῆς τοῦ σφαιριδίου, ὑελίνῳ καὶ αὐτῷ, καὶ μῆκος ἔχοντι τριῶν, ἢ τεσσάρων, ἢ πέντε δακτύλων, καὶ τῷ σφαιριδίῳ βγ προσκολληθήτω σφαιρίδιον ἧττον τὸ δ, ὃ πληρωθήτω ὑδραργύρου, ἵνα τὸ ὑδροσκόπιον, τοῖς ὑγροῖς ἐντιθέμενον, πρὸς ὀρθὰς ἱσᾶται τῷ ὁρίζοντι· καὶ κατατετμήσθω ὁ κύλινδρος εἰς ἰσαλλήλους κατατομάς· ὅτως ἂν κατασκευασθὲν τὸ ὑδροσκόπιον, ἐμβληθὲν διαφόροις ὑγροῖς, διὰ τῶν κατατομῶν ἐμφανεῖ αὐτῶν τὰς εἰδικὰς βαρύτητας· ὃ μὲν γὰρ μείζων ἡ βαρύτης, ἐλάττους κατατομαὶ καταδύσονται, ὃ δ' ἥττων, πλείους· γνώριμον δ' ἦν τὸ ὄργανον τοῦτο καὶ τοῖς πάλαι, ὡς δῆλον ἐκ τῆς 16 τοῦ Συνεσίου ἐπιστολῆς· οὐ μόνον δὲ τῶν ὑδάτων, ἀλλὰ καὶ παντοίων ὑγρῶν αἱ εἰδικαὶ βαρύτητες δι' αὐτοῦ ἐξετάζεσθαι δύνανται· τὸ δ' ὄνομα αὐτῷ ἐκ τοῦ κυριωτέρου, τοῦ ὕδατος, ἀφωσίωται.

94. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Δυνατὸν σφαῖρα βαρύτερα ἐπιπολάζειν παρασκευάσαι ὑγροῖς εἰδικῶς κουφοτέροις· πρὸς δὲ τοῦτο ἐπεκτεῖναι χρὴ τὸ σφαῖρον, μεθ' ὃ ὕτω σχηματίσαι, ὡς ἐμπεριέχειν κοιλότητα τοσαύτην, ὥσε ὄγκος ὑγροῦ ἴσος τῷ τοῦ σφαίρου κενῷ σφαιρῷ σχήματι συνάμα τῷ σφαίρῳ μεῖζον ἕλκειν αὐτοῦ βάρος· δῆλον γὰρ, ὅτι πᾶς κυβικὸς ἀργύρου, λεπτότατος τὰς ἐκτὸς ἐπιφανείας, καὶ τὰ ἐντὸς κενὸς, ἐπιπολάσει τῷ ὕδατι· διὰ γὰρ τὸ πολὺ κενὸν ἡττοβαρὴς ἔσαι ποδὸς κυβικοῦ ὕδατος· ἐντεῦθεν ἄρα πλοιάρια χαλκοῦ κατασκευασθῆναι δύνανται, ὡς καὶ φορτία φέρειν.

Ἀλλὰ γὰρ καὶ σώματα βαρέα μετεωριωθῆναι εἰς ἀέρα δύνανται, ὑπὸ τοῦ βάρους τοῦ ἀέρος ἀναγόμενα· ἤδη δὲ καὶ μηχανὰς ἀεροστατικὰς κατεσκεύασαν ἄνθρωποι ἐκλεπτοῦ ὑφάσματος, παρὰ πολὺ εἰδικῶς κουφοτέρα, ἢ ὁ ἀήρ· ἐμόναι δὲ αὗται εἰς τὸν ἀέρα ἵπτανται, ἀλλ' εἴπερ ἡ διάμετρος αὐτῶν εἴη μεγάλη, καὶ βάρη μεγάλα συνεπιφέρεται, οἷον ἀνθρώπους μετὰ τῶν ἀναγκαίων αὐτῶν ἐφοδίων· πληρούμεναι γὰρ αἱ μηχαναὶ τοῦ καλουμένου φλογιστοῦ ἀέρος, ἢ ὑδρογόνου, ἔστινος ἡ εἰδικὴ βαρύτης πρὸς τὴν τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος λόγον ἔχει :: 1 : 15, κατὰ τὰ πειράματα τῶν σοφῶν χημικῶν, καὶ τῷ ἐλασικῷ καλουμένῳ κόμμι ἀλειφόμεναι ἔξωθεν, ἵνα μὴ ὁ ἐκτὸς ἀὴρ εἰσέλθῃ, εἰδικῶς κουφότεραι τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος καθίστανται.

Κυβικὸς πῆχυς ἀέρος βάρος ὡς ἔγγιστα ἕλκει δραχμῶν 7 (Ἀριθ. 162)· εὐχερῶς δ' ἂν κατανοεῖται· α'. ὅτι ὄγκος ἀέρος ἴσος τῷ τοῦ ἐν τῇ μηχανῇ, καὶ τὴν μηχανὴν περικυκλῶν, τῷ βάρει ἐστὶ δεκαπενταπλάσιος τοῦ ἐν τῇ μηχανῇ, ἐξαιρουμένου τοῦ ὑφάσματος· β'. αὐξομένης τῆς κατὰ τὴν ἀερομηχανὴν διαμέτρου, καὶ ἑπομένως τοῦ ἀριθμοῦ τῶν οἱ ἐμπεριεχομένων κυβικῶν ποδῶν, ἔσαι ὅτε ἡ μηχανὴ σὺν τῷ ἐν αὐτῇ ὑδρογονικῷ ἀέρι ἰσοβαρὴς ἔσαι τῷ ἀτμοσφαιρικῷ ἀέρι· καὶ τηνικαῦτα, εἰ βραχὺ ἐξαρθείη ἡ μηχανὴ εἰς τὸν ἀέρα, ἐκεῖθι μενεῖ ἀπηωρημένη· τῆς δὲ διαμέτρου κατὰ μικρὸν αὐξομένης, ἡ μηχανὴ, τὸ τοῦ ὑφάσματος βάρος ὑπερνικῶσα, ἀρθήσεται εἰς τὸν ἀέρα, καὶ τοσούτῳ τάχιον, ὅσον ἂν εἴη μείζων ἡ αὐτῆς διάμετρος· οἱ γὰρ ὄγκοι τοῦ περὶ αὐτὴν ἀέρος οἱ ἴσοι τῷ τοῦ ἐν τῇ μηχανῇ, βαρύτεροι γινόμενοι τοῦ ἐν αὐτῇ, τὰς ἀερώδεις αὐτῶν σήλας βαρυτέρας ἀπεργάζονται τῶν τοῦ ἐν τῇ μηχανῇ· ὅθεν αὗται κατιοῦσαι, ἐκείνας ἀνελθεῖν καταναγκάζουσι.

95. Ἰσέον μέντοι, ὅτι ἡ μηχανὴ ἐκ ἄνεισιν εἰς τὴν τῆς ἀτμοσφαίρας κορυφὴν, ὥσπερ τὰ σερὰ εἰς τὴν ἀνωτάτω ἐπιφάνειαν τῶν εἰδικῶς βαρυτέων ὑγρῶν· ἡ μὲν γὰρ εἰδικὴ βαρύτης τῶν ἄλλων ὑγρῶν, ᾗ ἐλασικῆς δυνάμεως ὁπωσῦν ἀμοίρων, οἷον τοῦ ὕδατος, ἡ αὐτή ἐσι δι' ὅλε τοῦ ὕψες, πυκνότητα ἐχόντων τὴν αὐτήν· ἡ δὲ τοῦ ἀέρος ποικίλλεται· ἡ γὰρ αὐτοῦ πυκνότης, ὡς ὕσερον εἰσόμεθα, ἐκ τοῦ ὁρίζοντος μέχρι τῆς κατὰ τὴν ἀτμοσφαίραν κορυφῆς ὅσῳ πρόεισιν, ἀπομειῦται· ὥσε τῆς εἰδικῆς βαρύτητος, ἀναλόγε ἔσης πρὸς τὴν πυκνότητα (47), τῶν κατὰ διαδοχὴν περικυκλέντων τὴν μηχανὴν ἀερωδῶν ὄγκων, τῶν ἑκάσε ἰσαμένων τῷ τοῦ ἐν τῇ μηχανῇ, ἀεὶ μᾶλλον ᾗ μᾶλλον ἀπομειεμένης, ἀφίξεται τελευταῖον ἡ μηχανὴ εἰς ὕψος ὡρισμένον, ἔνθα ὄγκος τοῦ τὴν μηχανὴν περιέχοντος ἀέρος, ἴσος τῷ τῆς μηχανῆς, ἰσοβαρὴς αὐτῇ καθίσαται· ἀναλικνηθεῖσα δὲ πολλάκις ὑπὲρ τοῦτο τὸ ὕψος διὰ τὴν, ἣν ἀνιοῦσα ἐκτήσατο, ταχύτητα, τῶν ἀναλικνήσεων αὐτῇ διὰ τὴν τριβὴν ἐλαττεμένων, τελευταῖον σήσεται, εἴτ' ὂν ἀντιῤῥοπήσει τῷ ἐκεῖθι ἀέρι· ἐντεῦθεν δὲ ᾗ τοῦτο καταφαίνεται, τὴν τῆς σφαίρας ταχύτητα ἐπαύξειν ἀεὶ, μίχρις ἂν ἀφίκηται, ὅπε τῷ ἀτμοσφαιρικῷ ἀέρι ἀντιῤῥοπεῖ, μὴ μέντοι ἰσοταχῶς, καθὰ συμβαίνει τοῖς κατιοῦσι σώμασιν· ἵνα γὰρ ἰσοταχῶς αὔξῃ ἡ ταχυτὴς, ἴσοις χρόνοις ἴσαις προσθήκαις ἐπαύξεσθαι αὐτὴν χρή· ἀλλαμὴν ἐνταῦθα αἱ αὐξήσεις προϊοῦσαι ἀπομειῦνται, ὡς ἀποτελέσματα διαφόρων εἰδικῶν βαρυτήτων τῶν τοῦ περικυκλοῦντος ἀέρος ὄγκων, τῶν ἀεὶ ὑπελαττεμένων· ἄρα κτ.

Τὸ δὲ ὕψος, εἰς ὅπερ ἀρθήσεται ἡ μηχανὴ, πρὶν ἢ τῷ ἀέρι ἀντιῤῥοπήσῃ, συμποικιλεῖται τῇ διαμέτρῳ τῆς

μηχανῆς, τῷ αὐτῆς βάρει, ϗ τῶν σὺν αὐτῇ· ϗ ἐν γένει συναγαγεῖν δυνατὸν, ὅτι τὰ ὕψη διαφόρων μηχανῶν ἐν λόγῳ εἰσὶ συνθέτῳ ἔκ τε τοῦ ὀρθοῦ λόγου τῶν ἀπὸ τῶν διαμέτρων κύβων, καὶ ἐκ τοῦ ἀντιστρόφου τῶν κατὰ τὰς μηχανὰς βάρεων. Ἐκ δὲ τῶν εἰρημένων εὐχερῶς κατανοεῖται, ὅτι ἐχ' ὅπως ἐκ χάρτου, ἢ ὑφάσματος λεπτοῦ, κατασκευάσαι δυνάμεθα ἀεροβατικὰς μηχανὰς, ἀλλὰ ϗ ἐκ σωμάτων ἄλλων, πολλῷ εἰδικῶς βαρυτέρων.

96. Πῶς γὰρ χαλκοῦ ἐπινοηθήτω προηγμένος εἰς ὑπερφυῆ λεπτότητα διὰ σφυρηλασίας, ϗ ἐκ τούτου κατεσκευασμένη σφαῖρα, μεγάλην ἔχουσα διάμετρον· ϗ πληρωθήτω ὑδρογονικοῦ ἀέρος, ὃ ἡ εἰδικὴ βαρύτης πρὸς τὴν τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ λόγον ἔχει :: 1 : 15· ἐντεῦθεν ἄρα ἀεροβατικὴ κατεσκεύασαι μηχανὴ, τῆς ἐξ ὑφασμάτων διαφέρουσα, ὅτι ἡ ταύτης περιοχὴ, χαλκῆ οὖσα, βαρυτέρα ὑπάρχει τῆς κατ' ἐκείνην· δεήσει ἄρα, ἵν' ἄμφω εἰς τὸ αὐτὸ μετεωρισθῶσιν ὕψος, πόδας κυβικοὺς πλείους περιέχειν ταύτην τῶν ἐκείνης· ὥστε $\frac{1}{14}$ τῶν κυβικῶν ποδῶν, οἷς οἱ ἐν τῇ χαλκίνῃ ὑπερέχουσι τῶν ἐν τῇ ἐξ ὑφάσματος, ἐξισοῦσθαι τῇ ὑπεροχῇ τοῦ βάρους, ᾗ ὑπερέχει ἡ χαλκίνη περιοχὴ τῆς ἐξ ὑφάσματος· δεῖ ἄρα τῆς χαλκίνης τὴν διάμετρον τοσούτῳ μείζω ὑπάρχειν τῆς κατὰ τὴν ἐξ ὑφάσματος, ὥστε τὴν σφαιρότητα ἐκείνης ὑπερέχειν τῆς κατὰ ταύτην τῷ ζητουμένῳ ἀριθμῷ τῶν κυβικῶν ποδῶν· ἔτως ἄρα ἄμφω εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος τῆς ἀτμοσφαίρας ἀρθήσονται, ϗ τὸ αὐτὸ ἀνέξουσι βάρος.

97. ΠΟΡΙΣΜΑ ς'. Αὐξηθέντων τῶν ἐν νηῒ φορτίων ποσότητί τινι λόγου ἀξίᾳ, ἡ ναῦς εἰς πλεῖον ὕδατος βάθος κάτεισι· κληρώσεται γὰρ χωρίον ἴσον ὄγκῳ ὕδα-

τος, ᾧ ἡ βαρύτης ἰσῶται τῷ τῆς νηὸς βάρει, συνάμα τῷ τῶν ἐν αὐτῇ φορτίων.

98. ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ΄. Γνωσθὲν ὄντος τοῦ βάρους τῶν νηΐ ἐντεθησομένων φορτίων, εὑρεθήσεται ἡ ξηρεότης τοῦ ἐμβαπτισθησομένου τῆς νηὸς μέρους· ἐλκέτωσαν γὰρ τὰ φορτία βάρος κινταλίων 100 = 10000 λίτραις (Ἀριθ. 157)· ᾧ ἐπεὶ ποὺς κυβικὸς ὕδατος βάρος ἕλκει λιτρῶν 54 (Ἀριθ. 160)· ἄρα $1^{\circ}0^{\circ}0^{\circ}_{54}$ = 185 $\frac{5}{24}$· ἄρα λίτραι 10000 ἰσοῦνται τῷ βάρει 185 $\frac{5}{24}$ κυβικῶν ποδῶν ὕδατος· ἄρα τὸ ἐμβαπτισθησόμενον μέρος τῆς νηὸς ἔξει κυβικῶν ποδῶν 185 $\frac{5}{24}$.

99. ΠΟΡΙΣΜΑ Η΄. Τοὐναντίον δὲ, τῆς κατὰ τὴν ναῦν ξηρεότητος γνωσθείσης ὅσης, εὑρεθήσεται, πόσου βάρους αὐτῇ ἐντεθέντος, τὰ χείλη τῆς νηὸς ἐπὶ τῆς αὐτῆς τῷ ὕδατι γενήσονται ἐπιφανείας· ἔσω γὰρ ἡ τῆς νηὸς ξηρεότης = 1000 κυβικοῖς ποσίν· ὅταν ἄρα τὰ χείλη τῆς νηὸς τῷ ὕδατι ἐπὶ τῆς αὐτῆς γένωνται ἐπιφανείας, ἡ ναῦς εἰχωρήσει εἰς βάθος ἴσον τῷ ὄγκῳ 1000 κυβικῶν ποδῶν ὕδατος· ἄρα 1000 × 57 = 57000 λίτραις = 570 κινταλίοις ἐντεθήσεται φόρτος τῇ νηΐ, ᾧ τὰ χείλη τῆς νηὸς ἐπὶ τῆς αὐτῆς τῷ ὕδατι ἐπιφανείας γενήσεται.

100. ΠΟΡΙΣΜΑ Θ΄. Τοὐναντίον δὲ, τοῦ ἐν τῇ νηΐ βάρους ποσῷ τινι ἐλαττωθέντος, ἀρθήσεται ἡ ναῦς μικρὸν πρὸς τὰ ἄνω· κατέχει γὰρ ἐν τῷ ὕδατι χῶρον ἴσον ὄγκῳ ὕδατος ἰσοβαροῦς τῷ πρὶν τῆς νηὸς βάρει, πλὴν τοῦ κατὰ τὸ ἐξαιρεθὲν σῶμα.

Ἐντεῦθεν ἄρα μανθάνομεν, ὅπως ἐκ τοῦ βυθοῦ τῶν ὑδάτων βάρος μέγα, οἷον κώδων, κίων, κανόνιον, κτλ. ἀνελκυσθήσεται· ἐὰν γὰρ ναῦς πρῶτον μὲν ὕτως ἐμπλησθῇ βαρέων φορτίων, ἔστ' ἂν γένωνται τὰ χείλη αὐτῆς

ἐπὶ τῆς αὐτῆς τῷ ὕδατι ἐπιφανείας, εἶτα ἀλύσεων ἢ καλωδίων τῆς νηὸς ἐξημμένων, ϗ τοῖς εἰρημένοις σώμασι προσδεδεμένων, κενωθῇ τῶν φορτίων, ἀναδύσεται ἰσχύϊ ἐμφαινομένη ὑπὸ τε βάρους τῶν φορτίων, ϗ τὸ βαρὺ σῶμα ἀναστάσεται· τῆς δὲ χρείας ἀπαιτούσης, ϗ δυσὶ ϗ πλείοσι ναυσὶ πρὸς τοῦτο δυνάμεθα χρήσασθαι.

101. ΠΟΡΙΣΜΑ Ι΄. Ἐπείπερ τὰ ἐμβαπτόμενα μέρη τῶν στερρῶν ἀντιστρόφως εἰσὶν ὡς αἱ εἰδικαὶ βαρύτητες τῶν ὑγρῶν (95), τοῦ θαλασσίου ὕδατος, διὰ τὰ ἐν αὐτῷ ἅλατα, βαρυτέρου ὄντος, ἢ τὸ ποτάμιον, τὸ λιμναῖον κτλ. ναῦς ἐμπεπλησμένη τοῦ αὐτοῦ βάρους μᾶλλον ἐγκαταδύει τῷ ποταμίῳ, ἢ τῷ θαλασσίῳ ὕδατι· καὶ ἐπείπερ τοῦ ποταμίου τῆς βαρύτητος ἀντὶ μονάδος ληφθείσης, ἡ τοῦ θαλασσίου ἔσιν ὡς ἔγγιστα = 1,03· τὸ τῆς νηὸς μέρος, τὸ ἐναταδυόμενον ποταμίῳ ὕδατι, πρὸς τὸ θαλασσίῳ, ἔσιν :: 1,03 : 1· ἐντεῦθεν ἄρα εὐπετέστερον ἄντις ἐπινήχοιτο τῇ θαλάσσῃ, ἢ τοῖς ποταμίοις ὕδασι.

102. ΣΧΟΛΙΟΝ. Εἴδομεν ἤδη, ὅτι, δοθέντων τῆς κατὰ τὴν ἀεροβατικὴν μηχανὴν στερεότητος, ϗ τοῦ λόγου τῆς τοῦ ἐν αὐτῇ ἀέρος εἰδικῆς κυφότητος, δυνατὸν εὑρεῖν (Ἀριθμ. 217. Ὑπόδ. Δ΄.), ὅσον βάρος ἐν τῷ ἀέρι ἀνέξει ἡ μηχανή· ἐντεῦθεν ἕπεται ἐν γένει, ὅτι τῶν τριῶν τούτων, τῆς κατὰ τὴν ἀερομηχανὴν στερεότητος, τοῦ λόγου τῆς τοῦ ἐν αὐτῇ ἀέρος εἰδικῆς κυφότητος, ϗ τοῦ τῇ μηχανῇ ἀκριβῶς ἀνεχομένου βάρους, δυοῖν δοθέντων, εὐπετῶς τὸ τρίτον εὑρίσκεται, εἰ μόνον γινώσκοιτο ϗ τὸ βάρος αὐτῆς τῆς μηχανῆς, ὅπερ ἄντις συνυπολογίσαιτο τῷ τῶν ἀνεχομένων πραγμάτων.

103. ΘΕΩΡΗΜΑ Δ΄. Στερρὸν εἰδικῶς βαρύτερον, ὑγρῷ εἰδικῶς κυφοτέρῳ ἐμβαπτόμενον, καταδύσεται εἰς

τὸν πυθμένα ταχυτῆτι ταχυνομένη δι' ἰσχύος ἴσης τῇ ὑπεροχῇ, ἣ ὑπερέχει ἡ εἰδικὴ τοῦ σερροῦ βαρύτης τὴν τοῦ ὑγροῦ.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἡ γὰρ σήλη, ἣ ἐπιβάλλεται τὸ σερρὸν, ταπεινωθήσεται, εἰς ὃ τὸ ἑαυτῆς βάρος ἰσωθείη τῷ τῶν ἄλλων σηλῶν (80)· ἀλλὰ γὰρ αὕτη τῶν λοιπῶν ἀεὶ ἔσαι βαρυτέρα, μέχρις ἂν τὸ σερρὸν εἰς τὸν πυθμένα γένηται· τοῦ γὰρ σερροῦ ἐγκαταδύοντος, εἰς τὸν κοῖλον χῶρον, ὃν ἡ σήλη κατιοῦσα ἐᾷ, ἐπιρρέουσῶν τῶν ἄλλων σηλῶν, αὐτὴ βαρυτέρα αὖθις ἀποτελεῖται· ἄρα ἀ παύσεται κατιοῦσα, ἢ τὰς ἄλλας ἀνυψοῦσα σήλας, ἕως ἓ τὸ σερρὸν, τῶν μερῶν αὐτῆς ἄλλο μετ' ἄλλο ὑποχωρούντων, ἢ εἰς τὰς προσεχεῖς σήλας τὰς ἀνιούσας μεθισαμένων, ἐφάψηται τοῦ πυθμένος· ἄρα τὸ α'.

Πάντα τὰ σώματα, τῇ ἰδίᾳ ἑαυτῶν βαρύτητι καταβαίνοντα, ταχυτῆτι ταχυνομένη κατίασιν (Φυσ. 173. Τόμ. Δ'.)· ἀκοῦν ἢ τὸ τῷ ὑγρῷ ἐμβυθιζόμενον· ἄρα τὸ β'.

Τῆς εἰδικῆς τοῦ σερροῦ βαρύτητος ἰσουμένης τῇ τοῦ ὑγροῦ, τὸ σερρὸν πᾶσαν ἑαυτοῦ ἀποτίθησι τὴν βαρύτητα (81)· ἢ ταύτῃ ἠρεμήσει, ὅπου ἂν τεθείη ὑπὸ τὴν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνειαν· κινηθήσεται ἄρα τῇ ὑπεροχῇ, ἣ ὑπερέχει ἡ εἰδικὴ αὐτοῦ βαρύτης τῆς τοῦ ὑγροῦ· ἄρα ἢ τὸ γ'. Ο. Ε. Δ.

104. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Τὸ σερρὸν τοσούτῳ τάχιον ἐγκαταδύσεται, ὅσῳ μείζων ἐστὶν ἡ αὐτοῦ τῆς τοῦ ὑγροῦ εἰδικῆς βαρύτητος, ἢ ἐὰν ἐφεξῆς ἐμβληθῇ τὴν εἰδικὴν βαρύτητα διαφέρουσιν ὑγροῖς, τοσούτῳ τάχιον καταδύσεται, ὅσῳ μᾶλλον εἴη ἡττοβαρὲς τὸ ὑγρόν· διὸ λίθος τάχιον ἐν τῷ ἀέρι, ἢ ἐν τῷ ὕδατι, κάτεισι, ἢ τάχιον δὲ πάντως καταδύσεται ἐν τοῖς ποταμιοις ὕδασιν, ἢ ἐν τῷ θαλασσίῳ.

105. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Τὸ σερρὸν, ὑγροις ἐγκαταδυόμενον, μόνην ἐνδιασώζει τὴν ὑπεροχὴν τῆς ἑαυτῦ εἰδικῆς βαρύτητος· πείρᾳ δὲ μονίμῳ ϗ ἀμεταβλήτῳ τυτὶ ἐμπεδῦται· ποσὸν γὰρ ὑδραργύρυ, ἐν ἀέρι σαθμηθὲν, εὕρηται ἀντίῤῥοπον λίτραις 14· τῦτ' αὐτὸ δὲ, ζυγῷ ἐν ὕδατι σαθμώμενον (κ. 94), ἀντίῤῥοπον εὑρέθη 13 λιτρῶν σαθμῷ τεθέντι ἐπὶ τῆς ἐν τῷ ἀέρι πλάσιγγος Α· χρυσῦ τμῆμα, ἐν μὲν ἀέρι σαθμηθὲν εὕρηται ἀντίῤῥοπον 19 λίτραις· ἱππείαις δὲ ϑριξὶ προσδεθὲν, ϗ τῷ ζυγῷ προσαφθὲν διὰ τῶν τριχῶν, ϗ ὕδατι τῷ ἐν τῇ φιάλῃ Γ ἐμβαπτισθὲν, εὑρέθη ἀντίῤῥοπον 18 λίτραις· ὥσε ὁ μὲν χρυσὸς ἐν τῷ ὕδατι ἀποτίθησιν $\frac{1}{19}$ τῆς ἑαυτῦ βαρύτητος, ὁ δ' ἰδράργυρος, $\frac{1}{14}$· ὅθεν κατάδηλον, ὅτι ὁ μὲν χρυσὸς ἐνδιασώζει τὴν ὑπεροχὴν τῆς ἑαυτῦ ὑπὲρ τὴν τῦ ὕδατος εἰδικὴν βαρύτητα, εἶτ' ἔν 18, ὁ δ' ὑδράργυρος τὴν ἑαυτῦ ὑπεροχὴν 13· ὡσαύτως δὲ ϗ ἄλλα σερρὰ, ὑγροῖς ἑαυτῶν εἰδικῶς κυφοτέροις ἐμβαπτόμενα.

106. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄. Ε'ὰν σχετικὴ βαρύτης σώματος κληθῇ ἡ ὑπεροχὴ, ἥπερ ἡ εἰδικὴ αὐτῦ βαρύτης ὑπερέχει τὴν ἑτέρυ σώματος, τὸ βάρος, ὃ σερρὸν εἰδικῶς βαρύτερον, ὑγρῷ εἰδικῶς κυφοτέρῳ ἐμβαπτόμενον, ἐνδιασώζει, ἔσαι ἐκ τῶν ἤδη εἰρημένων ἡ σχετικὴ αὐτῦ βαρύτης· ἡκῦν τῦ μὲν ὑδραργύρυ πρὸς τὸ ὕδωρ σχετικὴ βαρύτης ἐσὶν ὡς 13, τῦ δὲ χρυσῦ πρὸς τὸ ὕδωρ, ὡς 18.

107. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ΄. Ε'ὰν τὸ αὐτὸ σερρὸν διαφέρυσι τὴν εἰδικὴν βαρύτητα ὑγροῖς ἐμβληθῇ, τοσύτῳ πλεῖον ἀποθήσει τῦ ἑαυτῦ βάρυς, ὅσῳ πλείων ἂν εἴη τῦ ὑγρῦ ἡ εἰδικὴ βαρύτης, ϗ ἡ εἰδικὴ βαρύτης τῶν ὑγρῶν δηλωθήσεται διὰ τῦ ἀποτιθεμένυ μέρυς τῆς κατὰ τὸ σερρὸν βαρύτητος· ὁ τοίνυν χρυσὸς, ὕδατι μὲν ἐμβαπτισθεὶς,

$\frac{1}{19}$ τῦ ἑαυτῦ βάρυς ἀποτίθεται· ὅθεν ἡ εἰδικὴ τῦ ὕδατος βαρύτης πρὸς τὴν τῦ χρυσῦ ἔσιν :: 1 : 19· ὑδραργύρῳ δὲ, $\frac{14}{19}$· ὅθεν ἡ εἰδικὴ τῦ ὑδραργύρυ βαρύτης πρὸς τὴν τῦ χρυσῦ λόγον ἔχει :: 14 : 19· ἐντεῦθεν ἄρα συνάγεται, ὅτι ἡ εἰδικὴ τῦ ὕδατος βαρύτης πρὸς τὴν τῦ ὑδραργύρυ λόγον ἔχει, ὃν τὸ ἐν τῷ ὕδατι ἀποτεθὲν βάρος τῦ χρυσῦ, πρὸς τὸ ἀποτεθὲν αὐτῦ ἐν τῷ ὑδραργύρῳ, εἴτ' ὂν :: $\frac{1}{19}$: $\frac{14}{19}$, ἢ ἑπομένως :: 1 : 14.

108. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Ἐντεῦθεν ἄρα τὰς εἰδικὰς βαρύτητας, ὅσων ἂν βέλῃ, ὑγρῶν εὑρεῖν δυνήσῃ· σῶμα γὰρ σερρὸν τὸ Δ'. (κ. 94) θριξὶν ἵππυ προσδέσας, ἢ τῷ Ε βραχίονι τῦ ζυγῦ προσαρτήσας, ἀντίῤῥοπόν τε τῷ σαθμῷ Α κατασήσας, διαφόροις ὑγροῖς, ὧν τὴν εἰδικὴν βαρύτητα ζητεῖς, ἐγκαταβύθιζε· τὰ δ' ἀποτεθέντα βάρη τῦ βυθιζομένυ σώματος, ἃ προσθεῖναι ἐπάναγκες τῇ πλάσιγγι Α, ἵν' ὑπάρχῃ ἀντιῤῥοπία, ἐμφανῦσι τὰς εἰδικὰς τῶν ὑγρῶν βαρύτητας· ταύτην ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖσον οἱ φιλοσοφήσαντες τὴν ὁδὸν περιπατήσαντες, διώρισαν τὰς εἰδικὰς βαρύτητας παντοίων ῥευσῶν, ὧν (τῶν γῦν κυριωτέρων) περιεκτικός ἐσιν ὁ ἐφεξῆς πίναξ, ἐν ᾧ, ὡσαύτως δὲ κἂν τῷ ἐφεξῆς, τῦ ὑετίυ ὕδατος ἡ βαρύτης ὡς ὅρος ὑποτίθεται παραθέσεως· διὸ τίθεται ἴσος 1, ἢ = 1,000 (Ἀριθ. 232).

109. Πίναξ τῶν κατὰ τὰ κυριώτερα ῥευστὰ εἰδικῶν βαρυτήτων.

Ἀὴρ ἀτμοσφαιρικός	0,001	Γάλα	
Αἷμα		δαμάλεως . .	1,030
ἀνθρώπειον . .	1,040	ὄνυ	1,021
πυκνότερον . .	1,056	γάλακτος ὀῤῥός	1,016
Αἵματος ὀῤῥός .	1,027		

Ε"λαιον	Πνεῦμα.
ἀμυγδάλων . . 0,926	νίτρϐ κοινῦ . . 1,315
λίνϐ 0,932	νίτρϐ κεκαθαρμένϐ 1,610
μοσχοκαρύων . 0,948	ἅλατος θαλασσίϐ 1,130
ἐλαιῶν . . . 0,913	θείϐ . . . 1,019
τερεβινθίνης . . 0,792	ταρτάρϐ . . 1,073
βιτριολίϐ . . 1,700	τερεβινθίνης . 0,874
Οἶνος.	οἴνϐ κεκαθαρμένον 0,866
Βυργυντιακός . 0,953	βιτριολίϐ . . 1,203
τῆς Καμπανίας 0,962	Υ"δωρ.
Ο"ξος.	ὑέτειον . . . 1,000
ζύθϐ 1,034	διεξαλαγμένον . 0,993
οἴνϐ 1,011	ποτάμιον . . 1,009
διεξαλαγμένον . 1,030	θαλάσσιον . . 1,030
Πνεῦμα.	βασιλικόν . . 1,234
ἀμϐάρϐ . . . 1,031	δρασικόν . . 1,300
	φρεάτειον . . 0,999

110. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ε'ὰν δὲ τὐναντίον διάφορα ϛερῥὰ ἐν τῷ αὐτῷ ῥευϛῷ, ὃ ὡς ὅρος παραθέσεως παραλαμϐάνεται, οἷον τῷ ὕδατι, ὅπερ διὰ τῦτο ἡ εἰδικὴ βαρύτης καλεῖται 1, ἐμϐαπτιϖῶσι, ϗ ἐν αὐτῷ, ὡς εἴρηται ἀνωτέρω, ϛαθμηθῶσιν, ἡ ἑκάϛϐ εἰδικὴ βαρύτης δηλωθήσεται διὰ τῦ ἀποτεθέντος αὐτῶν ἐν τῷ ὕδατι βάρυς· τὸ δὲ πρᾶγμα τοῖς προεκτεθεῖσι διαλευκανῦμεν ὑποδείγμασι· τμῆμα χρυσῦ, ἐν ἀέρι μὲν ἀντιῤῥοπεῖ 19 ϖγγίαις· ἐν ὕδατι δὲ, 18· ἀποτίθησιν ἄρα $\frac{1}{19}$ τῦ ἑαυτῦ βάρυς· ὑδραργύρϐ ποσὸν, ἐν μὲν ἀέρι ἀντιῤῥοπεῖ 14 λίτραις, ἐν ὕδατι δὲ, 13· συνάγεται ἄρα τὸν ὑδράργυρον ἀποθέϑαι $\frac{1}{14}$ τῦ οἰκείϐ βάρυς, ϗ τὴν μὲν τῦ χρυσῦ εἰδικὴν βαρύτητα ὑπάρχειν 19, τὴν δὲ τῦ ὑδραργύρϐ 14, τὴν

δὲ τῦ ὕδατος 1· διὰ γὰρ τύτυ τῦ πειράματος, ὄγκος μὲν χρυσῦ ἴσος ὄγκῳ ὕδατος ἐννεακαιδεκαπλάσιος τῷ βάρει τῦ ὕδατος ἐξελέγχεται· ὑδραργύρυ δὲ, τετραδεκαπλάσιος τῦ αὐτῦ ὕδατος.

111. Καὶ ἔτω μὲν εὑρίσκεται ἡ εἰδικὴ βαρύτης πάντων τῶν τῦ ὕδατος βαρυτέρων σερῥῶν· ἡ δὲ τῶν ὑδατος ἡττοβαρῶν εὑρίσκεται διάτινος τῶν τῦ ὕδατος βαρυτέρων ἔτω· ά. σαθμηθήτω ἐν τῷ ἀέρι τὸ ὕδατος ἡττοβαρὲς σῶμα, ὡσαύτως ϗ σῶμα τῦ ὕδατος βαρύτερον, δὸς εἰπεῖν, μόλιβδος· ϗ εἰλήφθω τὸ ἄθροισμα τῶν δυοῖν βαρυτήτων· ϗ ἦν μὲν ἡ τῦ βαρυτέρυ, τῦ μολίβδυ φέρε, εἰδικὴ βαρύτης ἄγνωσος ἦ, εὑρεθήτω, ὡς ἀνωτέρω εἴρηται, διὰ τῆς ἐν τῷ ὕδατι σαθμήσεως· β. συναφθέντα τὰ δύω ταῦτα σώματα σαθμηθήτωσαν ἐν τῷ ὕδατι· ὃ δ' ἀποθήσεται βάρος τὰ δύω ὁμῦ σώματα, ἔσαι ἴσον τῷ βάρει ὄγκυ ὑδατώδυς ἴσυ τῷ ἀθροίσματι τῶν κατὰ τὰ δύω σώματα ὄγκων· ἀφελόντες ἄρα ἀπὸ τῦ ἀθροίσματος τῶν δυοῖν ἀποτεθέντων βάρεων τὸ ἀποτιθέμενον ὑπὸ τῦ μειζοβαρῦς σώματος βάρος, ἕξομεν τὴν εἰδικὴν τῦ ἡττοβαρῦς βαρύτητα· δῆλον γὰρ, ὅτι τὸ βάρος τοιύτυ ὄγκυ ὑδατώδυς πρὸς τὸ βάρος τῦ ἴσυ τῷ τῦ ὕδατος ὄγκυ τῦ κυφοτέρυ σώματος λόγον ἔχει, ὃν ἡ εἰδικὴ τῦ ὕδατος βαρύτης, πρὸς τὴν τῦ κυφοτέρυ ζητυμένην εἰδικὴν βαρύτητα.

112. Πίναξ τῆς διαφόρων εἰδῶν σερῥῶν σωμάτων εἰδικῆς βαρύτητος.

Ἀδάμας . . .	3,517	Ἄλας ὀρυκτὸν .	2,143
Ἀλάβαστρον . .	1,892	τῦ Γλαυβέρυ .	2,246
Ἄλας ἀμμωνιακὸν καθαρὸν . .	1,453	βιτριολίυ . .	1,900

χάλυβος	. .	1,830	
Ἀμίαντος	. .	2,913	
Ἄμμος ποτάμιος	.	1,900	
Ἀντιμώνιον ὠμὸν	.	4,000	
Οὐγγαρικὸν	.	4,700	
Ἀφροδίτης	.	7,500	
κινναβάρεως	.	6,044	
Ἄργιλλος	. .	1,929	
Ἄργυρος καθαρὸς.		11,091	
Ὁλλανδικὸς	.	10,535	
Ἄσφαλτος σερρᾶ			
καθαρὰ	. .	1,283	
Ἀχάτης	. . .	2,592	
Βάλσαμον	. . .	0,896	
Βιτριόλιον Βρετανι-			
κὸν	. . . .	1,880	
Δαντισκανικὸν	.	1,715	
Ἤλεκτρον διαφα-			
νὲς	. . . .	1,065	
Θεῖον καθαρὸν	.	2,000	
κοινὸν	. . .	1,800	
Ἰχθυοκόλλα	. .	1,111	
Κασσίτερος καθα-			
ρὸς	. . . .	7,320	
Κασσίτερος Βρε-			
τανικὸς	. .	7,471	
Βρετανικὸς κα-			
θαρὸς	. . .	7,295	
Κέρας βοὸς	. .	1,840	
ἐλάφου	. . .	1,875	
ῥινοκέρωτος	.	1,242	
Κηρὸς ὠχρὸς	. .	0,955	
Κινάβαρις φυσικὴ	.	7,300	
κατασκευασὴ	.	8,200	
Κόμμι ἀραβικὸν	.	1,375	
τραγακάνθης	.	1,333	
Κοράλλιον ἐρυθρὸν	.	2,689	
Κοράλλιον λευκὸν	.	2,500	
Λιθάνθραξ	. .	1,240	
Λιθάργυρος χρυσίτις		6,000	
ἀργυρίτις	. .	6,044	
Λίθος καδμία	.	5,000	
αἱματίτης	. .	4,360	
πυρίτης	. .	2,600	
κρυσταλλίτης ἀ-			
πότομος	. .	2,650	
γρανίτης ὀρυ-			
κτὸς	. . .	3,100	
ἴασπις	. . .	2,666	
τοπάζιον	. .	3,450	
μαγνῆτις	. .	4,585	
Μάρμαρον μέλαν			
τῆς Ἰταλίας	.	2,704	
λευκὸν	. . .	2,704	
Μόλιβδος τῆς Γερ-			
μανίας	. . .	11,310	
τῆς Βρετανίας	.	11,325	
Νίτρον	. . .	1,900	
Ξύλον κλήθρας	.	0,530	
ἁλόης	. .	1,177	

πηξῦ . . .	1,030	Πυρίτις κόνις . .	0,914
βρασιλιανὸν .	1,030	Ῥητίνη τῆς καϊάκης	1,224
κέδρυ . . .	1,613	Σίδηρος . . .	7,645
πρίνυ . . .	1,143	χωνευθεὶς . .	7,114
πρίνυ ξηρῦ . .	0,854	σφυρήλατος .	8,286
ἐβένυ . . .	1,177	Στυπτηρία . .	1,714
σφενδάμνυ .	0,755	Ὀσέα βοὸς ξηρὰ .	1,656
μελίας . .	0,845	προβάτυ πρόσ-	
καϊάκης . .	1,337	φατα . . .	2,222
ἀρκεύθυ . .	0,556	Ὑδράργυρος Γερ-	
φηγῦ . . .	0,854	μανικὸς . .	14,000
ὑσσώπυ . .	0,986	Βρετανικὸς .	13,593
πτελέας . .	0,600	Ὕελος λευκὴ .	3,150
καρύας . .	0,600	Χάλυξ . . .	2,542
λύγυ . . .	9,543	Χάλυψ . . .	
κοκκυμηλέας .	0,663	ἄπαλὸς . .	7,738
ἐλάτης . .	0,550	σκληρὸς . .	7,704
Ὀδὺς ἐλεφάντι-		Χλωρὸν τῦ χαλ-	
νος . . .	1,825	κῦ . . .	1,714
Ὀρείχαλκος χλω-		Χῦς	1,630
ρὸς	7,829	Χρυσοκόλλα . .	1,702
ἐρυθρῦς . .	9,300	Χρυσὸς καθαρώτα-	
Πίσσα . . .	1,150	τος	19,640
Πλίνθος . . .	1,857		

113. ΣΧΟΛΙΟΝ Α΄. Βυλομένοις διὰ τῦ προτεθέντος πίνακος εὑρεῖν τὸ βάρος κυβικῦ ποδὸς παντὸς σώματος τῶν ἐν τῷ πίνακι σεσημειωμένων, ἐν λίτραις, πολλαπλασιαστέον τὸν ἐν τῷ πίνακι τὴν εἰδικὴν βαρύτητα τῦ προκειμένυ σώματος ἐμφαίνοντα ἀριθμὸν ἐπὶ 70· εἴγε πῦς κυβικὸς ὕδατος ἀντιῤῥοπός ἐστιν 70 λίτραις·

κείσθω εὑρεῖν, ὁπόσαις λίτραις ἀντιῤῥοπεῖ πᾶς κυβικὸς καθαρᾷ χρυσῷ· ἐν ᾧ τῷ πίνακι, ἐπεὶ παράκειται τῷ καθαρῷ χρυσῷ ὁ ἀριθμὸς 19,640· πολλαπλασιαθήτω 19,640 ἐπὶ 70· καὶ δὴ εὑρεθήσεται ὁ κυβικὸς χρυσᾶ πᾶς ἀντιῤῥοπῶν λίτραις 1374 καὶ ἐγγίαις 9.

114. ΣΧΟΛΙΟΝ Β΄. Τῷ εἰρημένῳ πίνακι χρήσασθαι δυνάμεθα καὶ πρὸς τὸ διαγινώσκειν τῶν κιβδήλων τὰ καθαρὰ μέταλλα· χρυσοχόος γὰρ δείκνυσίμοι χρυσὸν ἀκατέργασον, καθαρὸν αὐτὸν εἶναι διατεινόμενος· ϛαθμῶμαι τοῦτον ἐν τῷ ὕδατι, καὶ ἦν ἀποβάλῃ ἐν τῷ ὕδατι πλεῖν ἢ $\frac{1}{19,640}$ τοῦ ἑαυτοῦ βάρους, ἓν φέρ' εἰπεῖν δεκακτημόριον, νόθος ἐϛί.

Ἐνταῦθα μέντοι ἐπιλυτέον ἂν εἴη καὶ τὸ, ὅπως ὄγκου τινὸς μικτοῦ ἐκ δυοῖν μετάλλοιν δοθέντος, εὑρήσομεν διὰ τῶν εἰδικῶν βαρυτήτων τὸ βάρος ἑκατέρου τῶν μετάλλων, ἐξ ὧν ὁ μικτὸς συγκειται· ἀ. γὰρ ϛαθμηθήτω ὁ σύνθετος ὄγκος ἐν τῷ ὕδατι, καὶ σημειωθήτω, ὅσον ἀπέθετο τοῦ ἰδίου ἑαυτοῦ βάρους· β΄. ζητηθήτω, ὅσον ἀποτιθέασιν ὄγκοι ἁπλοῖ ἑκατέρου τῶν δύω συνθετικῶν μετάλλων, καὶ διὰ τῆς μεθόδου τῶν τριῶν εὑρεθήτω, ὅσον βάρος ἀποτιθησιν ἑκάτερον ἐν τῷ μικτῷ ὄγκῳ· γ΄. οἱ τύποι τῶν δύω ἀποτεθέντων βάρεων συναφθείτωσαν· ὅθεν ἐξίσωσις ἀποτελεῖται, καὶ ἡ ἄγνωϛος ποσότης, εἴτ' ἓν τὸ προϛεθὲν μέταλλον, εὑρίσκεται· ἔϛω ὁ ὅλος ὄγκος = Π, καὶ ἡ ποσότης ἑτέρου τῶν μετάλλων, = χ· ἡ τοῦ ἑτέρου ἄρα ἔϛι = Π — χ· καὶ ἡ μὲν πρώτη ὡρισμένη ποσότης τοῦ μετάλλου γ ἀπολεσάτω βάρος = α· ἡ δὲ δευτέρα δ ἀπολεσάτω = β· ὁ δ' ὅλος σύνθετος ὄγκος Π ἀπολεσάτω βάρος = π·

ὅθεν $\gamma : \alpha :: \chi : \frac{\chi\alpha}{\gamma}$, καὶ $\delta : \beta :: \Pi - \chi : \frac{\beta\Pi - \beta\chi}{\delta}$.

καὶ $\frac{\chi\alpha}{\gamma} + \frac{\beta\Pi - \beta\chi}{\delta} = \pi$, καὶ $\chi\alpha\delta + \beta\Pi\gamma - \beta\gamma\chi = \pi\gamma\delta$, καὶ $\beta\Pi\gamma - \pi\gamma\delta = \chi\alpha\delta - \beta\gamma\chi$, καὶ $\chi = \frac{\beta\Pi\gamma - \pi\gamma\delta}{\alpha\delta - \beta\gamma}$. ἀπολεσάτω ἓν τὸ μὲν $\gamma = 37$ μέταλλον ἐν τῷ ὕδατι βάρος $= \alpha = 5$, τὸ δὲ $\delta = 23$, βάρος $\beta = 2$, καὶ ὁ ὅλος ὄγκος $\Pi = 120$, $\pi = 14$· ὅθεν $37 : 5 :: \chi : \frac{5\chi}{35}$, καὶ $23 : 2 :: 120 - \chi : \frac{240 - 2\chi}{23}$. ἄρα $\frac{5\chi}{37} + \frac{240 - 2\chi}{23} = 14$, καὶ $115\chi + 8880 - 74\chi = 11914$, καὶ $41\chi = 3034$, καὶ $\chi = 74$, καὶ $\Pi - \chi = 46$. Τῷ αὐτῷ δὴ τρόπῳ καὶ Ἀρχιμήδης εὗρατο τὸ ποσὸν τᾶς ἀργύρω, ὃ συνέμιξε τῷ χρυσῷ ὁ δόλιος τεχνίτης εἰς κατασκευὴν τᾶς διαδήματος Ἱέρωνος τᾶς τῶν Συρακυσῶν βασιλέως.

115. ΣΧΟΛΙΟΝ Γ'. Ἀδάμαντα βασανίζοντες, ὁρῶμεν ἐν τῷ πίνακι τὴν εἰδικὴν αὐτᾶς βαρύτητα ἴσαν περίπου 3,517· σάθμηθήτω ἕν, πρῶτον μὲν ἐν ἀέρι, εἶτα δ' ἐν ὕδατι, καὶ εἴπερ ἐν τῷ ὕδατι ἀποτίθησιν $\frac{1}{3,517}$ τᾶς οἰκείω βάρως ὡς ἔγγισα, ἀληθῶς ἡ λίθος ἐσὶν ἀδάμας· Συχνάκις δὲ συμβαίνει τὰ βασανιζόμενα σώματα καθαρὰ δοκεῖν, πράγματι ὄντα σύνθετα ἐκ πολλῶν μετάλλων· λίθον ἕν βασανίσαι βυλόμενοι, εἰ περιέχει μέρη ἐν ἑαυτῷ ἑτερογενῆ, σαθμῶμεν αὐτὸν ἔντε τῷ ἀέρι, καὶ τῷ ὕδατι· ὁ δὲ πίναξ μὴ δεῖν ἀπολέσαι αὐτὸν φησὶν, εἰ μὴ

τὸ $\frac{1}{2,5}$ τῦ ἑαυτῦ βάρυς, εἴπερ εἴη ἁπλῦς· εἰ μὲν ὖν ἔλαττον ἀποτίθησιν, ἢ $\frac{1}{2,5}$, περιέχει μέρη ἑτερογενῆ, εἰδικῶς αὐτῦ ὄντα βαρύτερα· εἰ δὲ πλεῖον ἢ $\frac{1}{2,5}$, εἰδικῶς αὐτῦ κυφότερα, γαῖαν φέρε, ἢ χωρία ἀέρος πλήρη.

116. ΣΧΟΛΙΟΝ Δ΄. Ἡ εἰδικὴ τῶν σωμάτων βαρύτης μεταβάλλεται ὑπὸ διαφόρυ θερμότητος, ἥτις ἐ κατὰ μόνιμον λόγον ἀραιοῖ τὰ παντοῖα τῶν σωμάτων εἴδη.

117. ΠΟΡΙΣΜΑ. Οὐκ ἄρα τὺς διὰ τῦ πίνακος γινομένυς ὑπολογισμὺς ἀκριβεῖς ὑπολητέον, ἀλλ' ὅτι ἔγγισα τῆς ἀκριβείας· ὀψόμεθα γὰρ, ὅτι ἡ θερμότης, ϗ τὸ ψύχος, ἡ ζύμωσις, ϗ ἄλλαι αἰτίαι, νῦν μὲν δυσὶν ἑτεροειδέσι σώμασι τὴν αὐτὴν ἐναπεργάζονται εἰδικὴν βαρύτητα, καίπερ ἔχυσι διάφορον, νῦν δὲ σῶμα κυφότερον εἰδικῶς βαρύτερον ἀποτελῦσι, ϗ τἐναντίον, βαρύτερον τὸ κυφότερον.

Καθολικὸν Πόρισμα.

118. Ε'κ τῶν τριῶν προτεθέντων θεωρημάτων ἄπειρα μονονὺ φαινόμενα ἀναπτύσσονται.

119. Ε'πινοηθήτω γὰρ εἴδωλον ἀνθρώπυ μικρὸν ἐξ ὑέλυ κοίλυ, ὃ ἂν εἴη μικρῷ κυφότερον ὄγκυ ὕδατος οἱ ἴσυ (χ. 95)· ϗ ἔσω τετρημένον, ϗ τὴν ὀπὴν ἐμπεφραγμένον δι' ὑμένος εὐκινήτυ, ἢ βύρσης λεπτῆς, χαλαρᾶς διὰ περισίαν, ὡς ἔχειν ἐγκαταδύεσθαι τῇ κοιλότητι, ϗ ἀναδύεσθαι κατὰ τὴν ἔξωθεν γινομένην κατάθλιψιν τῦ ὑγρῦ, ᾧ ἐμβαπτίζεται τὸ εἴδωλον· κληθείη ἂν τὸ εἴδωλον τῦ-

το Τ' δροσατικὸς ναύτης, ϗ διὰ τῶν διαφόρων αὐ-
τῦ κινήσεων ἑρμηνεύσειε τὰ ἐν τῇ φύσει φαινόμενα· ἐμ-
βαπτιωθήτω ἓν ὁ ναύτης λαγήνῳ ὑελίνῃ, πλήρει ὕδατος·
ϗ ἐπεὶ εἰδικῶς τῦ ὕδατός ἐσι κυφότερος, ἀναδύσεται εἰς
τὴν ἐπιφάνειαν· ϗ διὰ τῦ δακτύλυ καταθλιβέωθω τὸ ὕδωρ
ἐν τῷ τῆς λαγήνυ σομίῳ· αὕτη τοίνυν ἡ κατάθλιψις τὸν
ὑμένα ἀναγκάσει καταδύεωθαι εἰς τὴν κοιλότητα, ὅπυ ϗ
ὕδωρ πλεῖν ἢ πρότερον ἐπεγχυθήσεται· ὅσῳ τοίνυν αὔ-
ξεται ἡ κατάθλιψις, ὁ ναύτης τὸν ὄγκον αὐτῦ ἀπομει-
ῶν, ϗχὶ δὲ ϗ τὴν βαρύτητα, πρῶτον μὲν εἰδικῶς εἰσο-
βαρὴς τῷ ὕδατι γενήσεται, εἶτα βαρύτερος, ϗ δὴ κα-
ταβήσεται εἰς τὸν τῦ δοχείυ πυθμένα· ἡλαττέωθω εἶτα
ἡ κατάθλιψις· ὁ τῇ κοιλότητι ἓν τῦ εἰδώλυ ἐμπεριεχό-
μενος ἀὴρ, ϗ διὰ τῦ ὑμένος κατιόντος πιεωθεὶς, ἀντεξωθεῖ
διὰ τῆς ἐλασικότητος τὸν ὑμένα ἔξω τῆς κοιλότητος· τὸν
ὄγκον ἓν ὁ ναύτης μεγαλυνθήσεται, ϗχὶ δὲ ϗ τὴν βαρύ-
τητα· ἐλαττυμένης δὲ μᾶλλον ϗ μᾶλλον τῆς τῦ δακτύ-
λυ καταθλίψεως, τὸ εἴδωλον κατὰ βραχὺ τῦ ὕδατος κυ-
φότερον ἀποβήσεται, ὡς ϗ πρότερον, ϗ δὴ ἀναδύσεται.

Ε'ντεῦθεν ἄρα κατάδηλον, ὅτι ά. τὸν ναύτην ἀναλι-
κνεῖωθαι πρὸς τὰ ἄνω ϗ κάτω ποιῆσαι δυνάμεθα· β'. τῆς
καταθλίψεως ποικιλομένης, παρεκτρέπεωθαι ἐν ἀκαρεῖ τῆς
ἑαυτῦ ὁδῦ· γ'. ἐπεὶ ἡ βαρύτης τῦ εἰδώλυ, ἀκανονίσυ
ὄντος, ἓκ ἔσι πανταχῦ ἡ αὐτὴ, ϗ μάλισα ἡ εἰδικὴ βα-
ρύτης τῦ μέρυς, ὅπυ ὁ ὑμὴν ἀνεισίτε ϗ κάτεισι, συνε-
χῶς μεταβάλλει, τὸ χῆμα περιενεχθήσεται περὶ τὸν ἑ-
αυτᾶ ἄξονα, ϗ κινήσεις ἡμῖν παρασήσει παντοίας, τυ-
χαίας μὲν, ἐκυσίας δὲ δοκύσας· ἐφαρμοσέον ἓν τυτὶ ἐ-
νίοις τῶν ἐν τῇ φύσει ὑποδειγμάτων.

120. ά. Οἱ ἀεροναῦται, τὰς ἀεροβατικὰς μηχανὰς

ἐπινοήσαντες, μιμῶνται ἐν αὐταῖς ἀκριβῶς ἐν τῷ ἀτμοσφαιρικῷ ῥευστῷ πάσας τὰς κινήσεις τοῦ ὑδροστατικοῦ ναύτου, φερόμενοι, ὡς ἂν αὐτοῖς εἴη σύμφορον, καὶ κατὰ τὴν ποσότητα τοῦ ἐνόντος ὑδρογονικοῦ ἀέρος, ἐμφυσῶντες μᾶλλον ἢ ἧττον τὴν μηχανήν· καὶ ἐπειδὴ, τοῦ βάρους αὐτῶν μένοντος τοῦ αὐτοῦ, ὁ ὄγκος ποικίλλεται, γίνονται ἐκ διαδοχῆς, καὶ κατὰ τὸ δοκεῖν αὐτοῖς, νῦν μὲν εἰδικῶς βαρύτεροι τοῦ, ἐν ᾧ εἰσιν, ἀέρος, νῦν δὲ κουφότεροι· ὅθεν ἀνέρχονται μὲν, ἐφ' ὅσον βέλωνται, ὅταν δ' αὐτοῖς δόξῃ, κατέρχονται.

β'. Τῷ ὕδατι καὶ ἄλλοις ὑγροῖς σώματα εἰδικῶς κουφότερα ἐπιτιθέμενα, οἷον χάρτης, πάμβαξ, κτλ., πρῶτον μὲν αὐτοῖς ἐπινήχεται· μετὰ βραχὺ δὲ ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας τῷ ὑγρῷ γίνονται· τελευταῖον δὲ εἰς τὸν βυθὸν τοῦ αὐτοῦ καταδύονται· ἀ. γὰρ τὰ σώματα ταῦτα εἰδικῶς εἰσι κουφότερα τῶν ὑγρῶν· διὸ αὐτοῖς ἐπινήχεται· β'. τὰ μόρια τῶν ὑγρῶν, ἐνεισδύοντα τοῖς πόροις τῶν ἐπικειμένων σωμάτων, προσιθέασιν αὐτοῖς καινὴν βαρύτητα, ἴσην τῇ ὑπεροχῇ, ἣ περ ἡ εἰδικὴ τοῦ ὑγροῦ βαρύτης ὑπερέχει τὴν τοῦ σεσηρότος· ἄρα, γινόμενα ἀντίρροπα, ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἴσανται ἐπιφανείας· γ'. τὰ μόρια τοῦ ὑγροῦ, μᾶλλον καὶ μᾶλλον ἐπεισρέοντα τοῖς τῶν ἐπικειμένων πόροις, προσιθέασιν αὐτοῖς καὶ βαρύτητα ἄλλην· ὅθεν, εἰδικῶς ἀποκαθισάμενα βαρύτερα τῶν ὑγρῶν, κατέρχονται εἰς τὸν βυθόν· διὸ δὴ τὰ ἱμάτια τοῦ ἐν τοῖς ὕδασι πνιγομένου, πρῶτον μὲν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῶν ὑδάτων ἰσάμενα, κατὰ βραχὺ ὑδάτων πληρέμενα, κατανεχθῆναι εἰς τὸν βυθὸν τὸν πνιγόμενον τὸ ἐπ' αὐτοῖς συντελοῦσι.

γ'. Ναῦς, ἡ κατὰ μικρὸν ὑδάτων ἐμπιμπλαμένη,

ϗ τελευταῖον καταβυθιζομένη, ἀδελφόντι τοῖς εἰρημένοις ὑφίσαται.

δ'. Καταπίπτουσιν ἐξ ὑπόθεσεως εἰς τὴν θάλασσαν ἄνθρωπος ἅμα ϗ λίθος· ὅτος μὲν ὢν ἀϗ ἔτι ἐν τῇ τοῦ ὕδατος ἐπιφανείᾳ καθορᾶται· τῷ δ' ἀνθρώπῳ πολλάκις συμβαίνει, κατὰ τὸ συνεχὲς ἀναδυομένῳ ϗ καταδυομένῳ, ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας φαίνεσθαι, ϗ μὴν ἀλλὰ ϗ διὰ πολλῶν ἡμερῶν, ϗ μέντοι διαλειμμάτων μακροτέρων, ἢ ὅτε κατέπεσεν· ὁ μὲν γὰρ λίθος, ὢν εἰδικῶς πολλῷ τοῦ ὕδατος βαρύτερος, μικρὰν ἐπιφάνειαν τῷ βυθῷ τοῦ ὕδατος παρισᾷ, ὡς πρὸς ἣν ἐκτήσατο κατιὼν μεγάλην ταχύτητα, ἐγχώννυται τῷ βυθῷ, ϗ πρὸς τὰ ἄνω ϗ ἔχει ἀντεφάλλεσθαι· ὁ δὲ ἄνθρωπος, βραχεῖαν ἔχων πρὸς τὸ ὕδωρ τὴν χετικὴν βαρύτητα, ἣν δεκατημόριόν που τῆς αὐτοῦ βαρύτητος ἐκλογίζονται, εἰ μὴ γλιχρώδης εἴη ὁ βυθὸς λίαν, προσβάλλων αὐτῷ, δι' ἧς κατιὼν ἐκτήσατο ταχυτῆτος, ἀντεπάνεισι διὰ τῆς ἑαυτοῦ ἐλασικότητος, ἢ διὰ τῆς τοῦ βυθοῦ, ἢ ϗ ἀμφοτέρων· ϗ ἐπείπερ ὀλίγης αὐτῷ δεῖ τῆς ἰσχύος πρὸς ἀνάδυσιν, τῆς αὐτοῦ πρὸς τὸ ὕδωρ χετικῆς βαρυτῆτος ὅσης μικρᾶς, ἄλλως τε ἢν τύχῃ πεσὼν ἀφ' ὕψους μετεωροτέρου τῆς τοῦ ὕδατος ἐπιφανείας, συμβαίνει τρεῖς ϗ τετράκις ἀναλικνηθῆναι μέχρι τῆς ἐπιφανείας· τελευταῖον δὲ τῶν ἀναλικνήσεων κατὰ μικρὸν ἀπομειουμένων, σήσεται πρὸς τῷ τοῦ ὕδατος βυθῷ· ἐὰν δὲ ὁ βυθὸς σεγανώτερος ᾖ, ὁ ἄνθρωπος, βραχύτι προσκρούων αὐτῷ διὰ τῶν ποδῶν ἢ τῶν χειρῶν, ἀνέρχεται τάχισα εἰς τὴν τοῦ ὕδατος ἐπιφάνειαν. Μεθ' ἡμέρας δέ τινας ὁ νεκρὸς ζυμοῦται, τῶν ἐν αὐτῷ ἀερωδῶν μορίων ἐξιόντων, ϗ τὸν ὄγκον τοῦ σώματος ἐν τῷ ἐξιέναι μεγεθυνόντων· τοῦτ' αὐτὸ νοητέον ϗ περὶ τῶν πυρωδῶν μορί-

ων· ἔτως ἓν εἰδικῶς τῷ ὕδατος ἀποκαθισάμενος κυφότερος, ἀναδύσεται, μεθ' ὃ καταδύσεται, τότε ἀέρος καὶ τῷ πυρὸς, τῶν ἐν τῷ σώματι, εἰς τὴν ἀτμοσφαῖραν ἤδη μεταστάντων, καὶ αὖθις ἀναδύσεται μετὰ δευτέραν ζύμωσιν.

121. έ. Οἱ ἰχθῦς ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον κύστιν ἑαυτοῖς ἔχουσιν, ἀέρος πλήρη· ἣν, ἐὰν μὲν ἐκ τοῦ τῶν ὑδάτων βυθοῦ εἰς τὴν ἐπιφάνειαν ἀνελθεῖν βουληθῶσι, διαστέλλουσιν· ὅθεν, τοῦ μὲν αὐτῶν ὄγκου ἔτως αὐξομένου, τοῦ δὲ βάρους μένοντος τοῦ αὐτοῦ, εἰδικῶς ἀποκαθισάμενοι τοῦ ὕδατος κυφότεροι, ἀναβιβάζονται ἀδενὶ σὺν ἔργῳ· βουλόμενοι δὲ ἐκ τῆς ἐπιφανείας κατελθεῖν εἰς τὸν βυθὸν τῶν ὑδάτων, τὴν εἰρημένην κύστιν συστέλλουσι, καὶ τοῦ μὲν ὄγκου αὐτῶν ἀπομειουμένου, τοῦ δὲ βάρους τοῦ αὐτοῦ μένοντος, εἰδικῶς ἀποκαθισάμενοι τοῦ ὕδατος βαρύτεροι, κατίασιν εὐμαρέστατα· καταδηλον δὲ, ὡς ὁ ἰχθὺς, μᾶλλον ἢ ἧττον τὴν κύστιν συστέλλων κατὰ τὸ αὐτῷ δοκοῦν, δύναται, νῦν μὲν ἀντίβροπος γενόμενος τῷ ὕδατι, ἵσασθαι ὅπου ἂν θέλῃ, νῦν δ' ἀνιέναι, κατιέναι δ' ἄλλοτε, παρεκτρέπεσθαι ἄφνω τῆς ὁδοῦ, καὶ, συνελόντι φᾶναι, πάσας τὰς κινήσεις τοῦ ὑδροστατικοῦ ναύτου ἀπεργάζεσθαι.

122. Ἐμφαγόντες μέντοι οἱ ἰχθύες, ᾧ δελεάζουσιν αὐτοὺς τῶν ἁλιέων τινὲς, τὸ φάρμακον, εἰς τὴν ἐπιφάνειαν ζῶντες ἀνέρχονται, ὅπου ῥᾷστα τοῖς ἁλιεύουσι συλλαμβάνονται· τυχὸν δὲ τοῦτο γίνεται, ὅτι τὴν κύστιν συστείλαι ἐπιλανθάνονται διὰ τὸ βρωθὲν φάρμακον, καὶ ἀνεπαισθήτως εἰς τὴν ἐπιφάνειαν ἀναβαίνουσιν· ἀλλὰ γὰρ τῆς κύστιδος διατρηθείσης, καὶ ζῶν ὁ ἰχθὺς, πρὸς τῷ βυθῷ ἀεὶ καθημένων, ἀκίνητος σήσεται.

123. ς'. Τῷ δ' ἀνθρώπῳ, ἐκτὸς τῶν ὑδάτων διαιτήσεσθαι μέλλοντι, τὴν κύστιν ταύτην ἡ φύσις οὐκ ἐδωρήσα-

το· ἀλλὰ ά. τὸ ὕδωρ ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω πλήττων, ἀναβιβάζεται εἰς τὴν ἐπιφάνειαν, ἢ ἐπ' αὐτῆς ἀναβαςάζεται· συςέλλων δὲ τὸ σῶμα, ῥέμα καταδύεται, ϗ πανταχῆ φέρεται, ὥσπερ ὁ ἰχθὺς διὰ τῆς κύςιδος· ϗ αὕτη ἐςὶν ἡ τῆ κολυμβᾷν καλεμένη τέχνη, ἣν ἄνθρωπος μαθεῖν χρήζει, ϗχ' ἧττον, ἥπερ οἱ ἰχθύες ἐθίσαωθαι συςέλλειν ϗ διαςέλλειν τὴν κύςιν· β'. διὰ τῆτο οἱ τῆ κολυμβᾷν ἔτι ἄπειροι κατὰ τῶν νώτων αὐτῶν κύςεις ἢ κολοκύνθας προσαρτῶσι.

ζ'. Ὥ"σπερ οἱ ἰχθῦς ϗ οἱ ἄνθρωποι, οἱ μὲν τῇ συςολῇ ϗ διαςολῇ τῆς κύςιδος, οἱ δὲ κινήσει παντοίᾳ χειρῶν τε ϗ ποδῶν, νῦν μὲν εἰδικῶς ἰσοβαρεῖς τῷ ὕδατι καθίςανται, νῦν δὲ βαρύτεροι, νῦν δὲ κυφότεροι, πρὸς τὸ κολυμβᾷν δύναωθαι· ἕτω τὰ ἐν ἀέρι νηχόμενα πτηνὰ, ἅμα τῷ τῆς καλιᾶς ἐξελθεῖν, σπυδάζυσι διαφόρως κινεῖν τὸ ἑαυτῶν σῶμα, ὥςε νῦν μὲν ἰσοβαρῆ, νῦν δὲ μειζοβαρῆ, νῦν δ' ἡττοβαρῆ, εἰδικῶς τῆ ἀέρος ἀποκαθίςαωθαι, ὡς ἂν ἧτοι ςάσεως, ἢ καταβάσεως, ἢ ἀναβάσεως δέοιντο.

Κύςεις δ' αὐτοῖς αἱ πτέρυγες αὐτῶν εἰσιν, ἐπιφάνειαν ἔχυσαι ἀνάλογον τῷ τῆ σώματος βάρει· αἱ δὲ δυνάμεις αἱ κινῆσαι τὰς πτέρυγας ἰσχὺν ἔχουσι μεγάλην καὶ εὐκαμψίαν· τὸ μὲν ἓν ἱπτάμενον ταῖς πτέρυξι πλήττει τὸν ἀέρα, ὁ δ', ἀνθισάμενος αὐταῖς κατὰ λόγον σύνθετον τῆ ἀπὸ τῆς ταχυτῆτος τετραγώνυ ϗ τῆς τῶν πτερύγων ἐπιφανείας (Φυσ. 391), ὑποςήριγμά τι τῷ πτηνῷ γίνεται, ἐφ' ᾧ ἐπερειδόμενον, ὡς ἂν αὐτῷ δόξειε, φέρεται.

124. Ι"πταωθαι μέντοι τὸν ἄνθρωπον παρεσκευακέναι τὴν φύσιν, ὐδέν ἐςιν ὅλως σημεῖον, ὅθεν ἂν τεκμηριῶσαι δυνηθείημεν· αἱ μὲν γὰρ ἀεροβατικαὶ μηχαναὶ, δι

ὧν εἰς ποσόντι ὕψος ἄνεισι, πρὸ ἐνιαυτῶν ἐνίων ἀνευρέθησαν (*)· τὰ δὲ θαλάσσια πλοῖα πρὸ αἰώνων ὐκ ὀλίγων· ὁ ἄνθρωπος δυσχερῶς ἵπταται, ἔτως εἰπεῖν, ἐν τῷ ὕδατι, εἴτ' ἓν δεκατημόριον τὲ ἑαυτὲ βάρος μεταβιβάζει διὰ τῶν, ὧν ἔλαχε, πτερύγων, τῶν ποδῶν φημὶ ϗ τῶν χειρῶν, καίτοι τὲ ὕδατος ἀντίσασιν αὐτῷ ὑποβάλλοντος ὡς μόνιμον ὑποσήριγμα ὀκτακοσιοστοπεντηκονταπλάσιον, ἢ ὅσην ὑποβάλλει ὁ ἀήρ· ἡ γὰρ ἀντίσασις τὲ ὑγρὲ ἀνάλογός ἐσι τῇ πυκνότητι, εἴτ' ἓν τῇ εἰδικῇ αὐτὲ βαρύτητι· πῶς ἓν ἂν δυνηθείη ὁ ἄνθρωπος ἵπτασθαι; ὐχὶ γὰρ δεκατημόριον βασάσαι, ἀλλὰ $\frac{849}{850}$ τὲ ἑαυτὲ βάρος, ἀπαιτεῖται ἐνταῦθα, ταὐτὸν εἰπεῖν ὅλον τὸ ἑαυτὲ βάρος πλὴν $\frac{1}{850}$, ϗ μάλισα ἐφ' ὑγρὲ ὑποβάλλοντος αὐτῷ ἀντίσασιν ὑποκτακοσιοστοπεντηκονταπλάσιον, ἢ ὅσην ὑποβάλλει τὸ ὕδωρ.

125. Ἵν' ἄρ' ἠδύνατο ἄνθρωπος ἵπτασθαι, πτέρυγας τεχνητὰς ἑαυτῷ περιάψαι ἐπάναγκες ἦν, τοσὲτον ἐχέσας μῆκος, ὡς ἔχειν πρὸς τὰς τῆς περισερᾶς φέρε, ὡς τὸ ἀνθρώπιον σῶμα πρὸς τὸ ἐκείνης· ἀλλ' ἔμπης ἀδύνατον ὅλως ἐμποιεῖν αὐταῖς τὲς τῶν τὲ ἀνθρώπε βραχιόνων μῦς ταχύτητα τοιαύτην, ὥσε τὸν ἀέρα, ὃ ἡ πυκνότης χιλιοσημόριόν ἐσι τῆς τὲ ὕδατος, ὑποβληθῆναι αὐτῷ ὡς μόνιμον ὑποσήριγμα.

Οὕτως ἄρα τὰ τρία διαβόητα προβλήματα, εἴτ' ἓν τὸ περὶ τῆς ἀϊδίε κινήσεως (Φυσ. 100), τὸ περὶ τῆς πτήσεως τὲ ἀνθρώπε, ϗ τὸ περὶ τὲ ἀπολύτε τετραγω-

---

(*) Ἐν ἔτει 1783 κατὰ τὴν 5 Ἰανίε πρῶτοι εἶδον οἱ Γαλάται ἀνιπταμένην τὴν τοῖς ψ᾽εῦσι τὲ Μοντγολφιέρε κατασκευαθεῖαν ἀεροβατικὴν μηχανήν.

νισμῷ τῷ κύκλῳ, τὰ ἀείποτε ὑπὸ μεγάλων ἀνδρῶν κινηθέντα, τῆς τῶν σοφῶν περιεργίας ἐκ ἔτι δοκοῦσιν ἄξια· κἂν τὸ ἔσχατον προσοχῆς ἀξιώτερον, ἢ τἄλλα, κρίνεται, περὶ ἃ ἡμῖν εἴρηται (Γεωμ. 393. Τόμ. Β΄.), καὶ (Υ΄ψ. Γεωμ. 326. Τόμ. Γ΄.), καὶ (Α΄πειρ. 246. Τόμ. Δ΄.).

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΟΓΔΟΟΝ.

Περι τῶν κατὰ τὲς ποταμὲς ῥοῶν.

126. Τὰ ἐν τῇ Μηχανικῇ εἰρημένα, καὶ ἐν τοις προεκτεθεῖσι κεφαλαίοις τῆς Υ΄δροστατικῆς, ἱκανὰ δοκοῦσιν ἀναπτύξαθαι πάνυ, ὅσα ζητεῖσθαι εἴωθεν ἐν ταῖς τῶν ποταμῶν ῥοαῖς· ἵνα δὲ τὸ ἐκείνων μάθωμεν χρήσιμον, ὑποσρώσομεν ἐνταῦθα ἐννοίας, ὧν αἱ πλείυς ὡς πορίσματα ἔσονται, ἐκεῖθεν ἀναπηγάζοντα.

127. ΟΡΙΣΜΟΣ Α΄. Ποταμῷ κοίτη, ἢ ὀχετός, ἐσιν ὅλον τὸ χωρίον, δι' ὃ ῥέει· ἔσι δὲ, ἤτοι κανονικὴ, εἴτ' ἴν ὁμοιοσχήμων, ὅπερ μόνον συμβαίνει, ὅταν ἡ χειρὶ ἀνθρώπυ κατειργασμένη, ἢ ἀκανόνισος· ὑποθησόμεθα δὲ πρῶτον κανονικὴν τὴν κοίτην, τῦτ' ἔσιν ἔχυσαν σχῆμα ὀρθογωνίυ πρίσματος, καὶ τῷ ὁρίζοντι εἴτε παράλληλον, εἴτε κεκλιμένον· τοιοῦτο σχῆμα ἀείποτε ἀπονέμεται τεχνητῇ κοίτῃ, δι' ἧς ὕδωρ διοχετεύεται ἐπὶ μυλικὸν τροχὸν κτλ.

128. ΟΡΙΣΜΟΣ Β΄. Ἐ'ὰν ὁ ἅτως ὑποτεθεὶς ὀχετὸς ἐπινοηθῇ διηρημένος εἰς ἄπειρα παραλληλόγραμμα, ὧν ἕκασον, πάχος μὲν ἔχοι ἐλάχισον, τὴν δ' ἐπιφάνειαν

τῷ βυθῷ τῆ ὀχετῆ παράλληλον, πάντα τὰ παραλληλόγραμμα ταῦτα καλῆνται στιβάδες.

129. ΟΡΙΣΜΟΣ Γ'. Κοπὴ καλεῖται παραλληλόγραμμον, ἕ τὸ μὲν ἐπίπεδον εἴη κάθετον τῆτε ἐπιφανείᾳ τῆ ὕδατος ϗ τῷ τῆ ὀχετῆ βυθῷ, παράλληλοι δὲ πλευραὶ εἶεν ά. τὸ πλάτος τῆ κατὰ τὸν ὀχετὸν βυθῆ, ϗ τῆ ὕδατος ἡ ἐπιφάνεια· β'. ὕψος δὲ αὐτῶν ἡ ἐκ τῆς τῆ ὕδατος ἐπιφανείας τῷ πλάτει τῆ βυθῆ ἀγομένη κάθετος.

130. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Η τῆ ὕδατος ταχυτὴς πρὸς τῇ πηγῇ τῆ ὀχετῆ, ἐξιόντος τῆς ὑδροθήκης κατὰ φορὰν πρὸς τὸν ὀχετὸν τεινάσαν, ἔσιν ὡς ἡ τετραγωνικὴ ῥίζα τῆ ὕψες, ἐς ὃ αἴρεται τὸ ὕδωρ ἐν τῇ ὑδροθήκῃ (56. β'.).

131. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ε'ὰν ὁ ὀχετὸς παράλληλος ᾖ τῷ ὁρίζοντι, τῇ αὐτῇ ταχυτῆτι, ἥπερ εἶχεν ἐν τῇ πηγῇ, ῥεύσει τὸ ὕδωρ δι' ὅλη τῆ ὀχετῆ, ἐξαιρεμένων μέντοι τῶν ἄλλων αἰτιῶν· ϗ γὰρ ά. ἡ τῆ ἀέρος ἀντίσασις, ϗ ἡ πρὸς τῇ κοίτῃ γινομένη τριβὴ, συνεχῶς ὑπομειῦσι τὴν ἐν τῇ ὁριζοντίῳ κοίτῃ ταχυτῆτα· β'. ὥσπερ τὰ διάφορα ὑδατώδη μόρια, τὰ ἐκ τῆς αὐτῆς ἐκρέοντα ὀπῆς, ἐκ δεδομένη ὕψες ἐκ ἴσῳ τάχει ἐξίασιν, ϗ ταῦτα τῆς ὀπῆς μείζονος ἔσης, ἀλλὰ, τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μενόντων, τὰ ὑποβεβηκότα τάχιον τῶν μεταξὺ, ϗ ταῦτα τῶν ὑπερκειμένων, ταὐτὸν δήπε ϗ κατὰ λόγον μείζονα νοητέον ϗ περὶ τῆ ἐν κοίτῃ ῥέοντος ὕδατος· αὐτίκα γὰρ ἐν τῇ πηγῇ τῆ ποταμῆ τὴν ὑποβεβηκυῖαν σιβάδα τοσούτῳ τάχιον τῆς ὑπερκειμένης ἐπάναγκες ῥέειν, ὅσῳ ἡ τετραγωνικὴ ῥίζα τῆ ἐν τῇ ὑδροθήκῃ τῇ ὑποβεβηκυίᾳ σιβάδι ἀντισοιχῆντος ὕψες μείζων ἐσὶν, ἢ ἡ τῆ ἀντισοιχῆντος τῇ ὑπερκειμένῃ· χωρεῖ δὲ τὸ τῆ τάχες ἄνισον δι' ὅλης τῆς κοίτης· ἐπεὶ γὰρ ἑκάσῃ ὑπερκειμένη σιβὰς, τὴν ὑποκειμέ-

νην καταθλίβουσα, κατιέναι ἀναγκάζει διὰ τοῦ ἐπιπέδου, εἴπερ εἴη πρανὲς, συνάγειν δεῖ περὶ τῶν προχωρουσῶν ἐξῆς ταχυτήτων τῶν διαφόρων σιβάδων, ὅπερ καὶ περὶ τῶν ταχυτήτων ὑγροῦ, δοχείῳ ἐμπεριεχομένου, καὶ ἐξ ὀπῶν, ἐν διαφέρουσι τοῖς ὕψεσι τετρημένων, ἐκρέοντος (58). τοῦτ' ἔσιν ὕδατος ἐν ὀχετῷ ῥέοντος αἱ τῶν διαφόρων σιβάδων ταχίτητες αὔξουσιν ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω ὡς αἱ τετραγωνικαὶ ῥίζαι τῶν ὑψῶν, εἴτ' ἓν τῶν καθέτων, τῶν ἀπὸ τῆς τοῦ ὕδατος ἐπιφανείας ἑκάστῃ σιβάδι καθιεμένων· ὥστε τὸ ὕδωρ τάχιον ῥεῖ ἐν τῷ βυθῷ, ἢ ἐν τῷ μέσῳ, καὶ ἐνταῦθα τάχιον, ἢ ἐν τῇ ἀνωτάτῃ ἐπιφανείᾳ.

Πολλάκις μέντοι κῦμα, κινούμενον ἐπὶ τῆς τοῦ ὕδατος ἐπιφανείας, παραβαλλόμενον σώματι, κινουμένῳ πρὸς τῷ βυθῷ, καὶ ταῦτα τοῦ ὕδατος βάθος ἔχοντος ἱκανὸν, καὶ διὰ κινουμένου ὀχετοῦ ῥέοντος, τάχιον φέρεσθαι τοῦτο ἐκείνου δοκεῖ· κρίνει γὰρ ὁ ὀφθαλμὸς τὰ οἱ προσεχέστερα τῶν ἀπωτέρω ταχύτερα, κἂν εἶεν βραδύτερα.

132. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Τὸ ὕδωρ, δι' ὀχετοῦ τῷ ὁρίζοντι παραλλήλου ῥέον, τὴν αὐτὴν ἀεὶ τηρεῖν ταχύτητα λέγοντες, ὡς σιβάδα τοῦτο ἐξεδεχόμεθα, ἀπειροστὸν ἔχουσαν πάχος· ἀλλ' ἀεὶ πράγματι ἐκ πλειόνων σύγκειται πεπερασμένων σιβάδων· καὶ τὸ βάρος τῶν ὑπερκειμένων αὔξει κἂν αὐτῇ τὴν τῶν ὑποβεβηκυιῶν σιβάδων ταχύτητα.

Η' τοῦ ὕδατος ταχυτὴς τοσούτῳ πλείων γίνεται διὰ πρανοῦς ἐπιπέδου, ὅσῳ μείζω λόγον ἔχει τὸ ὕψος πρὸς τὸ μῆκος τοῦ ἐπιπέδου· μόνη γὰρ ἡ βαρύτης τοῦ ὕδατος αὔξει τὴν ταχύτητα· ἡ δ' ἀπόλυτος βαρύτης τοῦ ὕδατος, ὡς καὶ ἡ τῶν ἄλλων σωμάτων, ἀναλύεται ἐπὶ τοῦ πρανοῦς ἐπιπέδου· ἐνδιασώζεται ἄρα αὐτῷ βαρύτης σχετικὴ, πρὸς τὴν ἀπόλυτον ἔχουσα λόγον, ὃν τὸ ὕψος πρὸς τὸ μῆκος

τῇ ἐπιπέδῳ (Φυσ. 193), ἢ ὡς τὸ ἡμίτονον τῆς κατὰ τὴν κλίσιν γωνίας πρὸς τὸ ὅλον ἡμίτονον· καταγοεῖται ἄρα ἐντεῦθεν, διὰ τί ποταμοί τινες ἄλλων εἰσὶν ὁρμητικώτεροι· πολλὰ γὰρ ἔχουσιν οἱ, δι' ὧν ἐκεῖνοι ῥέουσι, τόποι τὰ κατάντη.

133. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ὁμολογητέον ἀλλ' ὖν τὴν τῶν σιβάδων πρὸς ἀλλήλας τριβήν, καὶ τὴν τέτων αὐτῶν πρός τε τὰ χειλη καὶ τὸν βυθὸν τῇ ὀχετῷ, ἐξαλλοιῶν τὸν τῶν ταχυτήτων ἐπί τε τῇ πρανεῖ ἐπιπέδῳ καὶ ἐπ' ἀλλήλων λόγον· πολλάκις δὲ καὶ βραδύτερον ῥεῖ ἡ ὑποβεβηκυῖα τῆς ὑπερκειμένης σιβάδος, ὅταν ὁ βυθὸς γωνιώδης καὶ παρὰ πολὺ τύχῃ ἀνώμαλος ὤν.

Τὴν δὲ ποικιλίαν τῆς ταχυτῆτος κατὰ λόγον μείζονα ἐκλεπτέον ἐπὶ ποταμῶν, χειμάῤῥωντε καὶ ῥυάκων, ῥεόντων ἐν κοίταις, ἃς αὐτοὶ σφίσιν ἐξειργάσαντο· αἱ γὰρ κατὰ τὸν βυθὸν διάφοροι γωνίαι, καὶ παρεκτροπαὶ, καὶ λίθοι, καὶ λόφοι, καὶ κύτη, ἀδιαλείπτως συγχέουσι τὴν τῇ ὕδατος κίνησιν· ἐ μόνον γὰρ μέρος τῇ ὕδατος, προσκόμμασι προσαράσσον, ἀνακάμπτει, καὶ τὴν πρὶν διαφθείρει ταχύτητα, καὶ τοῖς ὄπισθεν αὖ προσκρῦον ὕδασιν ἐπανέρχεται κατὰ δίνας εἰς τὴν ὁδὸν ἑαυτῇ· ἀλλὰ καὶ μάζα ὅλη, τάχει ἐξαισίῳ φερομένη, κύτει μεγάλῳ ἐμβάλλουσα, πᾶσαν αὐτῆς ἀποτίθησι τὴν ταχύτητα, καὶ οἷον ἀκίνητος ἀποκαθίσταται· ἀμήχανον ἄρα μικρῇ δεῖν ἀκριβεῖ ὑπολογισμῷ καθυπαγαγεῖν τὴν τῶν ποταμῶν ταχύτητα· κοινῇ μέντοι πάντες τὴν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ὑπολογίζονται οὕτω.

α'. Ἐμπαγήτωσαν δύω ῥάβδοι αἱ A, B (χ. 96) ἐν θατέρῳ τῶν χειλέων ἐπὶ φορᾶς ταῖς τῶν ὑδάτων ῥοαῖς παραλλήλῳ, ἀπέχουσαι ἀλλήλων ἐγνωσμένον τι διάσημα, δὸς εἰπεῖν 100 πόδας· β'. τῇ τῇ ὕδατος ἐπιφανείᾳ σῶμα

τεθήτω τὸ α, ὅπερ, ἰσοβαρὲς ὂν εἰδικῶς τῷ ὕδατι, βραχύτι τῆς ἐαυτῦ ἐπιφανείας ἐκτὸς ἔχει τῦ ὕδατος, ὡς ὁρᾶσθαι μέντοι εὐμαρῶς ἐκ τῦ χείλυς· ὀλίγον δὲ δεῖ εἶναι τὸν τῦ ἐπινηχομένυ μέρυς ὄγκον, ἵνα, διὰ τῦ ὕδατος κινέμενον, βραχείᾳ ϗ μανονὲκ ἀνεπαισθήτῳ ἐντυγχάνῃ τῇ ἐκ τῦ ἀέρος ἀντισάσει· τὰ δὲ περὶ τῦ ὑδροσατικῦ ναύτυ εἰρημένα διαβεβαιῦσιν, ὅτι δυνατὸν δι' ὑελίνυ δοχείυ, ἐπισόμιον ἔχοντος σῶμα εἰδικῶς κυφότερον, βαρύτερον, ἢ ἰσοβαρὲς, ἑτέρῳ σώματι, τῷ ὕδατι φέρ' εἰπεῖν, ἀπεργάσασθαι, ἐμβάλλοντας ποσὸν ἀνάλογον ὕδατος τῷ δοχείῳ, ἢ ϗ ὑδραργύρυ, ϗ τὸ σόμιον εἶτα ἐπεμφράσσοντας· γ'. τῦ σώματος τύτυ ἄνω τῶν πεπηγιῶν ῥάβδων τῷ ὕδατι ἐντεθέντος, ὑπολογιζέσθων τὰ δεύτερα λεπτὰ τῆς ὥρας, ἃ παρῆλθον, ἐξ' ἓ τῇ πρώτῃ ῥάβδῳ ἀντισοιχῆσαν τὸ σῶμα κατ' εὐθεῖαν ταῖς ῥοαῖς κάθετον, ἀφίκετο μέχρι τῆς δευτέρας· δ'. διηρήσθω τὸ μεταξὺ τῶν δυεῖν ῥάβδων διάσημα, εἴτ' ἓν οἱ 100 πόδες, διὰ τῦ ἀριθμῦ τῶν παρελθόντων δευτέρων λεπτῶν· εἰ φέρε παρῆλθον 20 δεύτερα λεπτὰ, διηρήσθω 100 διὰ 20· τῦ δὲ πηλίκυ ὄντος 5, ἡ τῦ ὕδατος ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ταχύτης τόση ἐστὶν, ὡς 5 πόδας διανύειν διὰ λεπτῦ δευτέρυ· ἡ γὰρ ταχυτὴς ἴση ἐστὶ τῷ διασήματι, διαιρεθέντι διὰ τῦ χρόνυ (Φυσ. 108. Τόμ. Δ'.).

134. Ὥσε καταμετρεῖται ἀκριβῶς ἡ τῦ ἐν τῇ ἐπιφανεία ὕδατος ταχυτής· ἐὰν ἓν ἥτε τριβὴ ϗ τῦ ὀχετῦ τὸ ἀκανόνιστον μὴ ποιῇ δυσεπίκριτα τὰ τῆς θεωρίας ἀποτελέσματα, ϗ τὴν πρὸς τῷ βυθῷ μετρήσασθαι δυνηθῶμεν, διορίσαι δυνησόμεθα ϗ τὴν τῦ μεσαιτάτυ ὕδατος ταχυτῆτα· αἱ γὰρ ταχύτητες αὔξυσιν ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω, καθάπερ αἱ τῶν κατὰ τὰ ὕψη τετραγωνικῶν ῥι-

ζῶν· δυνατὸν ἄρα ἐκδέξαθαι τὸ ἄθροισμα πάντων τῶν ὑψῶν ὡς χεδόντι συνισῶν ἀριθμητικὴν πρόοδον, ἧς ὅ,τε πρῶτος ϗ ὁ ἔσχατος ὅρος γινώσκεται· ὠκὺν ὁ μέσος, εἴτ' ὖν ἡ μέση ταχυτὴς, ἐκληφθῆναι δύνατχι ὡς τὸ ἡμιάθροισμα τῶν ἄκρων, εἴτ' ἓν τῆς πρὸς τῇ ἐπιφανείᾳ ϗ τῆς πρὸς τῷ βυθῷ τῶν ταχυτήτων (Συμβ. Λογ. 212. Τόμ. Α΄).

Α᾽λλὰ γὰρ κατὰ ταύτην τὴν θεωρίαν τῆς ἀληθείας παρὰ πολὺ ἐκπίπτομεν, τὰς ἄλλας αἰτίας ἐξαιρῦντες· διὰ γὰρ τὴν τριβὴν, ϗ ἄλλα συχνὰ κωλύματα, ἡ πρὸς τῷ βυθῷ σιβὰς πολλάκις χωρεῖ τῶν ἄλλων βραδύτερον.

135. Διὸ δὴ πρὸς διορισμὸν ὕδατος, ἐν δεδομένῳ χρόνῳ διαῤῥέοντος χῶρόν τινα, ὑπολογισέον τὸ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τάχος· ἢ γᾶν σῶμα εἰδικῶς ἰσοβαρὲς τῷ ὕδατι, ὡς εἴρηται (133), ἀπεργασάμενοι, ἐμβαπτίζομεν τῷ μέσῳ ὕδατι, ϗ τὴν αὐτόθι ταχύτητα, ὡς προείρηται, θηρευόμεθα (133). Τῆς δὲ μέσης ταχυτῆτος εὑρεθείσης, ϗ τῦ μέσυ πλάτυς ϗ βάθυς ποταμῦ τινος, εἰς εὕρεσιν τῆς τῦ διϊόντος τόπον τινὰ ἐν χρόνῳ ὡρισμένῳ ὕδατος ποσότητος, κατάτε τὴν αὐτῦ στερεότητα ϗ τὸ βάρος, ὐδέν ἐστι λοιπὸν ἢ ποιῆσαι, ὃ εἴρηται ἐν τῇ Α᾽ριθμητικῇ (Α᾽ριθ. 217. Υ᾽πόδ. ς΄.)· ἐντεῦθεν ἀποισόμεθα τὰ ἑξῆς.

α΄. Τῶν κατὰ δύω ποταμὲς κοπῶν ἰσαλλήλων ὐσῶν, ϗ τῶν ταχυτήτων ὡσαύτως, αἱ μάζαι τῶν ῥεόντων ὑδάτων ἀνάλογοι ἔσονται τοῖς χρόνοις· β΄. τῶν δὲ κοπῶν ϗ τῶν χρόνων ἰσαλλήλων ὄντων, αἱ μάζαι ἀνάλογον ἔξυσι ταῖς ταχυτῆσι· γ΄. τῶν δὲ χρόνων ϗ τῶν ταχυτήτων σαλλήλων ὄντων, αἱ μάζαι ἀνάλογον ἔσονται ταῖς κοπαῖς· δ΄. ἐν γένει τὰ ῥέοντα ἐν δυσὶ ποταμοῖς ὕδατα ἐν λόγῳ ἔσονται συνθέτῳ ἔκτε τῦ τῶν κοπῶν ϗ τῶν ταχυτήτων ϗ τῶν χρόνων.

Η ἐπιφάνεια τῦ ῥέοντος ὕδατος ὐκ ἔσιν ὁμόσαθμος δι' ὅλης τῆς ῥοῆς (Γεωμ. 588. Τόμ. Γ'.) · πρόδηλον δὲ τῦτο ἐπὶ τῦ διὰ πρανῦς ἐπιπέδυ ῥέοντος ὕδατος· ἡ γὰρ ἐπιφάνεια τῦ πρὸς τὰ ταπεινότερα τῦ ἐπιπέδυ ὕδατος ἀναγκαίως ἐσὶ ταπεινοτέρα τῆς τῦ πρὸς τὰ ὑψηλότερα· ἀλλ' ὐδὲν ἧττον ἀληθὲς κἀπὶ τῦ ἐν ὁριζοντίῳ ῥέοντος ἐπιπέδῳ· ῥέον γὰρ τὸ ὕδωρ ταπενότερόν ἐσι πρὸς ἃ ῥεῖ, ἢ ἐξ ὧν.

Α'λλ' ὐδ' ἐν τῦ πλάτυς ἐξεταζομένη ἡ ἐπιφάνεια τῦ ὕδατος ἐξελέγχεται ὁμόσαθμος· ποταμῦ γὰρ διὰ ῥαγδαῖον καταῤῥαγέντα ὑετὸν τὰ μέσα τῶν πρὸς τοῖς χείλεσιν ὑψηλότερά εἰσι περίπυ τρεῖς πόδας, ἢ τέσσαρας· ἡ γὰρ μεγάλη τῦ ὕδατος μάζα, ἧς ἄφνω πληρῦται ὁ ποταμὸς, εὐμαρέσερον πρὸς τὰ μέσα, ὅπυ μηδεμία ἀντίσασις, ἢ πρὸς τὰ ἄκρα, ἐν οἷς τὰ χείλη ἐνέσηκε, ῥεῖ· διελθῦσα δὲ ἅπαντα τὸν ὀχετὸν κατὰ βραχὺ βλέπει πρὸς ὁμοσάθμησιν, ϗ μετὰ χρόνον τινὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς χεδὸν γίνεται ἐπιφανείας.

136. Τὐναντίον δὲ, ποταμῦ εἰς θάλασσαν ἐκβάλλοντος, ϗ παλιῤῥοίας συνεπενεργέσης τῇ τῦ ποταμῦ ῥοῇ, ταπεινότερα συμβαίνει τὰ κατὰ τὸ μέσον ὕδατα γίνεσθαι, ἢ τὰ πρὸς τοῖς χείλεσι· τὰ γὰρ κατὰ τὸ μέσον, τριβῇ τῇ ἐκ τῶν χειλέων ἧκισα ἐπιβραδυνόμενα, ϗ τῇ παλιῤῥοίᾳ συνεφελκυόμενα, τάχιον φέρεται, ἢ τὰ ἐν τοῖς χείλεσι.

137. Ε'ὰν δὲ ῥύαξ, ὑδραγωγῦ τινος ἐκρέων ὑψηλοτέρυ, ἐπὶ τὰ κατάντη φέρηται ἐλευθέρως, εὐπετῶς τὸ τῆς ὅλης ὑδατώδυς μάζης κῆμα εὑρήσομεν· ἔσω γὰρ κοίτη ἡ HKEB (κ. 97), ϗ ἐκ τῆς ἐπιφανείας τῦ ὑδραγωγῦ τῆς ἀνωτάτω ἤχθω πρὸς ὀρθὰς τῷ πλαγιαζομένῳ τῦ ὕδατος βυθῷ (ἐν γὰρ τῇ ἐκρεύσει ὁ βυθὸς KB

ἐξ ὁριζοντίᾳ καθίσαται τῷ ὁρίζοντι πλάγιος, οἷον ΗΒ) ἡ ΑΒ· ἐπεὶ δὲ τὰ τῶν σιβάδων τάχη εἰσὶν ὡς αἱ τετραγωνικαὶ ῥίζαι τῶν σφίσιν ἀντισοιχούντων ὑψῶν (130), ἔσιν ἡ ἐν τῷ Β ταχυτὴς πρὸς τὴν ἐν τῷ Γ :: √ΒΕ : √ΓΖ, εἴτ' ἦν ΒΔ : ΓΘ :: √ΒΕ : √ΓΖ, ἢ ΒΔ² : ΓΘ² :: ΒΕ : ΓΖ· ἐπεὶ δὲ τὰ τρίγωνα ΑΓΖ, ΑΒΕ εἰσὶν ὅμοια, διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν ΓΖ τῇ ΕΒ (Γεωμ. 318. Τόμ. Β΄.), ἔσι ΒΕ : ΓΖ :: ΑΒ : ΑΓ· ὅθεν ΒΔ² : ΓΘ² :: ΑΒ : ΑΓ· ἀλλαμὴν ΑΓ, ἢ ΑΒ εἰσὶν ἀποτετμημέναι, ἢ ΓΘ, ΒΔ τεταγμέναι ἐν τῇ ΓΘΔ καμπύλῃ· ἄρα τὰ ἀπὸ τῶν τεταγμένων τετράγωνα ἀνάλογον ἔχουσι ταῖς συσοιχούσαις ἀποτετμημέναις· ἰδιότης δὲ αὕτη τῆς παραβολῆς (Τ΄ψ. Γεωμ. 14. Τόμ. Γ΄.)· ἄρα ῥύαξ, ἐλευθέρως ὑδραγωγῦ ἐκρέων, ἢ ἐπὶ τὰ κατάντη καταφερόμενος, καταγράφει παραβολήν.

138. Ε'ὰν δὲ δύω ταχύτητες τοῦ ἐκρέοντος ὕδατος δοθῶσιν, εὑρεῖν τὸν τῆς παραβολῆς ἄξονα ΑΒ· ἔστω γὰρ ἡ κατὰ τὸ Γ ταχυτὴς = ΓΘ, ἢ ἡ κατὰ τὸ Β, = ΒΔ· ἐντεῦθεν ἦν γνωσθήσεται ἢ ἡ ΓΒ· ἐπεὶ γὰρ ἔσι ΒΔ² : ΓΘ² :: ΒΑ : ΓΑ, ὅσης ΒΑ = ΒΓ + ΑΓ, τοῦτ' ἔσιν = ΒΓ + χ, ἔσαι ΒΔ² : ΓΘ² :: ΒΓ + χ : χ· ὅθεν ΒΔ² — ΓΘ² : ΓΘ² :: ΒΓ + χ — χ : χ (Συμβ. Λογ. 245. Τόμ. Α΄.), ἢ ΒΔ² — ΓΘ² : ΓΘ² :: ΒΓ : χ·

$$\text{ἄρα } \chi = \frac{\Gamma\Theta^2 \times B\Gamma}{B\Delta^2 - \Gamma\Theta^2},$$

ὅτινος συναφθέντος τοῦ γνωστοῦ ΒΓ, πορισθήσεται ἡ ζητουμένη διάμετρος ΑΒ.

139. Δοθεισῶν δὲ τῶν ταχυτήτων ΓΘ, ΒΔ, εὑρεῖν δυνάμεθα τῆς παραβολῆς τὴν παράμετρον· ἐπεὶ γὰρ ἐν ἁπάσῃ παραβολῇ ἔσιν $v^2 = \pi\chi$ (Τ΄ψ. Γεωμ. 246. Τόμ. Γ΄.), ἔσαι $B\Delta^2 = \pi \times BA$, ἢ $\Gamma\Theta^2 = \pi \times \Gamma A$· ἀφ-

αιρεθείσης δὲ ἀπὸ τῆς πρώτης τῆς δευτέρας ἐξισώσεως, πορισθήσεται $B\Delta^2 - \Gamma\Theta^2 = (BA - \Gamma A) . \pi$· ἀλλαμὴν ἡ δυοῖν τετραγώνων διαφορὰ ἴσεται τῷ γινομένῳ ὑπὸ τε ἀθροίσματος καὶ τῆς διαφορᾶς τῶν κατ' αὐτὰ ῥιζῶν (ὃ δὴ καταφαίνεται πολλαπλασιάσασιν $\alpha + \beta$ ἐπὶ $\alpha - \beta$)· ἄρα $(B\Delta + \Gamma\Theta) \times (B\Delta - \Gamma\Theta) = (BA - \Gamma A) . \pi$· ἀλλαμὴν $B\Delta - \Gamma\Theta = I\Delta$, καὶ $BA - \Gamma A = B\Gamma$· ἄρα $(B\Delta + \Gamma\Theta) I\Delta = B\Gamma \times \pi$, ὅθεν $B\Gamma : I\Delta :: B\Delta + \Gamma\Theta : \pi$, καὶ $\pi = \frac{I\Delta \times (B\Delta + \Gamma\Theta)}{B\Gamma}$, ἡ ζητουμένη παράμετρος.

140. Τὰ δὲ περὶ τῆς τοῦ ὕδατος κατὰ τῶν σφῶν ἐνεργείας, συναχθήσεται ἐκ τῶν προειρημένων ἐν τῇ Φυσικῇ· ἡ μὲν γὰρ τοῦ ὕδατος κατὰ σφᾶς γινομένη ἐνέργεια ἴση ἐστὶ τῇ ὕδατος καθ' ὑγρᾶς ἐνεργείᾳ· ἡ δὲ, ἴση τῇ ἐκ τοῦ ὑγροῦ κατὰ τοῦ ὕδατος ἀντισάσει· ἡ γὰρ ἀντίσασις, ἢ, ὡς εἰώθασι λέγειν οἱ φυσιολογοῦντες, ἡ ἀντίδρασις, ἴσται τῇ δράσει· ἀλλαμὴν ἡ τοῦ μέσου ἀντίσασις ἐν λόγῳ ἐστὶ συνθέτῳ ἔκτε τῆς ἐπιφανείας, καθ' ἣν πλήττει τὸ κινητὸν, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ταχυτῆτος τετραγώνου, καὶ τῆς πυκνότητος (Φυσ. 391)· ἄρα καὶ ἡ τοῦ ὕδατος κατὰ σφᾶς γινομένη ἐνέργεια ἐν τῷ λόγῳ τῷδε ἔσαι, εἴτ' ἓν ἐν λόγῳ συνθέτῳ ἐκ τῆς ἐπιφανείας, καθ' ἣν προσβάλλει εὐθέως τῷ σφῷ, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ταχυτῆτος τετραγώνου, καὶ τῆς τοῦ ὕδατος πυκνότητος· παροπτέος δὲ ὁ ἕκατος ἕτος λόγος, εἴτ' ἓν ὁ τῆς πυκνότητος ὡς $= \frac{1}{1}$, εἰ μήτις τὴν ὕδατος ἐνέργειαν παραβάλλειν ἐθέλοι τῇ ὑγρᾷ ἄλλου ἀνισοπύκνου.

141. Ἐντεῦθεν ἄρα συνάγονται οἱ διάφοροι λόγοι τῆς τοῦ ὕδατος κατὰ σωμάτων ἄλλων συγκρίσεως, ἢ

ἐπιδράσεως, ἢ ἐνεργείας, ἢ, ὅπως ἄντις καλεῖν ἀξιώσειεν, α΄. ἐκ τῶν ἐπιφανειῶν, καθ' ἃς πρὸς ὀρθὰς τοῖς σώμασι προσβάλλουσι· β΄. ἐκ τῶν ἴσων, ἢ ἀνίσων ταχυτήτων.

142. ΣΧΟΛΙΟΝ. Διακριτέον δὲ ἐπὶ τῶν ὑγρῶν τὴν σύγκρουσιν, ἢ ἐπίδρασιν τῆς καταθλίψεως· α΄. ἡ μὲν γὰρ σύγκρουσις ἀποτέλεσμά ἐσι τῆς πραγματικῆς κινήσεως· ἡ δὲ κατάθλιψις, ἡ πρὸς κίνησιν ἔπειξις· β΄. διὰ μὲν τῆς συγκρούσεως τὸ ὑγρὸν κατὰ μόνην τὴν, ἢ ῥέει, φορὰν προσβάλλει τοῖς σώμασι, διανεμόμενον ἑαυτῷ τε ϗ τῷ συγκρουομένῳ σώματι τὴν κίνησιν κατὰ λόγον τῶν μαζῶν (Φυσ. 329)· διὰ δὲ τῆς καταθλίψεως, κατὰ πάσας ἐπ. ενεργεῖ τὰς φορὰς, μήτε διανέμον, ἢ ἀπομειῶν, τὴν κατάθλιψιν, ὡς εἴρηται (29)· ὕδωρ φέρ' εἰπεῖν ποταμὸς ῥεῖ διὰ τῆς κοίτης σὺν ϗ ὀλίγῃ τῇ ὁρμῇ· προσκρούει δὲ κωλύματί τινι κατὰ κάθετον, οἷον σεῤῥῷ τῆς αὐτῆς εἰδικῆς βαρύτητος κατὰ τὸ προειρημένον (130) τὸ ϗ ἐμβυθιζόμενον τῷ ποταμῷ· τὰ τοίνυν ὑδατώδη μόρια, προσβάλλον τὰ τοῖς πρώτοις τοῦ σώματος μορίοις, διανέμονται ἀλλήλοις τὴν κίνησιν κατὰ λόγον τὸν τῶν μαζῶν, ϗ ταῦτα βραχύτι κινοῦσι κατὰ τὴν τῶν ποταμίων ῥοῶν φοράν· τέτοις δὲ ἑκατέρωθεν τοῦ σώματος διαῤῥεύσασιν ἐπεισέρχονται ἄλλα, ἃ διανέμει τῷ σεῤῥῷ τὴν ὑπεροχὴν, ἢ ἡ αὐτῶν κίνησις ὑπερέχει τῆς ἐκείνου (Φυσ. 312), ϗ ὕστως ἐξῆς, μέχρις ἂν τὸ σεῤῥὸν ἰσοταχές γένηται ταῖς τῶν ὑδάτων ῥοαῖς· ϗ αὕτη μέν ἐσιν ἡ ἐνέργεια, ἡ ἐκ τῆς αὐτοῦ πραγματικῆς ἀποτελουμένη κινήσεως· ἡ δὲ κατάθλιψις οὐκ ἔσι τοιαύτη· αὕτη γὰρ διὰ τὸ πάσας τὰς ὑδατώδεις σήλας ὁμοσαθμίαν ζητεῖν ἀποτελεῖται· ἔνεσιν ἄρα τῷ ὕδατι, καὶ ἐν γένει παντὶ ὑγρῷ, οὐδὲν ἧττον

ἀκινητοῦντι, ἢ ῥέοντι· διὰ μὲν ἓν τῆς πραγματικῆς κινήσεως μόνον ἐπενεργεῖ καθ' ἣν ῥεῖ φοράν· διὰ δὲ τῆς καταθλίψεως, πανταχοῦ ἐπίσης ἐκτελουμένης (15), σπεύδει τὰ χείλη καταῤῥῆξαι, τὸν βυθὸν διακοιλάναι, καὶ πανταχοῦ τι ἀποτελέσαι οἰκεῖον.

143. Ὥ"σε ἡ τοῦ ὕδατος κατὰ τῶν ἐξῆς κειμένων πτερυγίων μυλικοῦ τροχοῦ ἐνέργεια ἔσαι ἐν λόγῳ συνθέτῳ ἔκτε τῆς ἐπιφανείας, καθ' ἣν προσβάλλει τῷ πτερυγίῳ, εἴτ' ἓν τῆς τοῦ ἐπιπέδου αὐτοῦ ἐπιφανείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ταχυτῆτος τετραγώνου.

Διὰ ταῦτ' ἄρα, ὅτε πολὺ ὕδωρ παραλλήλως ῥέει τῷ ὁρίζοντι, καθάπερ ἀμέλει ἡνίκα τὸ ἔνερθεν μέρος μυλικοῦ τροχοῦ ποταμῷ ἐμβαπτίζεται, τὰ ἐπίπεδα τοῦ τροχοῦ ἐπιμήκητε καὶ πλατέα ἐργάζονται, ἵν' ἀναπληρωθείη ἐκ τῆς ἐπιφανείας τὸ ἐλλεῖπον ἐκ τῆς τοῦ ὕδατος ταχύτητος· τῆς δὲ μεγάλης ἐπιφανείας, ἢ ἐπιδρᾷ τὸ ὕδωρ, αὐξούσης τὴν τοῦ ὕδατος ἐπίδρασιν κατὰ τῆς τοῦ μύλωνος ἀντισάσεως, οὐχὶ δὲ καὶ τὴν τοῦ ὕδατος ταχύτητα, ὁ μύλων καὶ ὕτω βραδέως κινεῖται· βραχέος ἀλλ' ἓν ὕδατος δι' ὀχετοῦ μεγάλου καταῤῥέοντος ἐπὶ μικρᾶς ἐπιφανείας τοῦ μυλικοῦ τροχοῦ, καὶ κατὰ τὸ ἀπὸ τῆς ταχυτῆτος ἑαυτοῦ τετράγωνον ἐπενεργοῦντος, οὐχ' ὅπως ἡ ἀντίσασις τοῦ μύλωνος διαφθείρεται, ἀλλὰ καὶ τάχιον ὁ μύλων, ἢ ἐν τῷ ποταμῷ, περιφέρεται.

144. Νῦν δὲ βουλομένοις ἐκτιμήσασθαι τὴν ἀληθῆ ἰσχὺν τοῦ ὕδατος, τὴν τῇ ἀντισάσει ἐπιδρῶσάν τοῦ μύλονος, πολλαπλασιασέον τὴν ἐπιφάνειαν τῆς τοῦ τροχοῦ πτέρυγος ἐπὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ταχυτῆτος τοῦ ὕδατος· τὸ δὲ προκύπτον ἐπιπολλαπλασιασέον ἐπὶ τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ τοῦ τροχοῦ ἀκτὶς πρὸς τὴν τοῦ κυλίνδρου· ἡ γὰρ ἀπ

λήθης τοῦ ὕδατος ἰσχὺς, ἐκλαμβανομένη ὡς δύναμις ἐνεργοῦσα, ἔστι πρῶτον ἴση τῷ γινομένῳ ἐκ τῆς ἐπιφανείας τῆς τοῦ τροχοῦ πτέρυγος, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς τοῦ ὕδατος ταχυτήτος τετραγώνου, ὡς ἤδη εἴδομεν· ἀλλαμὴν ἐν ἅπαντι τροχῷ ἡ ταχύτης τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν τῆς ἀντισάσεως λόγον ἔχει, ὃν ἡ τοῦ τροχοῦ ἀκτὶς πρὸς τὴν τοῦ κυλίνδρου (55)· ἵν' ἄρα εὕρωμεν τὴν ἀληθῆ τῆς δυνάμεως ἰσχὺν, πολλαπλασιαστέον τὸ τὴν δύναμιν ἐμφαῖνον προκύπτον ἐπὶ τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ τοῦ τροχοῦ ἀκτὶς πρὸς τὴν τοῦ κυλίνδρου.

145. ΠΟΡΙΣΜΑ. Τῆς ὅλης ἰσχύος τοῦ ὕδατος, τῆς τὴν ἀπαντῶσαν διαφθειρούσης ἀντίσασιν, οἷον μυλικὸν τροχὸν, ὑπὸ τριῶν παραγομένης ποιητῶν, δῆλον, ὅτι, εἴπερ εἷς ἢ δύω τῶν ποιητῶν εἶεν παρὰ πολὺ μικροὶ, ἀναπληρῶσαι δεῖ τὴν ἔλλειψιν ἐκ τῶν δυοῖν ἄλλων, ἢ τοῦ τρίτου· διὸ δὴ ὀλίγου παρόντος ὕδατος, α'. τὸ ὕψος, ἀφ' οὗ καταπίπτει, μέγα δεῖ ποιεῖν· β'. μικρὰς δὲ τὰς τοῦ τροχοῦ ἀκτῖνας· γ'. ἀναπληροῦν ἔξεσι τὴν τοῦ ὕδατος ποσότητα, ἐφ' ἑκάσης πτέρυγος τῶν τοῦ τροχοῦ ἄγγος προσαρμόζοντας, ἢ ἐγγλύφοντας. τοῦ ἓν ὕδατος τῷ τροχῷ ἐπικαταπίπτοντος, πάντων μὲν τῶν τὴν ῥοὴν τοῦ ὕδατος βλεπόντων ἀγγέων ὄντων κενῶν, πάντων δὲ τῶν ἐπὶ τῆς ἑτέρας ἡμιπεριφερείας πεπληρωμένων, τὸ τοῦ ἐν τούτοις ὕδατος βάρος συνάμα τῇ κατὰ τῆς πτέρυγος συγκρούσει περιάγουσι τὸν τροχόν· πολλοῦ δὲ παρόντος ὕδατος, βραδέως μέντοι φερομένου, ἀποχωρίζειν εἰώθασι τῶν τοῦ ποταμοῦ ῥείθρων ὕδωρ ἱκανὸν, καὶ δι' ἀγωγοῦ ἐπίτηδες κατεσκευασμένου, παραλληλοτέρου μέντοι τῷ ὁρίζοντι, ἢ ὁ ποταμὸς, διεξάγειν, ἵνα καταπίπτον εἶτα δι' ἀγωγοῦ ἄλλου τῷ ὁρίζοντι σχεδὸν πρὸς ὀρθὰς ἱσαμένου ἐπὶ τῶν τοῦ τροχοῦ πτερύγων, εὐμαρῶς παριάγῃ τὴν μύλην.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΝΝΑΤΟΝ.

Περὶ ἀρχῆς πηγῶν καὶ ποταμῶν.

146. Πᾶσαι αἱ τῆς θαλάσσης ἀπέχουσαι ἀναδόσεις τῶν ποταμῶν καὶ πηγῶν ὑψηλότεραί εἰσι τῆς κατὰ τὴν θάλασσαν ἐπιφανείας· ἐφ' ὃ καὶ διεάζειν τι ὅλως ἡ χρή· πᾶσαι μὲν γὰρ πηγαὶ, πάντες δὲν ποταμοὶ, ἐξίασιν εἰς τὴν θάλασσαν· ἐπεὶ τοίνυν ἐν ἅπαντι ὀχετῷ, ὃν ἄντις ὑποθείη κοινωνεῖν τῆς θαλάσσης, τὸ ὕδωρ τείνει ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας τῇ θαλάσσῃ γενέθαι, ὡς δέδεικται (41)· τὸ ὕδωρ τὸ εὐθέως ἐκ τῆς θαλάσσης ἐρχόμενον πηγὴν ἄν ἢ ποταμὸν ποιήσειεν ἀναγκαίως ἔνερθεν τῆς κατὰ τὴν θάλασσαν ὁμοσαθμίας.

147. Πᾶσαι ἄρα αἱ τῆς θαλάσσης ἀπέχουσαι ἀναβλύσεις τῶν πηγῶν καὶ τῶν ποταμῶν, ἅτε ὑπερθεν τῆς κατὰ τὴν θάλασσαν ὁμοσαθμίας γινόμεναι, δῆλον, ὅτι ἐκ τῆς θαλάσσης εὐθέως ἐκ ἔρχονται· φημὶ δέ: αἱ τῆς θαλάσσης ἀπέχουσαι· δυνατὸν γὰρ ἐγγὺς τῆς θαλάσσης ἐν χώροις ὑποβεβηκόσι τὴν ἐκείνης ὁμοσαθμίαν πηγὰς ἐκ τοῦ εὐθέος ἐκεῖθεν ἀναδίδοθαι, καὶ ταῦτα τοῦ ὕδατος ἁλμυροῦ καὶ ὑποπίκρου κατὰ τὰ θαλάσσια ὄντος.

Ἀλλ' ἔμπης πάντες μὲν ποταμοὶ, πηγαὶ δὲ πᾶσαι, ἐμμέσως ἐκ τῆς θαλάσσης ἀπογεννῶνται· τὸ ἥμισυ γὰρ τῆς γηΐνης σφαίρας μικροῦ δεῖν ταῖς θαλάσσαις καλύπτεται· πλεῖσον δὲ ποσὸν ἀτμῶν ἐντεῦθεν ἀδιαλείπτως εἰς τὸν ἀέρα ἐξαίρεται, εἴγε ἑκάσης ἡμέρας ἐκ τετραγωνικῆς λεύγης τῆς γῆς ὕδωρ ἀνιμᾶται κάδων 6914 κα-

τὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ Ἀλλείου, συμπαραλαμβανομένων καὶ τῶν, οἳ ποταμῶν καὶ λιμνῶν καὶ ῥυάκων καὶ αὐτῆς τῆς γηΐνης ἐπιφανείας ἐξεγείρονται· οὗτοι δὲ τὴν ἀτμοσφαῖραν πληρώσαντες, ἀντιπνοίαις ἀνέμων, ἢ ἄλλαις αἰτίαις, εἰς ὑετὸν καὶ χιόνα τρεπόμενοι, εἰς γῆν κατέρχονται· τῶν δ' ὑετίων ὑδάτων, ὀλίγα μὲν τὴν γῆν ἀρδεύουσι, τὰ καὶ αὖθις ἐξατμιζόμενα, ἄλλα δὲ εἰς τοὺς ποταμοὺς συῤῥέουσι, τινὰ δὲ ὀπαῖς ἀπαντῶντα τῆς γῆς καταῤῥέουσιν εἰς αὐτάς, καὶ διὰ μικρῶν ὀχετῶν ὀρθῶν ἢ πλαγίων φέρονται εἰς τὰ φύσει κατασκευασθέντα ὑπόγεια ἄντρα. Διὰ ταῦτ' ἄρα πηγαὶ μὲν καὶ ῥύακες ἐν ὑπωρείαις τὰ πολλὰ βουνῶν ἀναβλύουσι· ποταμοὶ δὲ μεγάλοι, ἐν ταῖς τῶν ὀρέων· Ῥοδανὸς μὲν γὰρ καὶ Ῥῆνος καὶ Δανούβιος, ἐκ τῶν κατὰ τὰς Ἄλπεις ὑπωῤῥειῶν ἀναπηγάζουσιν, ὡσαύτως καὶ Πάδος· Πηνειὸς δὲ ὁ Θεσσαλικὸς ἐκ τῶν τῆς Πίνδου· τὰ γὰρ ὑέτια ὕδατα καὶ ἡ χιὼν, ἐπὶ τοὺς ὑψηλοὺς τούς δε χώρους καταφερόμενα, καὶ διὰ φυσικῶν σωλήνων εἰς τὰς ὑπογείους συῤῥέοντα διώρυχας, κἀκεῖ ἐξόδῳ περὶ τὸν βυθὸν τῶν διωρύχων ἀπαντῶντα, ἢ αὐτὰ διὰ τὴν ἐκ τοῦ ἰδίου βάρους κατάθλιψιν ἀπεργαζόμενα, ἀναπηδῶσιν ἐκ τῶν ὑπωρειῶν, καὶ εἰς πηγὴν, ἢ ῥύακα, ἢ ποταμὸν, ὡς ἔχουσιν ἕκαστα ποσότητος, μετασχηματίζονται· πολλάκις δὲ ὁ ποταμὸς, ἐν μὲν ταῖς ἑαυτοῦ πηγαῖς μικρὸς ὑπάρχει, συνεχῶς δ' ἐξογκοῦται καὶ μεγεθύνεται, πηγῶν ἄλλων καὶ ῥυάκων αὐτῷ συνεπιῤῥεόντων· ὥστε ποταμὸς πελαγίζων, καὶ βάθει τε καὶ πλάτει ὢν ὑπερφυὴς ἐν ἀποστήματι λευγῶν τινων ἀπὸ τῶν Πηγῶν, ἐν ταῖς πηγαῖς τὰ πολλὰ ὑπάρχει ῥυάκιον· καὶ Πηνειὸς ὁ ἡμέτερος ἐν μὲν ταῖς ὑπωρείαις τῆς Πίνδου οὐκ ἄξιός ἐστι ποταμὸς ὀνομάζεσθαι· μετὰ δὲ, πολλῶν καὶ ἄλλων αὐτῷ συνεπεισερχομένων ῥυάκων, πόῤ-

ῥωπε τῶν πηγῶν, οἷον ἐν Λαρίσσῃ, ποταμὸς ἀποκαθίσαται μέγας, ϗ διὰ τῶν Τέμπεων διαῤῥέων, ἀφθόνῳ ϗ καλλιῤῥόῳ ῥείθρῳ εἰς θάλασσαν ἐκδίδωσι.

148. Δι' ὑπολογισμῶν τοῖς φιλοσοφοῦσι γενομένων δέδεικται ά. ὅτι ὁ ὑετὸς ϗ ἡ χιὼν, ἐν διαφόροις χώροις καταφερόμενα, χορηγεῖν ἐξαρκοῦσιν, ὅσον ὑδάτων ἐπιδέονται οἱ τοὺς χώρους τούτους ἀρδεύοντες ποταμοὶ ϗ πηγαί· β. ἑπομένως ὁ ὑετὸς ϗ ἡ χιὼν, ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς καταπίπτοντα, ἀφθόνως χορηγοῦσιν, ὅσον ὕδωρ οἱ ποταμοὶ ϗ αἱ πηγαὶ ἐκβάλλουσιν εἰς τὴν θάλασσαν· γ. οἱ τῆς θαλάσσης ἐξεγειρόμενοι ἀτμοὶ ἱκανοί εἰσι παρέχειν, ὅσον ὕδωρ εἰς ῥανίδας ὄμβρου ϗ χιόνος νιφάδας ἐπὶ τῆς γῆς καταφέρεται, ϗ ἑπομένως ἐξαντλῆσαι, ὅσον ἡ θάλασσα ἐκ τῶν συῤῥεόντων εἰς αὐτὴν ποταμῶν ϗ πηγῶν ϗ ῥυάκων ἐδέξατο.

Τελευταῖον δὲ, ἀφθόνων μὲν καταπιπτόντων ὑετῶν, αἵτε πηγαὶ ϗ οἱ ποταμοὶ ϗ τὰ φρέατα δαψιλὲς παρέχονται τὸ νᾶμα· ἐμὴν ἀλλὰ ϗ καινὰς πηγὰς ἔσιν ἕ ἀναδιδόασιν· ἀνομβρίας δὲ ἐφ' ἱκανὸν παρατεινομένης, πηγαίτε ϗ φρέατα ϗ ποταμοὶ ἐλαττοῦνται· ἐμὴν ἀλλὰ συχνοὶ ϗ ἄρδην ἐκλείπουσιν ἀποξηραινόμενοι.

149. Ἐκ πάντων τούτων ὅτω διανοησόμεθα· αἱ πηγαὶ ϗ οἱ ποταμοὶ ἀμέσως ἐκ τῆς θαλάσσης ἐκ ἀπονάσοι (141)· οἱ δὲ θαλάσσιοι ἀτμοὶ εἰς ὑετὸν ϗ χιόνα μεταβαλλόμενοι τοσοῦτον ὕδατος ἐπὶ τῆς γῆς καταφέρουσιν, ὅσον συγκροτεῖν ϗ, ὅτω φᾶναι, τρέφειν πάντας τοὺς ποταμοὺς ϗ πάσας τὰς πηγάς· τελευταῖον δὲ οἱ ποταμοὶ ϗ αἱ πηγαὶ ταῖς ἀφθονίαις ϗ ἐλλείψεσι τῶν ὄμβρων συμπερισσεύουσί τε ϗ συνελλείπουσιν· ἀναγκαίως ἄρα ἐκ τούτων συνάγεται· ά. ὅτι οἱ πλείους τῶν ποταμῶν ϗ πηγῶν

ἐξ ὑετῦ ϗ χιόνος ἀπογεννῶνται· β΄. τῦ μὲν ὑετῦ ἐξ ἀτμῶν, τῶν δ' ἀτμῶν ἐκ τῆς θαλάσσης συνισαμένων, αἵτε πηγαὶ ϗ οἱ ποταμοὶ ἐμμέσως ἐκ τῆς θαλάσσης ἀπονάσι.

150. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐντεῦθεν ἄρα συνάγεται ά. διὰ τί τὸ τῆς θαλάσσης ὕψος ὡς πρὸς αἴσθησιν τὸ αὐτὸ μένει δι' ὅλυ τῦ ἐνιαυτῦ, ὅσον γὰρ ἐξατμίσει ἀπόλλυσι, τοσῦτον χεδὸν προσκτᾶται ἐκ τῶν εἰς αὐτὴν ἐξιόντων ποταμῶν ϗ ῥυάκων ϗ πηγῶν· β΄. τὰ ὕδατα τῆς θαλάσσης ϗ μετὰ πολλῶν αἰώνων χεδὸν παρέλευσιν ἂκ ἐλαττωθήσεται· ὃ γὰρ τῶν ὑδάτων ἑαυτῆς ἀπόλλυσιν ἡ θάλασσα ἀδέν ἐσιν, ἀλλ' ἢ ἀτμοὶ, εἰς τὴν ἀτμοσφαῖραν ἐξεγειρόμενοι, ϗ εἰς ὕψος ἀ πλεῖυ ἢ λευγῶν περίπυ 20 αἰρόμενοι· τῦ δ' ἀτμοσφαιρικῦ ἀέρος ἀτμῶν πληρωθέντος μέχρις ὁρίων τινῶν, ϗ ἐπέκεινα σέγειν μὴ δυναμένυ, ὑετὸς καταῤῥήγνυται· ϗ πάλιν οἱ ἀτμοὶ εἰς τὴν θάλασσαν ἐπανίασι.

151. ΣΧΟΛΙΟΝ. Τὰ δὲ περὶ τῶν παντοίων τῦ ὕδατος ποιοτήτων, ϗ τῶν διαφόρων ἐξατμήσει τε ϗ συμπήξει αὐτῦ μεταχηματισμῶν, ἀποταμιεύσομεν ἐν τῇ κατ' εἶδος Φυσικῇ.

ΤΕΛΟΣ ΤΟΥ Ε΄. ΤΟΜΟΥ.

ΠΙΝΑΞ ΚΕΦΑΛΑΙΩΔΗΣ.

Τῶν ἐν τῷ Ε΄. Τόμῳ περιεχομένων.

ΤΗΣ ΕΝ ΓΕΝΕΙ ΦΥΣΙΚΗΣ.

		Σελ.
Κεφάλαιον ΚΕ΄.	Περὶ κεντρικῶν δυνάμεων.	1
— — Κς΄.	Περὶ κεντρικῶν δυνάμεων τῶν ἐν τῷ κύκλῳ.	12
— — ΚΖ΄.	Περὶ τῆς ἐν ταῖς Κωνικαῖς τομαῖς κινήσεως.	19
— — ΚΗ΄.	Περὶ τῶν νόμων τῆς συγχρύσεως. . .	29
— — ΚΘ΄.	Περὶ ἀνακλωμένης κινήσεως.	61
— — Λ΄.	Περὶ τῆς θραυομένης κινήσεως.	66
— — ΛΑ΄.	Περὶ τῆς καθ' ἅλμα κινήσεως. . . .	70
— — ΛΒ΄.	Περὶ τῆς διὰ μέσου ἀνθισαμένης κινήσεως.	73
— — ΛΓ΄.	Περὶ τοῦ κέντρου τῆς τῶν σωμάτων βαρύτητος.	86
— — ΛΔ΄.	Περὶ τοῦ κέντρου τῆς βαρύτητος τῶν ἐπιφανειῶν.	95
— — ΛΕ΄.	Περὶ τοῦ κέντρου τῆς βαρύτητος τῶν σερεῶν.	109

ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ.

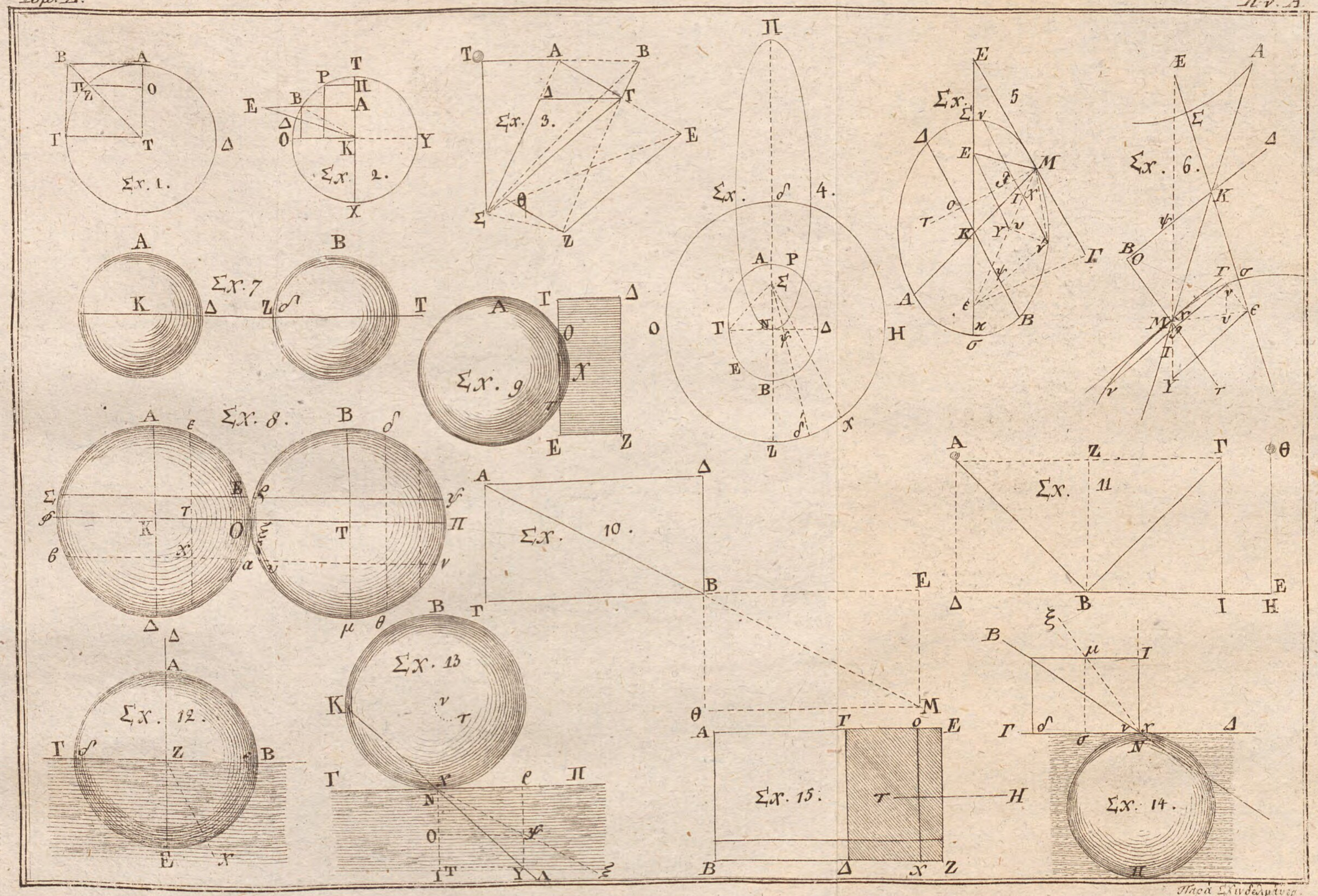
Κεφάλαιον Α΄.	Προλεγόμενα.	119
— — Β΄.	Περὶ Μοχλοῦ.	123
— — Γ΄.	Περὶ τῶν χρησιμωτέρων μοχλῶν. . . .	140
— — Δ΄.	Περὶ τοῦ Ζυγοῦ.	144
— — Ε΄.	Περὶ Φάλαγγος.	151
— — ς΄.	Περὶ ἐντροχίου ἄξονος καὶ ὄνου καὶ ἐργάτου. .	154
— — Ζ΄.	Περὶ Τροχιλαίας.	162
— — Η΄.	Περὶ πρανοῦς ἐπιπέδου.	167
— — Θ΄.	Περὶ Κοχλίου.	169
— — Ι΄.	Περὶ Σφηνός.	182
— — ΙΑ΄.	Περὶ συνθέτων μηχανῶν καὶ περὶ Πολυσπάστων.	186
— — ΙΒ΄.	Περὶ Παγκρατίου.	190
— — ΙΓ΄.	Περὶ Ὡρολογίου.	201
— — ΙΔ΄.	Περὶ Ὁδομέτρου.	211
— — ΙΕ΄.	Περὶ Μύλωνος καὶ Σφύρας.	221
— — Ις΄.	Περὶ Τριβῆς.	224

ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗΣ.

Κεφάλαιον Α΄.	Περὶ Ῥευστῶν.	232
— — Β΄.	Περὶ ὁμογενῶν ὑγρῶν.	238
— — Γ΄.	Περὶ ἑτερογενῶν ὑγρῶν.	259
— — Δ΄.	Περὶ τῆς ἀπὸ τῶν δοχείων ἐκρεύσεως τῶν ὑγρῶν.	264
— — Ε΄.	Περὶ τῆς τοῦ ὕδατος ἀναπηδήσεως. . . .	276
— — ς΄.	Περὶ Κυμάτων.	280
— — Ζ΄.	Περὶ τῆς τῶν σερεῶν ἐν τοῖς ῥευστοῖς καταδύσεως.	282
— — Η΄.	Περὶ τῶν κατὰ τὰς ποταμὰς ῥοῶν. . . .	311
— — Θ΄.	Περὶ ἀρχῆς πηγῶν καὶ ποταμῶν. . . .	323

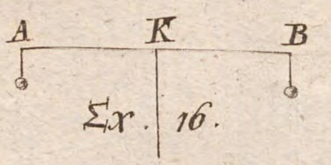
ΔΙΟΡΘΩΣΙΣ ΤΩΝ ΗΜΑΡΤΗΜΕΝΩΝ.

Σελ. 10. στίχ. 3. Τὸν, Γρ. Τὸ. — Σελ. 17. στίχ. 2 (266), Γρ. (269). — Σελ. 18. στίχ. 9. Δ^2, Γρ. Δ. στίχ. 20. 2Χ, Γρ. 2Δ. — Σελ. 24. στίχ. 23. (84), Γρ. (Υ'ψ. Γεωμ. 84). — Σελ. 27. στίχ. 19. (282), Γρ. (285). — Σελ. 28. στιχ. 16. 297, Γρ. Καὶ ἐνταῦθα 297. — Σελ. 30. στίχ. 25. (131), Γρ. (121). — Σελ. 42. στίχ. 6. (χ. 117), Γρ. (χ. 8). — Σελ. 45. στίχ. 20. Τῆς ἡμίσεως, Γρ. Τῷ ἡμίσεως. — Σελ. 56. στίχ. 3. 357, Γρ. 350. — Σελ. 59. στίχ. 3. 494, Γρ. 496. — Σελ. 63. στίχ. 13. Πορώδη, Γρ. Πυρώδη. — Σελ. 70. στίχ. 13. Καθ' ὃ, Γρ. Μεθ' ὃ. — Σελ. 71. στίχ. 12. (306), Γρ. (303). — Σελ. 74. στίχ. 13. Ε'λάσσονος, Γρ. Τῷ ἐλάσσονος. — Σελ. 84. στίχ. 23. Α'έμω, Γρ. Α'νέμω. — Σελ. 120. στίχ. 15. Ε'λάττος, Γρ. Ε'λάττονος. — Σελ. 125. στίχ. 3. Τῆς ἀντισάσεως P ἡ δύναμις Π, Γρ. Τῆς δυνάμεως Π ἡ ἀντίσασις P. — Σελ. 147. στίχ. 30. Οὖ, Γρ. Οὖν. — Σελ. 159. στίχ. 22. εξ, Γρ. εζ. — Σελ. 166. στίχ. 23. 352, Γρ. 252. — Σελ. 169. στίχ. 19. λαμβανομ., Γρ. ἀπολαμβανομένη. — Σελ. 172. στίχ. 10. Περιάγεσα, Γρ. Δύναμις περιάγει. — Σελ. 181. στίχ. 27. (390), Γρ. (391) — Σελ. 189. στίχ. 11. 39, Γρ. 79. — Σελ. 206. στίχ. 20. Α"νοδος, Γρ. Α"νοδος'. στίχ. 27. Διό,τι, Γρ. Δι' ὅ,τι. — Σελ. 215. στίχ. 7. (χ. 40), Γρ. (χ. 80). — Σελ. 222. στίχ. 11. Φέρηται, Γρ. Φέρηται'. — Σελ. 235. στίχ. 9. Δύνται, Γρ. Δύνατται. — Σελ. 235. στίχ. 18. Η'λάττω, Γρ. Η'λάττων. — Σελ. 239. στίχ. 14. Εἰ, Γρ. Εἰς, — Σελ. 242. στίχ. 5. ΑΓοΘΙΚ, Γρ. ΑΓο, ΘΙΚ. — στίχ. 8. 488, Γρ. 588. — Σελ. 259. στίχ. 26. Τ'ποδεκαπλάσιος, Γρ. Τ'ποδεκατετραπλάσιος. — Σελ. 268. στίχ. 11. Ε'ν τρισὶ λεπτοῖς, Γρ. Ε'ν τρισὶ λεπτοῖς πληρωμένη. — στίχ. 12. Τὸ ἐν τῇ τ, Γρ. Η' ἐν τῇ τ. — Σελ. 273. στίχ. 4. Ε'ποκενωμένων, Γρ. Α'ποκενωμένων. — Σελ. 274. στίχ. 13. Ε'γχαράχθων, Γρ. Ε'γκεχαράχθων. — Σελ. 281. στίχ. 18. Προσθῇ, Γρ. Προσῇ. — Σελ. 285. στίχ. 26. Ε'ρηται, Γρ. Εἴρηται. — Σελ. 294. στίχ. 9. (95), Γρ. (93).

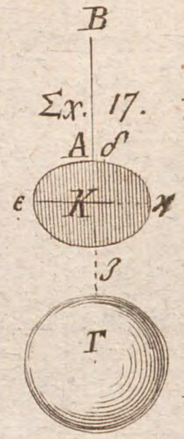


Παρὰ Σχινδελμάνερ.

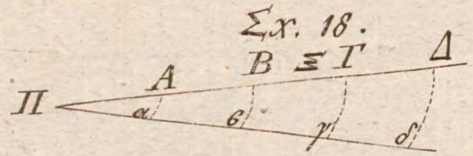
Σχ. 16.



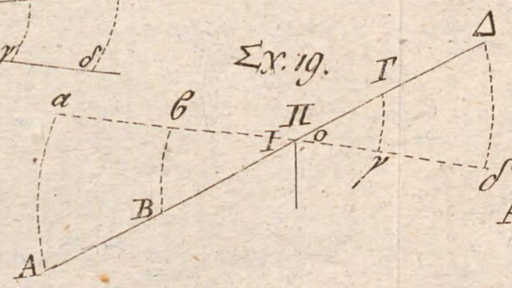
Σχ. 17.



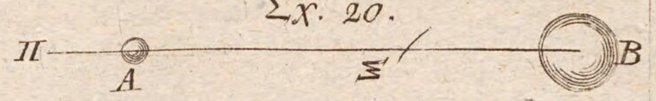
Σχ. 18.



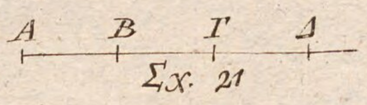
Σχ. 19.



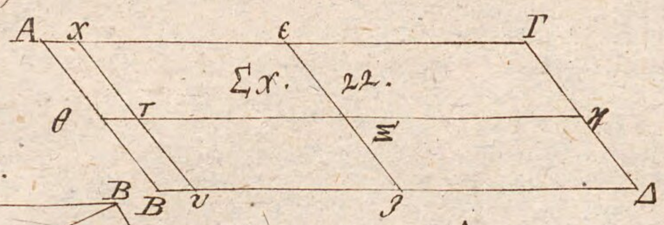
Σχ. 20.



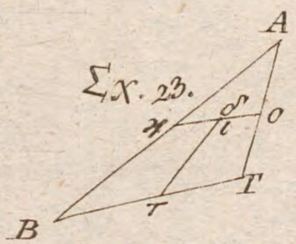
Σχ. 21



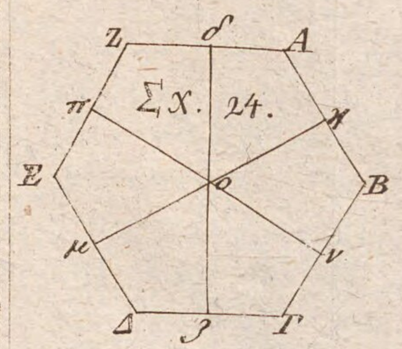
Σχ. 22.



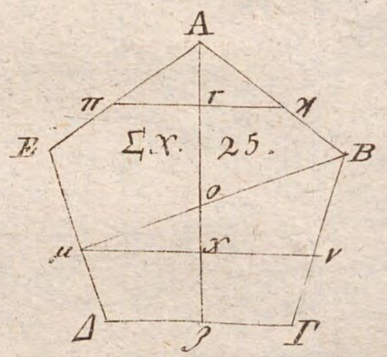
Σχ. 23.



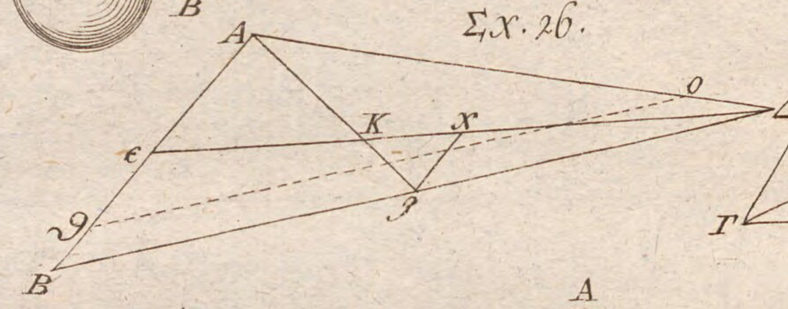
Σχ. 24.



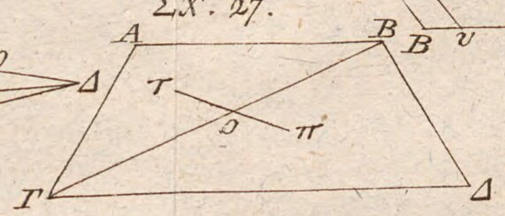
Σχ. 25.



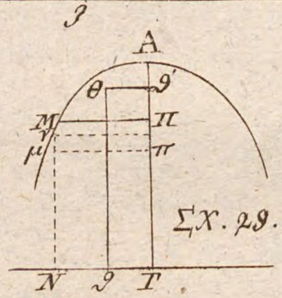
Σχ. 26.



Σχ. 27.

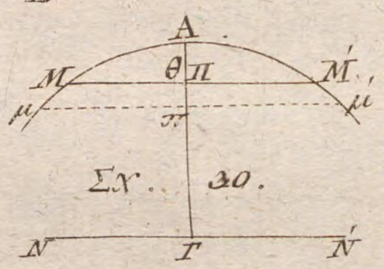


Σχ. 28.

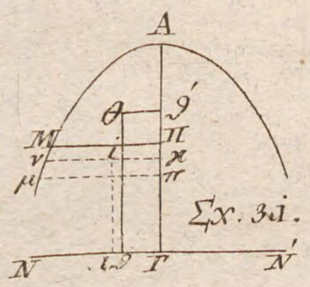


Σχ. 29.

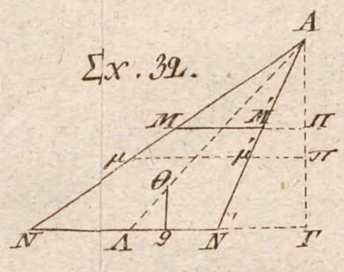
Σχ. 30.



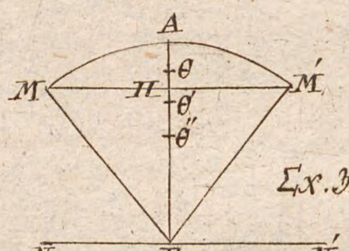
Σχ. 31.



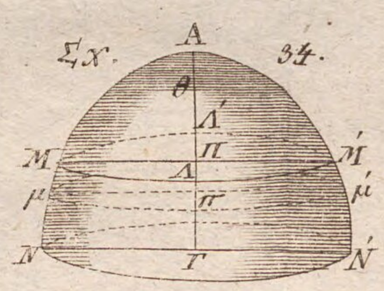
Σχ. 32.



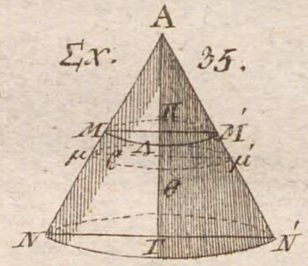
Σχ. 33.



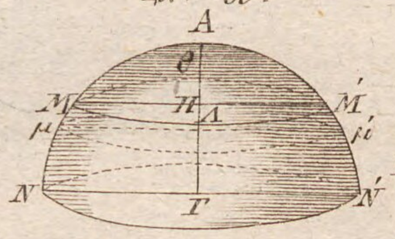
Σχ. 34.



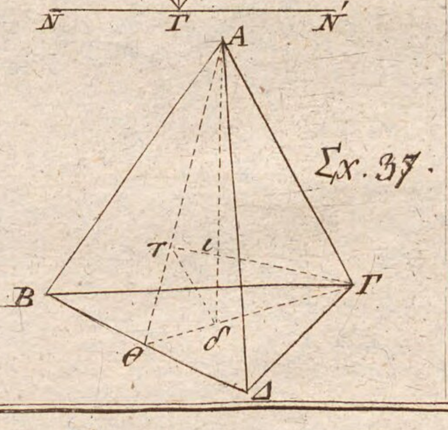
Σχ. 35.



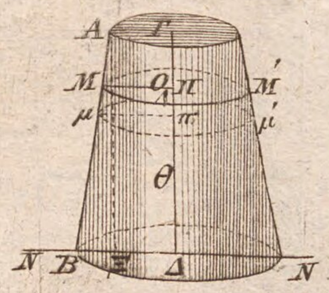
Σχ. 36.



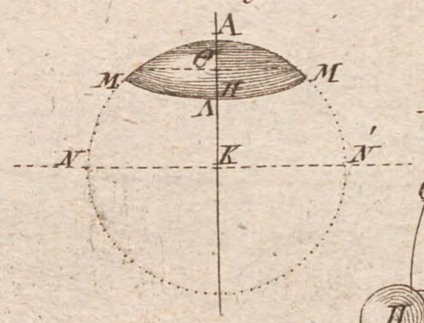
Σχ. 37.



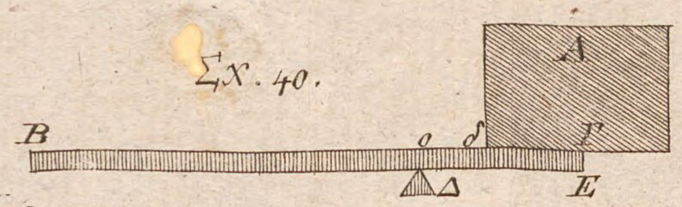
Σχ. 38.

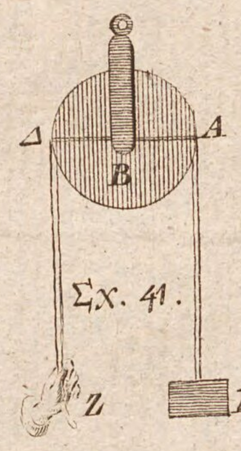


Σχ. 39.



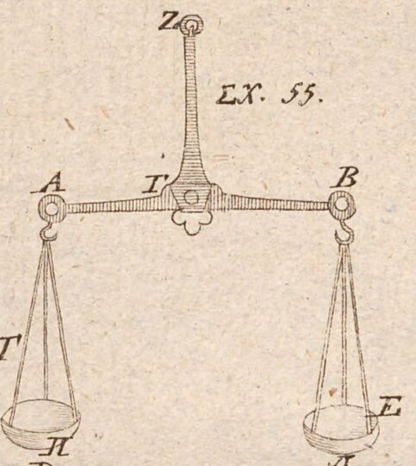
Σχ. 40.



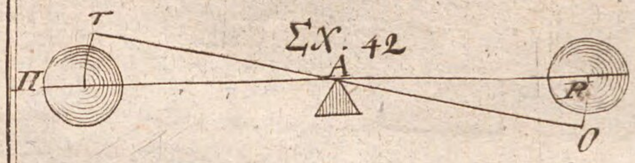


Σχ. 41.

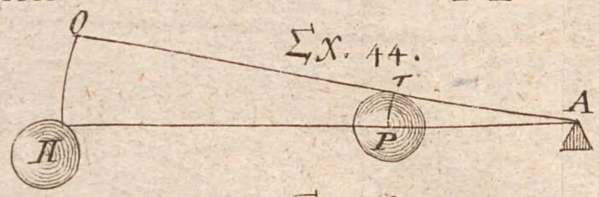
Σχ. 55.



Σχ. 42

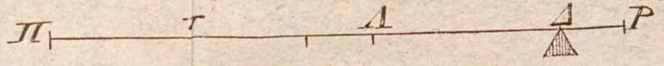


Σχ. 44.

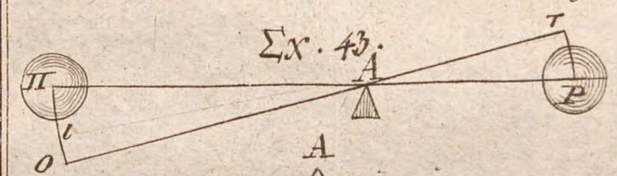


Σχ. 45.

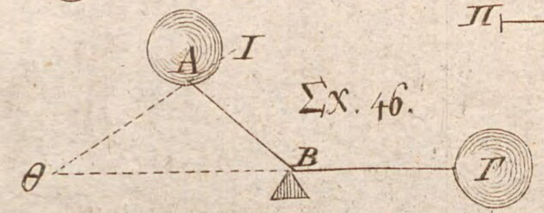
Σχ. 47.



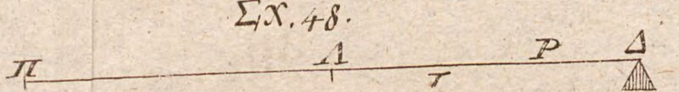
Σχ. 43.



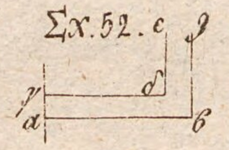
Σχ. 46.



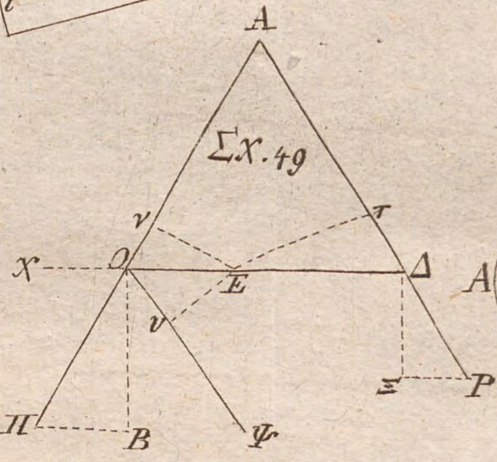
Σχ. 48.



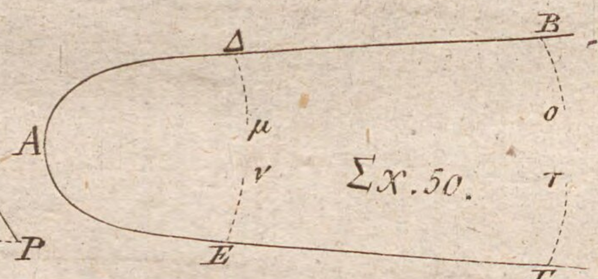
Σχ. 52.



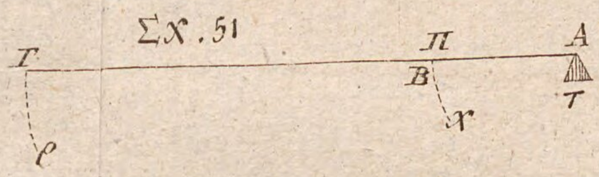
Σχ. 49



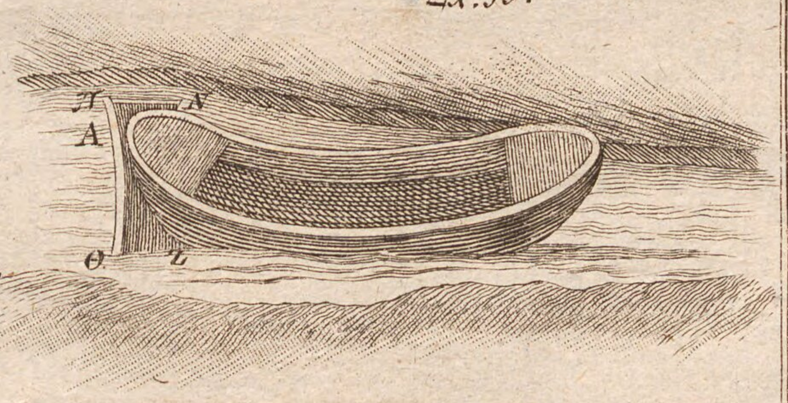
Σχ. 50.



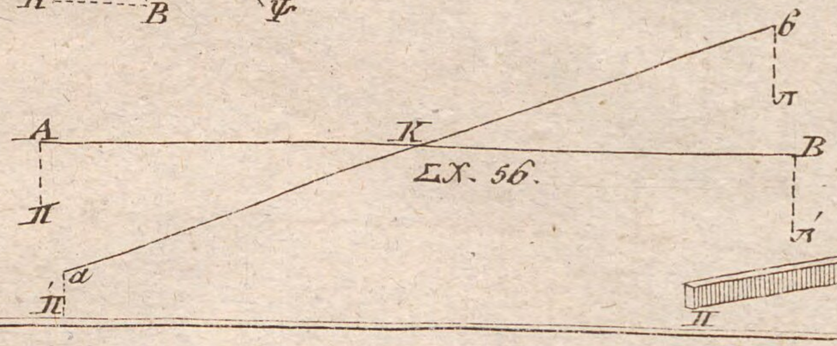
Σχ. 51



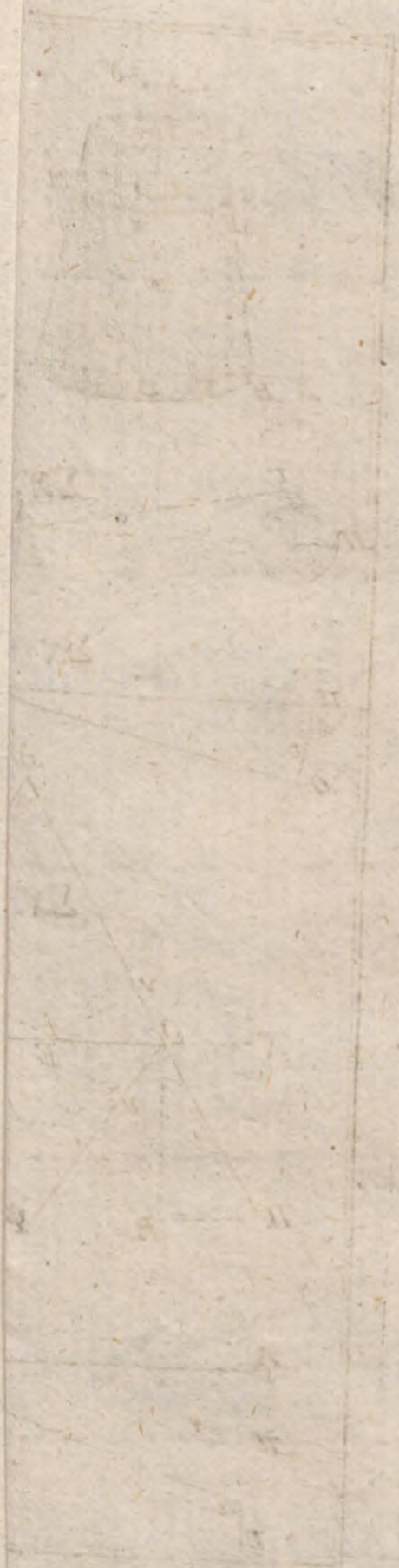
Σχ. 53.



Σχ. 56.



Σχ. 54.



ΣΧ. 57.

ΣΧ. 58.

ΣΧ. 59.

ΣΧ. 60.

ΣΧ. 61.

ΣΧ. 62.

ΣΧ. 63.

ΣΧ. 64.

ΣΧ. 65.

ΣΧ. 66.

ΣΧ. 67.

ΣΧ. 68.

ΣΧ. 69.

ΣΧ. 70.

ΣΧ. 71.

ΣΧ. 72.

ΣΧ. 73.

ΣΧ. 74.

ΣΧ. 75.

ΣΧ. 76.

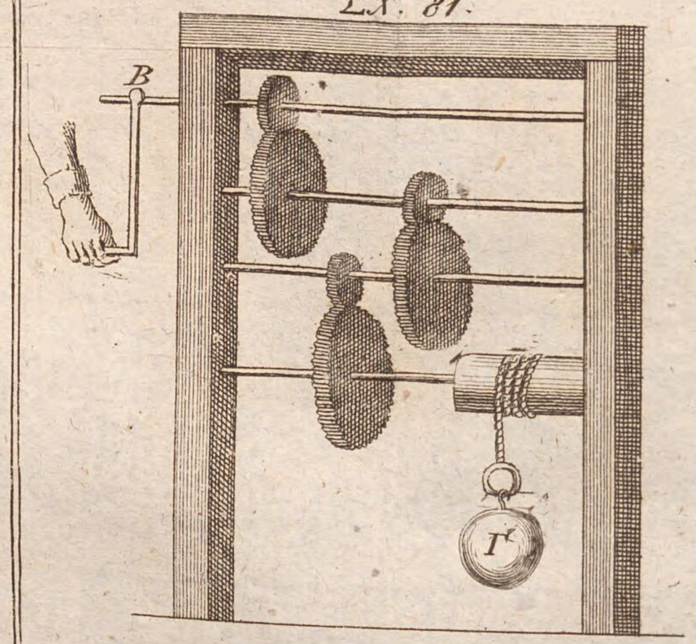
ΣΧ. 77.

ΣΧ. 78.

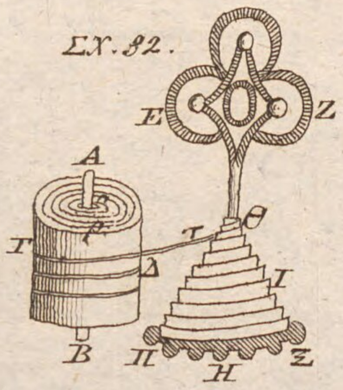
ΣΧ. 79.

ΣΧ. 80.

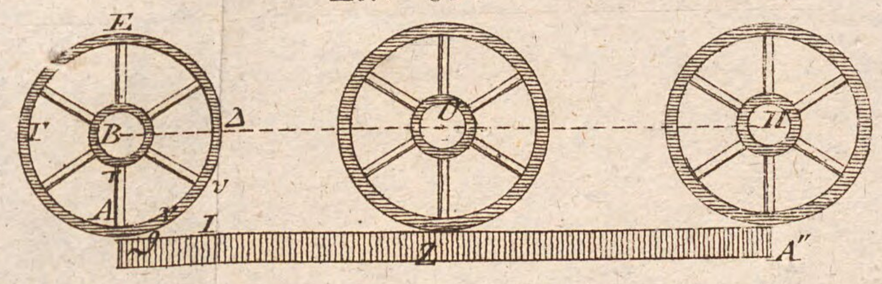
ΣΧ. 81.

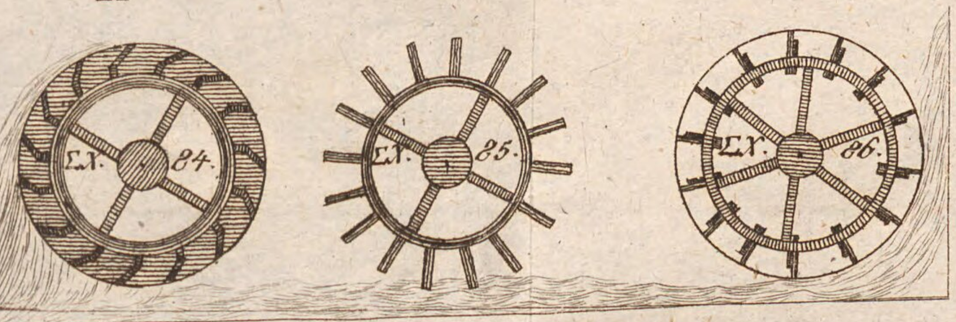


ΣΧ. 82.

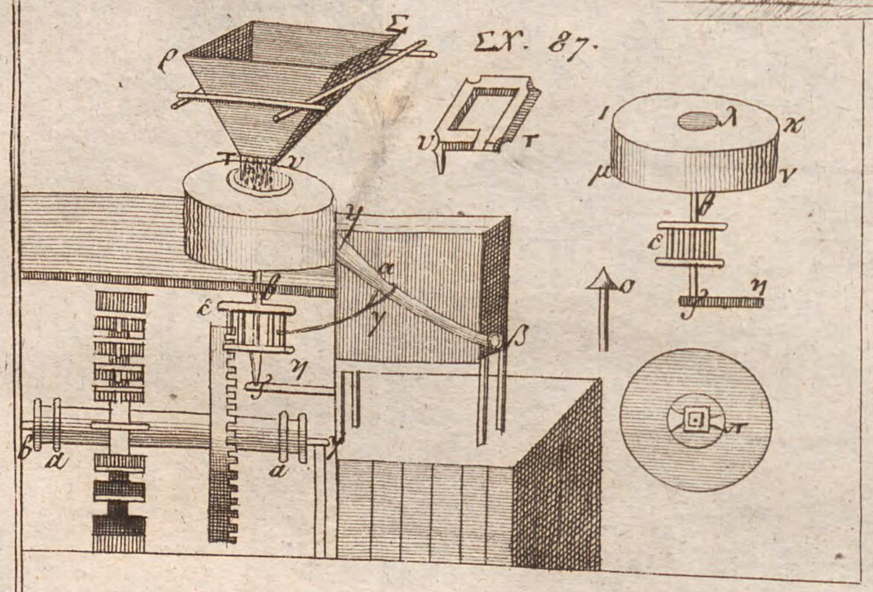


ΣΧ. 83.

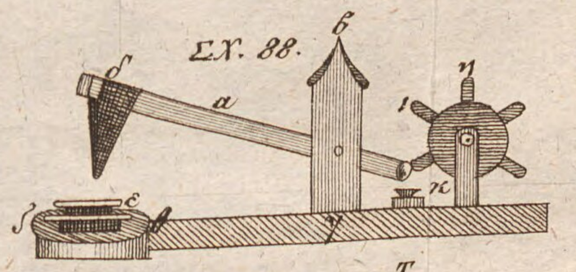




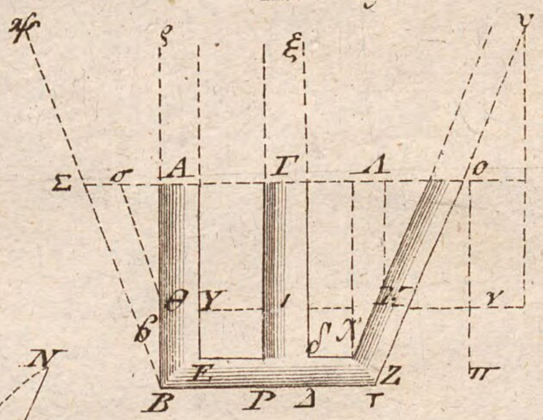
ΣΧ. 87.



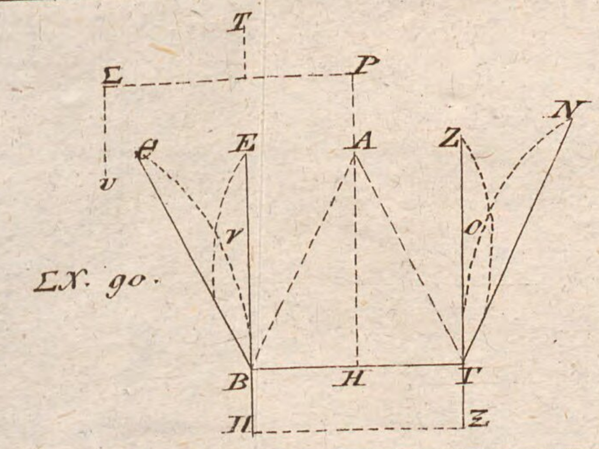
ΣΧ. 88.



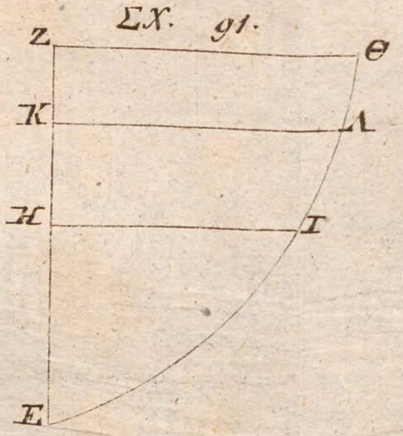
ΣΧ. 89.



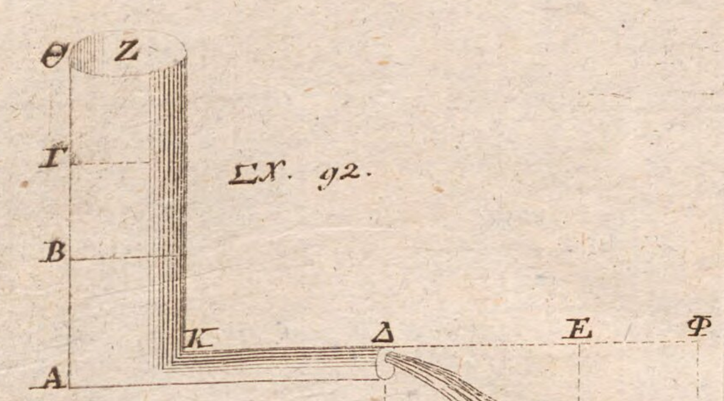
ΣΧ. 90.



Σχ. 91.



Σχ. 92.

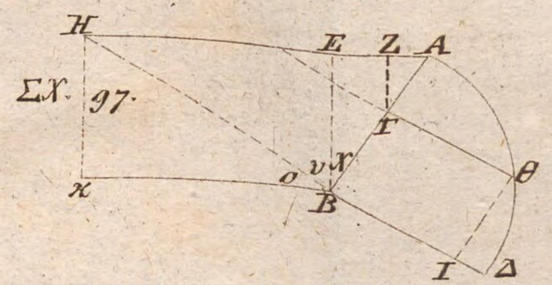


Σχ. 93

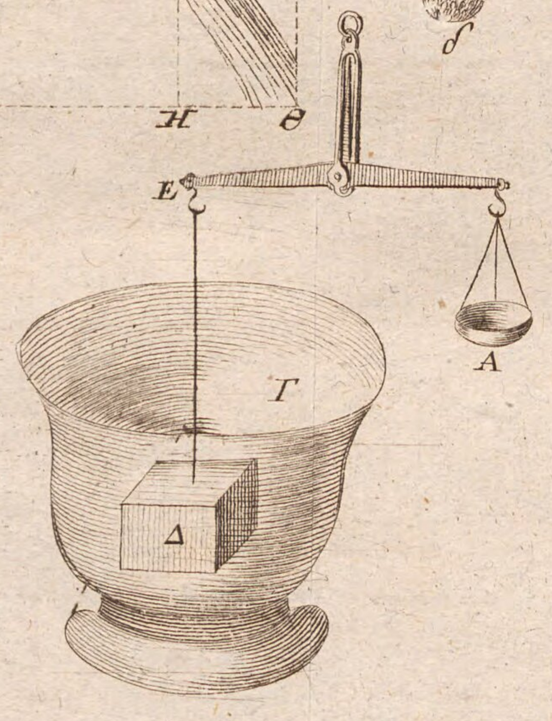
Σχ. 95.

Σχ. 96.

Σχ. 97.



Σχ. 94



BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Kumas, Kōnstantinos M., 1777-1836

Seiras stoicheioōdus tōn mathēmatikōn kai physikōn pragmateiōn

Bd.: T. 5

en Bienn ē tēs Austrias (1807)
Math.u. 91 m-5
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10594038-5